

횡보강 효과를 고려한 콘크리트의 응력-변형도 관계

Stress-Strain Relations of Plain and Confined Concrete

오 김진근* 이태규** 서용표***
Kim, Jin Keun Lee, Tae Gyu Suh, Yong Pyo

ABSTRACT

Based on the results tested by various researchers, a complete stress-strain relation of plain and confined concrete is proposed. The peak strength and the corresponding strain are calculated by using the Mohr-Coulomb theory and elastic tri-axial constitutive relation.

A parametric study was conducted to assess the influence of the plain concrete strength, the degree of confinement, the shape of the section, and the tie configuration for the square section.

According to this model, the behavior of concrete section is predicted, and compared with experimental data and other proposed models on circular and square sections. A good agreement between theoretical and experimental results is observed.

1. 서론

철근콘크리트 구조물의 거동을 예측하거나 극한강도법(ultimate strength design)에 의한 구조물의 설계 또는 내진설계시에 재료의 성질인 콘크리트의 응력-변형도 관계를 정확히 규명하는 것이 가장 기본적이면서도 중요한 과제이다. 또한 콘크리트의 연성(ductility)과 하중저항 능력을 증대시키기 위하여 횡보강근을 사용할 경우에는 그 거동이 일반 콘크리트(plain concrete)와는 다르게 나타나게 된다. 그러나 콘크리트는 재료의 복잡성과 비선형성, 변형연화현상 등으로 인하여 이론적으로 그 관계를 명확히 규명하기는 거의 불가능하며 실험치로부터 수치 해석을 통하여 관계식을 이끌어 내는 것이 일반적인 방법이다.

본 논문에서는 횡보강되었을 경우의 극한강도 및 변형도(f_o, ϵ_o)를 Mohr-Coulomb 이론과 삼축응력하의 탄성이론에 의하여 구하고, 고강도를 포함한 콘크리트의 응력-변형도 관계는 기존의 실험치를 분석하여 일축압축하에서의 일반 콘크리트와 횡보강 효과를 고려하였을 경우의 원형 및 정방형 단면에 대하여 제시하고자 한다.

본 제안식의 정확성을 검토하기 위하여 일반 콘크리트 및 단면 형태에 따른 횡보강 효과를 고려한 실험치들과 비교하고 또한 기존의 모델식들과도 비교하여 보기로 한다.

2. 횡보강 효과에 의한 극한강도 및 변형도

2.1 횡보강 응력

콘크리트는 일축압축을 받으면 횡방향으로 인장변형을 받게 되므로 미세균열 및 주균열이 하중방향과 나란히 발생하여 포아송비가 증가하게 된다. 횡보강이 되어 있을 경우에는 횡방향의 인장변형을 감소시켜 균열 진전을 방해하기 때문에 강도 및 연성이 증진되는 효과를 가져오게 된다.

콘크리트의 압축력에 의한 파괴도 결국에는 횡방향의

인장변형에 의한 것이다. 그러므로 파괴는 횡보강근 사이의 중앙부위 단면에서 발생하게 된다.

본 논문에서는 Mohr-Coulomb 이론을 적용시키기 위하여 횡보강 응력은 횡보강근의 배근간격 사이에서 균일하게 분포한다고 가정하며, 원형 단면의 경우 파괴하중 재하시의 횡보강 응력을 식(1)과 같은 형태로 가정한다.

$$f_{cl} = \frac{2A_{sp}f_{sy}}{d_c s} \left(1 - \sqrt{\frac{s}{d_c}} \right) \quad (1)$$

여기서, f_{cl} : 원형 단면의 횡보강 응력(psi)

A_{sp} : 횡보강 철근의 단면적($in.^2$)

f_{sy} : 횡보강 철근의 항복강도(psi)

s : 횡보강근의 배근간격

d_c : 나선철근의 중앙에서부터 측정된 코어 콘크리트 지름($in.$)

정방형 단면의 경우에는 띠철근의 배근 형태에 따라 횡보강 응력이 변화하게 되므로 이에 대한 적절한 가정이 추가적으로 요구된다. 따라서 표 1에서와 같이 단면 A-A에서의 띠철근의 유효갯수를 가정하여 횡보강 응력을 산정한다.

$$f_{cl} = \frac{n_{sp}A_{sp}f_{sy}}{b s} \left(1 - \sqrt{\frac{s}{b}} \right) \quad (2)$$

여기서, f_{cl} : 정방형 단면의 횡보강 응력(psi)

b : 띠철근의 중앙에서부터 측정된 코어 콘크리트 폭 또는 길이($in.$)

n_{sp} : 띠철근의 유효갯수 (= $0.5\phi_t / b$)

2.2 콘크리트의 극한강도

Mohr-Coulomb 이론은 재료는 주응력 방향에서 일정한 각도 ϕ 를 이룬 평면에서 파괴가 발생되며 또한 재료의 파괴는 최소 및 최대 주응력의 값에 의하여 결정된다는 개념에 근거하고 있다.

일반적으로 파괴곡면(failure envelope)은 식(3)과 같이 선형적으로 나타나지만 콘크리트의 경우에는 파괴곡면이 볼록한 곡선이 되는데 그림 1과 같이 부분적으로는 근사하게 직선으로 볼 수 있다.

* 정회원, 한국과학기술원 토목공학과 부교수

** 정회원, 한국과학기술원 토목공학과 박사과정

*** 한국전력공사 기술연구원 연구원

표 1 띠철근의 유효갯수

띠철근 배근도					
단면 A-A에서의 띠철근의 총 갯수 띠철근의 유효갯수 ($0.5\phi_s / b$)	2 2	3 3	4 3.414	4 3.610	6 4.665

ϕ_s : 띠철근의 총 길이

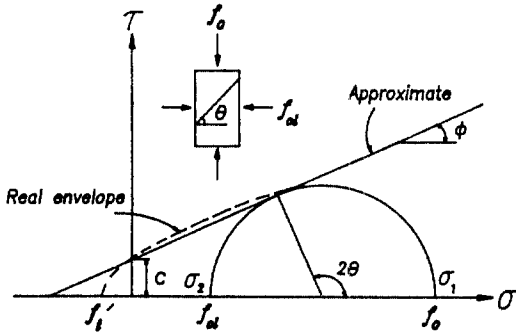


그림 1 콘크리트의 파괴곡면

$$\tau = c + \sigma \tan \phi \quad (3)$$

여기서, τ : 전단응력(psi)
 c : 점착응력(cohesion, psi)
 σ : 주응력(psi)
 ϕ : 주응력 방향에서 파괴면과의 각도

식(3)과 그림 1로부터 콘크리트의 극한강도는 다음과 같은 형태로 유도된다.

$$f_o = \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi} + f_{cl} \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (4)$$

여기서, f_o : 콘크리트의 극한강도(psi)

식(4)에서 미지수인 c 와 ϕ 는 표 2의 실험치들에 의한 수치해석으로부터 단면의 형태에 관계없이 각각 $0.25f_c$ 와 38° 의 값을 얻는다. 그러므로 이 값들을 대입하면 콘크리트의 극한강도를 식(5)와 같이 얻을 수 있다.

$$f_o = f_c' + 4.2 f_{cl} \quad (5)$$

식(5)의 표준편차는 843 이며, 이러한 결과를 기존의 모델식들 및 실험치와 비교하여 보면 그림 2와 그림 3에서 볼 수 있듯이 다른 모델식들^{1)~3), 11)}에 비하여 본 제안식의 분산이 가장 적음을 알 수 있다.

2.3 극한강도에서의 변형도

탄성영역에서 재료가 삼축응력($\sigma_1, \sigma_2 = \sigma_3$)을 받을 때의 1축 방향의 변형도는 다음 식과 같다.

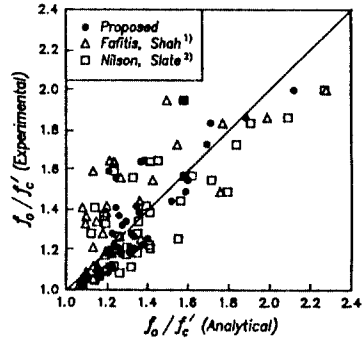


그림 2 원형 단면에서의 극한강도 비교

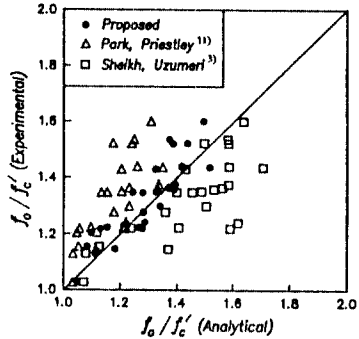


그림 3 정방형 단면에서의 극한강도 비교

$$\epsilon_I = \frac{\sigma_1}{E_1} - \frac{2\nu\sigma_2}{E_2} \quad (6)$$

여기서, ϵ_I : 1축 방향의 변형도
 σ_1, σ_2 : 1축과 2축 방향의 응력
 E_1, E_2 : 1축과 2축 방향의 탄성계수
 ν : 포아송비

식(5)에서 $(1-\nu)/\nu=4.2$ 로부터 포아송비는 0.192 이고 E_2 는 f_c' 에 비례한다고 가정하여 식(6)을 정리하면, 실험치들의 수치해석으로부터 f_o 에서의 변형도는 식(7)과 같이 표시되며 표준편차는 0.0033 이다.

$$\epsilon_o = \epsilon_{ou} + 0.06 f_{cl} / f_c' \quad (7)$$

표 2 실험치

Reference	Researcher	Details of the Specimens				
		Number	Size of the section (in.)	Concrete cover (in.)	Longitudinal steel	Ultimate strength f'_c (psi)
4	Ahmad, Shah (1982)	20	ϕ 3	0	none	3000 - 9500
5	Fafitis, Shah (1985)	4	ϕ 23.65	0.8	16	3857 - 4770
2,6,7	Nilson, Slate (1979-1982)	2		0	none	3857 - 4712
		47	ϕ 4	0	none	3204 - 9958
6		6	ϕ 5	0	none	3443 - 8462
9	Wischer(1978)	6	ϕ 6	0	none	2200 - 9700
10	Desayi(1979)	28	ϕ 6	0	none	2712 - 4967
11,13	Park (1981, 1982)	6	ϕ 23.62	0.8	16	3858 - 4772
		6	17.7x17.7	0.8	8 or 12	3510 - 3670
14	Sheikh, Uzumeri (1980)	24	12x12	0.75	8, 12, or 16	4540 - 5920
15	Moehle(1985)	8	12x12	0.75	8	4600 - 4700
16	Yong, Nawy (1988)	2	12x12	0	none	4600 - 4700
		12	6x6	0.5	4 or 8	11400 - 12570
17	Dilger(1984)	3	ϕ 6	0	none	3420 - 4140

여기서, ϵ_o : f_o 에서의 변형도
 ϵ_{ou} : f'_c 에서의 변형도(식(10) 참조)

3. 횡보강을 고려한 응력-변형도 관계

3.1 응력-변형도 관계의 모델식 유도

일축압축하에서의 기존의 실험치들을 표 2와 같이 수집하여 이 실험치들의 수치해석을 통하여 일반 콘크리트와 횡보강된 콘크리트의 응력-변형도 관계의 모델식을 유도하였다.

응력-변형도 곡선은 Fafitis와 Shah¹⁾의 모델식을 기초로 하여 상승부분(ascending)과 하강부분(descending)으로 나누며 매개변수들의 수치해석으로부터 다음과 같은 식으로 이끌어 내었다.

상승부분(ascending part) ;

$$\sigma_c = f_o \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right)^A \right] \quad (8)$$

하강부분(descending part) ;

$$\sigma_c = f_o \exp \left[-B (\epsilon_c - \epsilon_o)^C \right] \quad (9)$$

여기서, σ_c : 콘크리트의 응력(psi)

A : 상승부분에 관계하는 변수

B, C : 하강부분에 관계하는 변수

강도에 따른 일반 콘크리트의 응력-변형도 곡선은 그림 4와 같다.

3.2 매개변수 연구

3.2.1 일반 콘크리트의 극한강도에서의 변형도

일반 콘크리트의 극한강도에서의 변형도는 Ahmad와 Shah⁴⁾, Fafitis와 Shah⁵⁾, Nilson과 Slate²⁾, 6), 7) 등에 의한 실험치를 수치해석한 결과 다음과 같은 3승근의 식으로 제안하였으며 표준편차는 0.0003 이고, 실험치와의 비교는 그림 5와 같다.

$$\epsilon_{ou} = 1.33 \times 10^{-4} \cdot \sqrt[3]{f'_c} \quad (10)$$

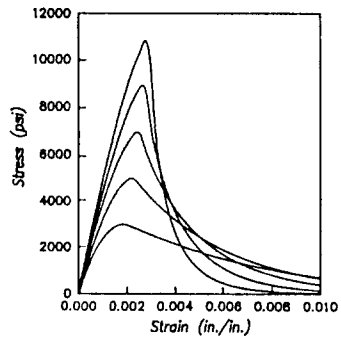


그림 4 일반 콘크리트의 응력-변형도 곡선

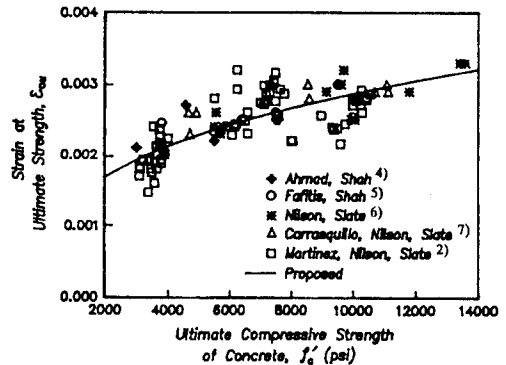


그림 5 ϵ_{ou} 의 비교

3.2.2 상승부분에 관계하는 변수

A는 boundary condition에 의하여 식(11)과 같이 콘크리트의 극한강도와 그 때의 변형도, 그리고 탄성계수에 관계되는 값이다.

ACI code의 탄성계수⁸⁾는 6000 psi 이하의 실험치들에 의하여 제시된 것이기 때문에 이를 고강도 콘크리트까지 확대적용할 경우 고강도 콘크리트에서는 너무 과대하게 평가되는 결과가 나타난다. 그러므로 본 논문에서는 고강도 콘크리트의 실험치들도 포함하여 제안한 Nilson과

Slate의 식²⁾을 사용하였다.

$$A = E_c \epsilon_o / f_o \quad (11)$$

$$E_c = 40000 \sqrt{f'_c} + 1 \times 10^6 \quad (12)$$

여기서, E_c 는 콘크리트의 탄성계수(psi)이다.

3.2.3 하강부분에 판제하는 변수

하강부분은 콘크리트의 강도가 커짐에 따라 급속히 떨어지는 현상을 나타낸다. 그러나 바로 0 까지 떨어지는 것이 아니라 어느 정도 낮은 응력에서부터는 다시 연성을 보이게 된다. 횡보강이 되었을 경우에는 횡보강 응력이 증가함에 따라 콘크리트의 연성이 증가하지만, 그림 6에서 보는 바와 같이 동일한 횡보강 응력하에서도 콘크리트의 강도에 따라 그 효과가 다르게 나타난다.

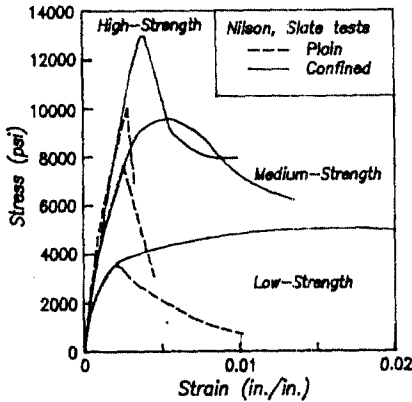


그림 6 강도에 따른 횡보강 효과의 변화

그러므로 이같은 지동을 정확히 예측하기 위하여서는 매우 많은 변수들이 요구되지만 적용의 단순화를 위하여 본 논문에서는 두가지 변수, 즉 B와 C를 사용하여 하강부분의 곡선을 결정하기로 한다.

B와 C는 f'_c 이 증가함에 따라 각기 다른 비율로 감소하지만 C는 변형도의 함, 즉 1 보다 작은 값의 승수이므로 $(\epsilon_c - \epsilon_o)^C$ 값은 증가하게 된다. 따라서 이 두가지 변수들이 판제된 함은 f'_c 에 따라 한 값은 증가하고 다른 한 값은 감소하는 반대의 연성성을 가지며 곡선을 결정하게 된다.

한편 횡보강이 되어 있는 경우에는 B 만이 f_{cl} 과 f'_c 의 비에 따라 감소한다.

$$B = \left(260 + \frac{14400}{f'_c} \right) \exp \left(-30 \frac{f_{cl}}{f'_c} \right) \quad (13)$$

$$C = 1.2 - 0.00004 f'_c \quad (14)$$

4. 비교 분석

4.1 일반 콘크리트

본 제안식을 다른 연구자들에 의한 실험결과^{4), 9)}와 비교하여 보면 그림 7 및 그림 8과 같다. 그림에서 볼 수 있듯이 본 제안식은 고강도에서도 적용이 가능하며 실험 결과와도 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

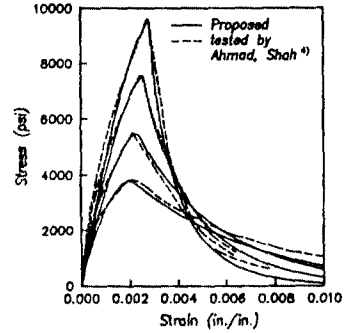


그림 7 실험결과와의 비교

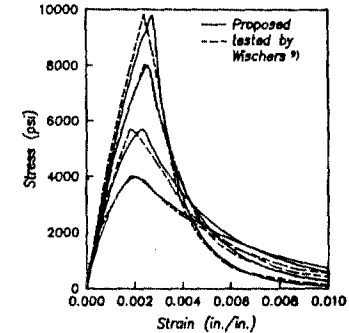


그림 8 실험결과와의 비교

4.2 횡보강 콘크리트

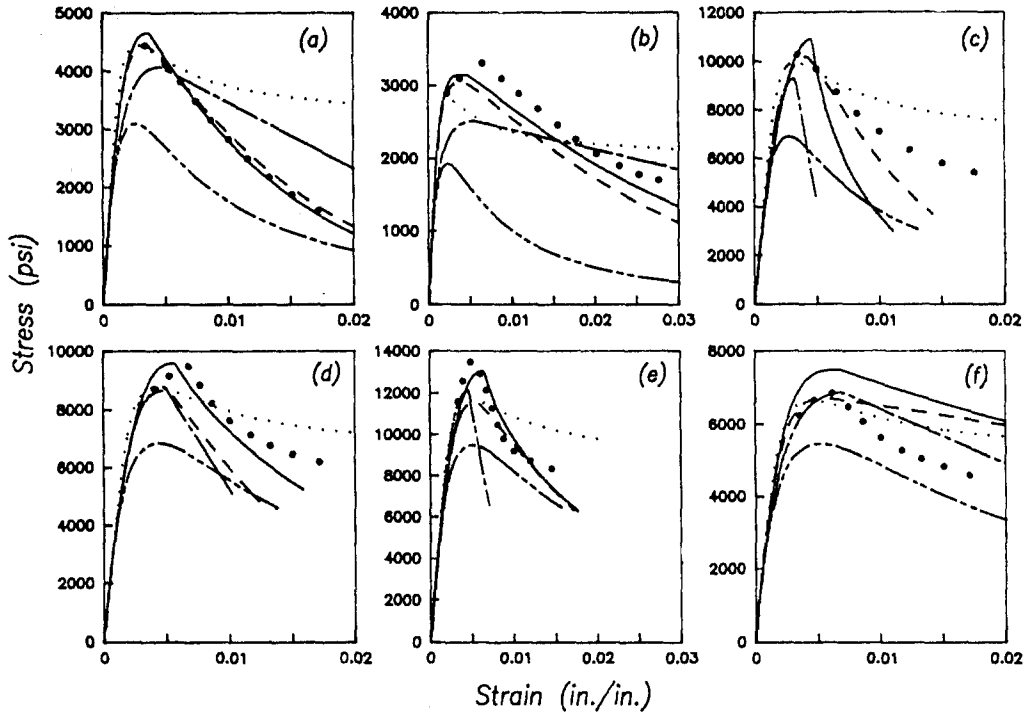
원형 단면에 대한 모델식^{1), 2), 4), 10)}과 실험결과^{2), 4) ~7), 10)}와의 비교는 그림 9와 같고, 정방형 단면에 대한 모델식^{1), 3), 11), 12)}과 실험결과^{13)~16)}의 비교는 그림 10과 같다.

원형 단면의 경우에는 보통 및 고강도 콘크리트에 대하여 본 제안식과 Fafitis와 Shah의 식이 실험치와 가장 잘 일치하는 것으로 나타났다.

정방형 단면에 대하여서는 본 제안식이 다른 모델식들에 비하여 가장 우수하게 실험치와 일치하는 것으로 나타났다. 특히 보통강도에서는 다른 모델식들도 비교적 근사하게 실험치와 일치하나 고강도에서는 상당히 큰 분산을 보여주고 있다.

5. 결론

- 1) 고강도를 포함한 일반 콘크리트 및 횡보강된 콘크리트에 대한 응력-변형을 판제를 원형 및 정방형 단면에 대하여 단일식으로 제안하였으며, 실험치와 비교하여 볼 때 가장 우수한 결과를 보여 주고 있다.
- 2) 횡보강된 경우의 극한강도 및 그때의 변형도는 Mohr-Coulomb 이론과 삼축응력하의 재료의 탄성이론에 의하여 유도하였으며, 이 이론을 적용시키기 위하여 횡방향의 응력분포를 동분포로 가정하였다.
- 3) 콘크리트의 하강부분에 두개의 변수를 도입하여, 이 변수가 포함된 각 항들이 콘크리트의 강도(f'_c)에 대하여 서로 반대의 연성성을 지니게 함으로써 보다 실제에 근접한 식을 이끌어 내었다. 또한 동일한 횡보강 응력하에서도 콘크리트의 강도에 따라 횡보강 효과가 다르게 나타나는 영향을 고려하여 주었다.



— Proposed
 - - - Fafitis, Shah¹⁾
 - · - Nilson, Slate²⁾
 ····· Desayi, Reddy¹⁰⁾
 ····· Ahmad, Shah⁴⁾

• tested by Fafitis, Shah⁵⁾ in (a)
 Desayi, Reddy¹⁰⁾ in (b)
 Ahmad, Shah⁴⁾ in (c)
 Nilson, Slate²⁾ in (d) ~ (f)

그림 9 원형 단면에 대한 실험결과와의 비교

4) 현재까지는 원형 단면과 정방형 단면만을 고려하여 주었으나 직사각형 및 다른 형태의 단면에도 본 제안식을 다소 수정하여 주면 가능할 것이다.

감사의 말

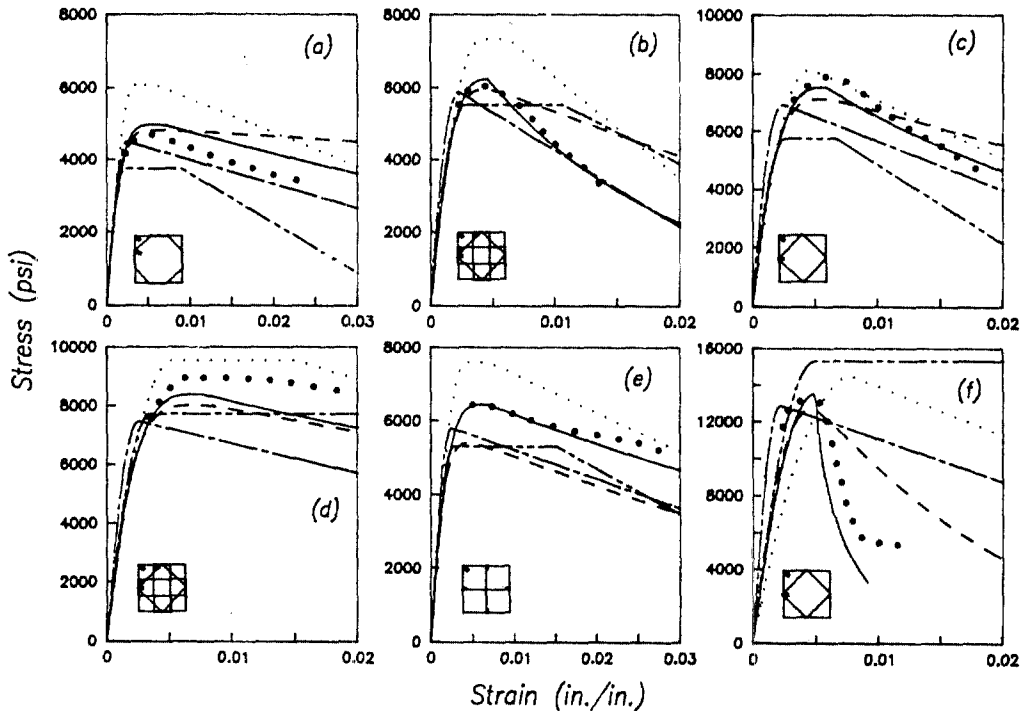
본 연구는 1987~1990년 한국과학기술재단 목적기초 연구비 지원에 의하여 수행중인 연구의 일부이며, 이에 깊은 감사를 드립니다.

참고 문헌

- 1) Fafitis, A. and Shah, S.P., "Lateral Reinforcement for High-Strength Concrete Columns," *ACI SP-87-12*, 1985, pp.213-232.
- 2) Martinez, S., Nilson, A.H. and Slate, F.O. "Spirally Reinforced High-Strength Concrete Columns," *Report No. 82-10, Cornell Univ., Ithaca, New York*, August 1982, 255pp.
- 3) Sheikh, S.A. and Uzumeri, S.M., "Analytical Model for Concrete Confinement in Tied Columns," *J. of Structural Division, ASCE*, Vol. 108, No. ST12, 1982, pp.2703-2722.
- 4) Ahmad, S.H. and Shah, S.P., "Stress-Strain

Curves of Confined Concrete by Spiral Reinforcement," *ACI Journal*, Vol. 79, No. 6, 1982, pp.484-490.

- 5) Fafitis, A. and Shah, S.P., "Predictions of Ultimate Behavior of Confined Columns Subjected to Large Deformations," *ACI Journal*, Vol. 82, No. 4, 1985, pp.423-433.
- 6) Nilson, A.H. and Slate, F.O. "Structural Properties of Very High-Strength Concrete," *Second Progress Report, Cornell Univ., Ithaca, New York*, March 1979, 62pp.
- 7) Carrasquillo, R.L., Nilson, A.H. and Slate, F.O., "Properties of High-Strength Concrete Subjected to Short-Term Loads," *ACI Journal*, Vol. 78, No. 3, 1981, pp.171-178.
- 8) ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete(ACI 318-77)," *America Concrete Institute*, Detroit, 1977, 103pp.
- 9) Wischers, G., "Application of Effects of Compressive Loads on Concrete," *Betontech. Ber.*, nos 2 and 3, Duesseldorf, 1978.
- 10) Desayi, P., Iyengar, S.R. and Reddy, T.S., "Stress-Strain Characteristics of Concrete Confined in



——— Proposed • tested by Park, Priestley¹³⁾ in (a)
 - - - Fafitis, Shah¹¹⁾ Sheikh, Uzumeri¹⁴⁾ in (b)~(d)
 - - - Park, Priestley¹¹⁾ Mochle¹⁵⁾ in (e)
 ····· Sheikh, Uzumeri³⁾ Yang, Nawy¹⁶⁾ in (f)
 - - - Soliman, Yu¹²⁾

그림 10 정방형 단면에 대한 실험결과와의 비교

Steel Spirals Under Repeated Loading," *Materiaux et constructions*, Vol. 12, 1979, pp.375-383.

11) Scott, B.D., Park, R. and Priestley, M.J.N., "Stress-Strain Behavior of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Rates," *ACI Journal*, Vol. 79, No. 1, 1982, pp.13-27.

12) Soliman, M.T.M. and Yu, C.W., "The Flexural Stress-Strain Relationship of Concrete Confined by Rectangular Transverse Reinforcement," *Magazine of Concrete Research(London)*, Vol. 19, No. 61, 1967, pp.223-238.

13) Priestley, M.J.N., Park, R. and Potangaroa, R.T., "Ductility of Spirally-Confined Concrete Columns," *J. of Structural Division, ASCE*, Vol. 107, No. ST1, 1981, pp.181-202.

14) Sheikh, S.A. and Uzumeri, S.M., "Strength and Ductility of Tied Concrete Columns," *J. of Structural Division, ASCE*, Vol. 106, No. ST5, 1980, pp.1079-1102.

15) Mochle, J.P. and Cavanagh, T., "Confinement Effectiveness of Cross-ties in RC," *J. of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 111, No. 10, 1985, pp. 2105-2120.

16) Yong, Y.K., Nour, M.G. and Nawy, E.G., "Behavior of Laterally Confined High-Strength Concrete Under Axial Loads," *J. of Structural Division, ASCE*, Vol. 114, No. 2, 1987, pp.332-351.

17) Dilger, W.H. and Kowalczyk, R., "Ductility of Plain and Confined Concrete Under Different Strain Rates," *ACI Journal*, Vol. 81, No. 1, 1984, pp.73-81.