

Medical imaging을 위한 영상 보간 방법의 비교

* 이 병 길, 하 영 호
경북대학교 전자공학과

COMPARISON OF INTERPOLATION METHODS for MEDICAL IMAGING

* Byeong-Kil Lee, Yeong-Ho Ha
Dept. of Electronic Eng., Kyungpook National University

ABSTRACT

A new spline function for resampling discrete signal adaptively is proposed. In general, B-spline function is used for an image interpolation because of its smoothness and continuity, but accompanies a large amount of blurring effect. Hence, we developed a new spline function to remedy this effect, with two procedures : deblurring of Gaussian blurring and diminishing of aliasing effect caused by deblurring procedure. The proposed function has a parametric expression with α which is related to the variance of Gaussian blurring model. Locally adaptive resampling scheme is obtained by changing α according to statistical characteristics of an image. The proposed interpolation function shows edge-sharpening effect as well as noise smoothing, with comparison to the conventional schemes.

I. 서 론

재표본화(Resampling)란 한 좌표축상의 이산신호(discrete signal)값들을 새로운 좌표축상의 값으로 변환시키는 과정을 의미한다. 개념적으로 재표본화는 이산신호를 연속신호로 바꾸는 보간(interpolation)과 이 보간된 신호를 원하는 좌표축상에 나타내는 표본(sampling)의 두 과정으로 나누어진다. 이 과정은 영상을 확대하거나 축소 또는 회전등의 영상처리에 널리 사용되어진다. 디지털 영상의 데이터양은 제한되어 있기 때문에, 보간과정에서 영상의 질을 보존하기 위해서는 보간함수의 선택이 중요하다[1]-[4].

영상 보간을 위해 여러가지 보간법들이 사용되어져 왔다 : 영차 보간(nearest neighbor), 선형 보간(linear), cubic convolution, 그리고 B-spline 보간등이 있다. 특히, B-spline 보간함수는 유연성(smoothness)과 연속성(continuity)의 특성으로 인해 많이 사용되어지고 있으나 심한 뭉뚱화(blurring)를 수반한다[2].

본 논문에서는 B-spline함수의 차단(cutoff)주파수 부근의 감쇄영역을 채워주는 deblurring과정을 통해서 새로운

보간함수를 제안하였다. 제안된 함수는 매개변수 α 의 함수로 나타내어지며 이 α 값에 따라 경계 향상효과(edge-sharpening effect)와 잡음 제거효과(noise smoothing effect)를 동시에 보여준다. 이 함수를 이용한 영상의 통계적 특성에 따른 극부적응적 영상보간은 다른 방법들에 비해서 좋은 결과를 보였으며 특히 잡음에도 강한 특성을 보였다.

II. 영상 재표본화(Image Resampling)

재표본화는 그림 1과 같이 보간과 표본화의 과정으로 나누어진다.

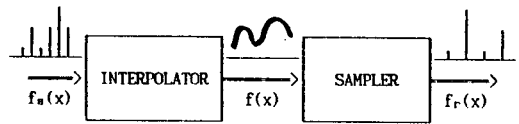


Fig.1. The resampling process

영상 재표본화는 일반적으로 다음과 같이 나타내어진다.

$$f_r(x) = f_a(x) * r(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_a(n) r(x-n) \quad (1)$$

여기서 $f_r(x)$ 는 표본기(sampler)의 출력이고, $f_a(x)$ 는 표본화된 데이터, 그리고 $r(x)$ 는 보간함수이다.

만일 어떤 신호가 대역 제한(band-limited)이고 Nyquist 주파수에 의해 표본화되었다면, 이상적인 보간함수인 sinc함수에 의해 정확하게 복원되어질 수 있다.

$$r(x) = \text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$$

실제적으로는 이상적인 보간함수가 공간적으로 제한되어 있지 않기 때문에 정확한 재표본화가 불가능하다. 그러므로 실현가능한 적절한 보간함수가 필요로 되어진다. 이러한 보간함수를 위한 조건들은 다음과 같다 :

- i) 대칭적이어야 한다.
- ii) dc값이 1이어야 한다.
- iii) 주어진 구간외의 값은 0이어야 한다.

III. 기존의 보간함수 비교

1. R-spline 보간 함수

구간적인 다항식(piecewise polynomials)으로 나타내어 지는 spline은 신호를 보간하는데 많이 이용되어진다. 본 논문에서는 유연성과 구간 제한이 있는 B-spline 보간함수에 관심을 두었다. 구간 $[-m/2, m/2]$ 로 제한된 m 자의 B-spline 함수는 다음과 같은 반복적인 공식으로 나타내어진다[5].

$$b_1(x) = \begin{cases} 1 & 0 < |x| < \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} \leq |x| \end{cases} \quad (2)$$

$$b_m(x) = \int_{-\infty}^{\infty} b_1(m\tau) b_{m-1}((m/(m-1))(x-\tau)) d\tau, \quad m = 2, 3, 4, \dots \quad (3)$$

위 공식을 풀면 다음과 같은 B-spline함수의 일반적인 식을 구할수가 있다.

$$b_m(x) = m^m \sum_{p=0}^m \frac{(-1)^p [x-(p-m/2)/m]_+^{m-1}}{p! (m-p)!}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

여기서

$$(x-a)_+^{m-1} = \begin{cases} (x-a)^{m-1} & x > a \\ 0 & x \leq a \end{cases}$$

영차의 B-spline인 nearest neighbor함수는 많은 부엽(side lobe)으로 인해서 심한 blocking현상이 나타난다. 1차인 선형보간함수는 차단주파수이상의 많은 에너지로 인해서 aliasing효과와 약간의 뭉뚱화가 수반된다. 좋은 LPF로서의 cubic B-spline 함수는 유연성, 연속성, 그리고 잡음제거효과를 가지나, 심한 뭉뚱화가 수반된다.

2. 변형된 raised-cosine 함수 [6]

디지털 신호처리에서 window함수로 널리 사용되는 raised-cosine 함수는 좋은 주파수 특성을 가지며, 다음과 같이 나타내어진다.

$$h(t) = 0.5 + 0.5 \cos \pi t \quad (5)$$

주파수 특성을 보면 부엽부분이 선형보간함수와 반대 부호값이므로 이들 두 함수의 선형조합으로 부엽의 값을 줄일수 있다. 즉,

$$h_{MRC}(x) = \alpha(1-t) + (1-\alpha)(0.5 + 0.5 \cos \pi x) \\ H_{MRC}(f) = \alpha \frac{\sin^2(\pi f)}{(\pi f)^2} + (1-\alpha) \frac{\sin(2\pi f)}{2\pi f} \left[\frac{1}{(1-4f)^2} \right] \quad (6)$$

부엽의 효과를 최소로 하기 위해서

$$\int_1^{\infty} H(f) df = 0$$

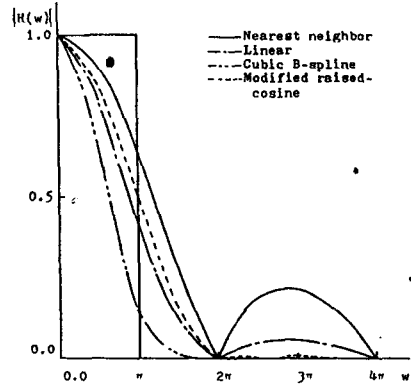


Fig. 2. Comparison of interpolation function

위의 저분을 풀면 $\alpha = 0.24$ 가 최적의 값을 얻을 수 있다. 즉,

$$h_{MRC}(x) = 0.24(1-x) + 0.76(0.5 + 0.5 \cos \pi x) \\ = 0.62 - 0.24x + 0.38 \cos \pi x \quad (7)$$

3. Edge-enhanced B-spline [7][8]

B-spline함수를 이상적인 보간함수와 B-spline의 blurring함수와와의 상승 저분으로 modelling할 수 있다. 즉,

$$f(x) = \{ f_a(x) * b_m(x) \} * d(x) \\ = \{ f_a(x) * \text{sinc}(x) * h(x) \} * d(x) \\ = \{ f(x) * h(x) \} * d(x) \quad (8)$$

여기서 $d(x)$ 는 deblurring 함수이고 $h(x)$ 는 B-spline함수의 blurring model이다. 식(8)로부터 $h(x) * d(x) = \delta(x)$ 임을 유추할 수 있다. B-spline함수의 blurring 모델은 Gaussian으로 나타낼 수 있다[7]-[9]. 즉,

$$H(\omega) = e^{-m\omega^2}$$

식(8)로부터

$$F(\omega) = F_a(\omega) B_m(\omega) D(\omega) \\ = F_a(\omega) \text{Rect}(\omega) H(\omega) D(\omega) \\ = F(\omega) H(\omega) D(\omega) \quad (9)$$

$$H(\omega) D(\omega) = 1 \quad (10)$$

$B_m(\omega)$ 의 blurring model은 $H(\omega)$ 이므로 deblurring 함수, $D(\omega)$ 는

$$D(\omega) = e^{m\omega^2}$$

series 전개에 의해서 유도된 함수 $f_{EHB}(x)$ 는

$$f_{EHB}(x) = b_m(x) + \frac{-2mn}{2!} \left(\frac{d}{dx} \right)^2 b_m(x) + \dots \quad (11)$$

식(11)에서 $m=4$ 이면 3차 미분이상은 0이 되며, 다음의 식으로 나타내어진다.

$$f_{EHB}(x) = \begin{cases} K(2x^3 - 3x), & 0 < x < 1 \\ K(-6x^3 + 24x^2 - 15x - 4), & 1 < x < 2 \\ K(6x^3 - 48x^2 + 111x - 58), & 2 < x < 3 \\ K(-2x^3 + 24x^2 - 93x + 116), & 3 < x < 4 \end{cases} \quad (12)$$

IV. 극부적응적 영상보간을 위한 새로운 SPLINE 함수

1. Deblurring of B-spline

B-spline함수의 blurring model인 Gaussian의 일반적인 식을 쓰면[10]

$$h(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-x^2/\sigma^2} \quad (13)$$

식(13)을 Fourier 변환을 하면

$$H(\omega) = e^{-\omega^2 \sigma^2 / 2} \quad (14)$$

구하는 deblurring함수는

$$D(\omega) = e^{\omega^2 \sigma^2 / 2}$$

이며, 유도된 보간함수는

$$f_{deblur}(x) = b_m(x) + \frac{-\sigma^2}{2!} \left(\frac{d}{dx}\right)^2 b_m(x) + \dots \quad (15)$$

식(15)는 차단주파수이상의 고주파성분으로 인해서 aliasing효과를 수반하게된다. 이제 이 aliasing효과를 줄이는 방법을 고려해보자.

2. De-aliasing of $f_{deblur}(x)$

재표본화는 고주파성분이 최소가 되는 LPF를 만드는 문제이다[11]. 식(15)의 부가항이 1차이므로 이를 3차의 다항식으로 대체한다면 고주파성분을 상당히 줄일수 있을것이다. 식(15)를 $m=4$ 에 대해서 다시쓰면,

$$\begin{aligned} f_{deblur}(x) &= b_4(x) - \beta b_4''(x) \\ &= \{b_2(x) * b_2(x)\} - \beta \{b_2(x) * b_2(x)\}'' \\ &= \{b_2(x) * b_2(x)\} - \beta \{b_2(x) * b_2''(x)\} \end{aligned} \quad (16)$$

여기서 $\beta = \frac{\sigma^2}{2!}$ 이고 $b_4(x) = b_2(x) * b_2(x)$ 이다.

식(16)에서 알수 있듯이 $[-1, 1]$ 구간에서 선형보간함수의 특성을 가지는 3차의 다항식이 필요함을 알수 있다. 구하는 식은 다음과 같다.

$$u_2(x) = 2|x|^3 - 3|x|^2 + 1 \quad (17)$$

식(17)의 2차 미분은

$$\begin{aligned} u_2''(x) &= 12|x| - 6 \\ \frac{u_2(x)''}{6} &= 2|x| - 1 \end{aligned} \quad (18)$$

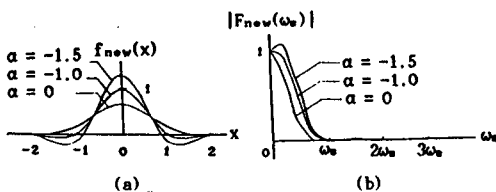


Fig.3. New spline interpolation functions (a) Basis functions (b) Frequency spectrum

식 (16)와 (18)로 부터 $f_{new}(x)$ 는

$$\begin{aligned} f_{new}(x) &= \{b_2(x) * b_2(x)\} - \beta \{b_2(x) * \frac{u_2''(x)}{6}\} \\ &= b_2(x) * \{b_2(x) - \beta \frac{u_2''(x)}{6}\} \\ &= b_2(x) * \alpha \hat{b}_2(x) \\ &= \begin{cases} \frac{1-2\alpha}{2} |x|^3 - \frac{2-3\alpha}{2} |x|^2 + \frac{2-\alpha}{3} & , 0 < |x| \leq 1 \\ \frac{-(1-2\alpha)}{6} |x|^3 + \frac{2-3\alpha}{2} |x|^2 \\ \quad - (2-2\alpha) |x| + \frac{4-2\alpha}{3} & , 1 < |x| \leq 2 \\ 0 & , 2 < |x| \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

여기서 α 는 deblur계수이고 $\hat{b}_2(x)$ 는 음수 부분을 가지는 선형 보간함수이며 다음의 식으로 나타낸다.

$$\hat{b}_2(x) = \begin{cases} 2 - 3|x| & 0 < |x| \leq 1 \\ 0 & 2 < |x| \end{cases} \quad (20)$$

식 (19)은 그림 3에 나타냈으며, 이 보간함수는 α 의 값에 따라 경계함상효과(edge-sharpening effect)와 잡음 제거(noise smoothing)효과를 동시에 보여준다. 이 함수를 이용하여 영상의 통계적 특성에 따라 극부적응적으로 보간을 할 수 있다. 이 함수는 식(20)과 선형보간함수와의 상승성분으로 나타낼 수도 있다.

3. 극부적응적 영상 보간

$\alpha = 0$ 일때 이 함수는 cubic B-spline 함수이고, $\alpha = -1.0$ 일때는 cubic convolution interpolation함수[3]를 $\alpha = -1.5$ 일때는 edge-enhanced B-spline함수를, 각각 나타낸다. α 가 커질수록 경계 향상효과가 증가하게됨을 알수있다.

3x3창내의 본산치[12]에 따라 다른 α 값을 적용하였으며 잡음제거 효과와 경계함상 효과를 조절하기 위해서 α_{min} , α_{max} 를 주었다.

V. 실험 및 결과

그림4(a)(b)는 원 영상(64x64)과 잡음(SNR = 15dB)이 섞인 영상을 나타낸다.



Fig.4. The original test images (a) Original image (b) Corrupted image of (a)

보간된 영상(256x256)이 그림 5,6에 나타나 있다. 제안된 방법이 다른 방법들에 비해 경계선부분이 향상되었음을 볼수 있고 특히, 잡음이 섞인 영상에서는 경계함상은 물론 잡음 제거 효과도 나타남을 알수 있다.

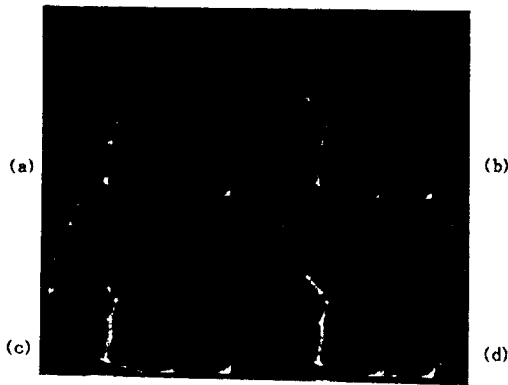


Fig.5. The result images obtained by interpolation schemes

(a) Linear (b) B-spline
(c) A NSF with $\alpha=-1.5$ (d) Proposed method

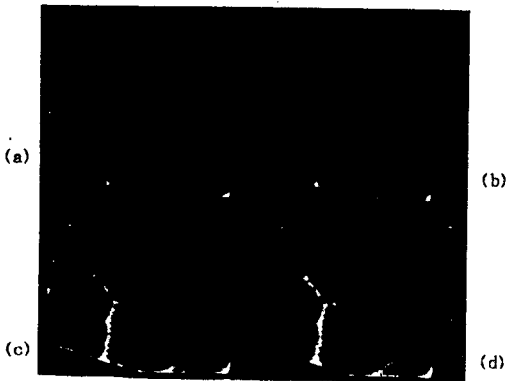


Fig.6. The result images obtained by interpolation schemes in the presence of noise

(a) Linear (b) B-spline
(c) A NSF with $\alpha=-1.5$ (d) Proposed method

VI. 결 론

본 논문에서는 영상 보간에 사용되는 여러가지 방법들을 비교하였다. 즉, nearest neighbor함수, 선형(linear) 보간함수, cubic B-spline 함수, cubic convolution함수, 변형된 raised-cosine함수, edge-enhanced B-spline 함수등이다. 본 논문에서 제안한 새로운 spline함수는 기존의 여러가지 함수들을 포함하며 적응적 보간에 적합한 함수이다. 또한, 제안된 함수는 Gaussian blurring model의 분산(variance)에 기인하는 매개 변수(parameter) α 의 함수로서, α 값에 따라 smoothing현상과 경계 향상(edge-sharpening)효과를 나타내는 특성을 가지며, 여전히 B-spline함수가 가지는 유연성과 연속성을 유지한다. 영상의 통계적 특성을 고려하여 극부적으로 다른 적절한 α 값의 보간 함수를 사용하는

극부 적응적 보간 방법(locally adaptive interpolation)은 좋은 경계 향상을 얻었으며 특히, 이 적응 알고리즘을 잡음이 섞인 영상에 적용하였을 때 경계 향상과 동시에 잡음을 효과적으로 제거(noise smoothing)하는 결과를 보였다.

REFERENCES

- [1] J. Anthony Parker, Robert V. Kenyon, and Donau E. Troxel, "Comparison of interpolation methods for image resampling," *IEEE Trans. Medical Imaging*, vol.2, pp.53-61, 1983.
- [2] H. S. Hou and H. C. Andrews, "Cubic splines for image interpolation and digital filtering," *IEEE Trans. Acoust., Speech, and Signal Processing*, vol.26, pp.508-517, 1978.
- [3] R. G. Keys, "Cubic convolution interpolation for digital image processing," *IEEE Trans. Acoust., Speech, and Signal Processing*, vol.29, pp.1153-1160, 1981.
- [4] S. K. Park and R. A. Schowengerdt, "Image reconstruction by parametric convolution," *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, vol.23, pp.258-272, 1983.
- [5] K. Toraichi, M. Kamada, S. Itahashi and R. Mori, "Window functions represented by B-spline functions," *IEEE Trans. Acoust., Speech, and Signal Processing*, vol. 37, No.1, pp.145-147, Jan. 1989.
- [6] 김 원호, 하 영호, 김 수중, "Modified raised-cosine interpolation and application to image processing," 대한 전자공학회 논문지, 25(4), pp. 453-459, 1988
- [7] Kyeong Soo Kim and Yeong Ho Ha, "Edge - sharpened B-spline interpolation in digital image processing," *JTC on Circuits/Systems, Computers, and Communications, Japan*, pp.340-345, 1989.
- [8] Kyeong Soo Kim, Soon Ja Kim and Yeong Ho Ha, "Edge-enhanced B-splines for image interpolation," *KITE Journal of Electronics Engineering*, vol.1, No.1, pp.49-56, Jun. 1990
- [9] Ronald N. Bracewell, *The Fourier Transform and its Applications*, McGraw-Hill Book Co., pp.135-176, 1986
- [10] 이 병길, 김 순자, 하 영호, "Locally adaptive image resampling using new spline function," 제 3 회 신호처리 합동 학술회의, pp. 370-374, 1990
- [11] Einar Maeland, "On the comparison of interpolation methods," *IEEE Trans. Medical Imaging*, vol.7, No.3, pp.213-217, Sep., 1988.
- [12] W. J. Song and W. A. Pearlman, "Edge-preserving noise filtering based on adaptive windowing," *IEEE Trans. Circuits and Systems*, vol.35, No.8, pp.1048-1055, Aug. 1988.