유입량의 연속분포를 고려한 저수지의 최적 운용에 관한 연구

송 길 영　　　　　김 영 태°

고려대학교 전기공학과

A Study on the Optimal Operation of Reservoir System Considering Continuous Inflow Distribution

K.Y. SONG　　　　Y.T. KIM°

Dept. of Electrical Engineering KOREA UNIVERSITY

1. 서론

저수지를 포함하는 계통에서는 일반적으로 계통운용의 경제성을 1년을 단위로해서 검토하고 있다. 이와같이 1년이라는 오랜기간을 취급하게 되므로 운용과 동시에 운용계획으로의 문제로되며 특히, 하천의 유입량이 연간에 걸쳐 결정되어 있는것이 아니라 어떤 분포를 가지고 크게 변동하고 있다. 이 유입량 이외에도 확률적인 변동을 하는것으로 계통부하가 있지만 유입량 변동폭은 부하의 그것과 안될 정도로 훨씬 더 큰 것이다. 본 연구에서는 불확실성이 매우 큰것으로 생각되는 유입량에 주목해서 검토하고 있다. 유입량의 불확실성을 고려한 연간 경제운용을 생각할 경우에는 오랜기간에 걸친 유입량의 분포를 어떻게 파악할 것인가, 또 파악한 유입량의 분포를 어떻게 운용계획 계산에 이용할 것인가가 문제로 된다.

종래에는 동적계획법에 불확실성을 고려하는 확률론적 동적계획법(Stochastic Dynamic Programming Method : 이하 SDP법 이라함)에 있어 SDP 계산전 미리, 과거 유입량의 실적치에 대한 통계처리를 하여 확률분포함수를 구한 다음 이것에 의해 미리 정해진 유입량 간격에 대한 출현확률을 계산하였으나 (1),(2),(3) 본 연구에서는 유입량을 연속분포로 취급하여 직접 SDP 계산에 포함시켰다. 그 결과 목적함수인 총화력연료비의 기대치 계산시 보다 정확한 출현확률을 적용할 수 있게 되었다. 이를 위하여 각 시간대의 저수량을 상태공간모델로 설정하여 각 시간대말 저수량의 상태공간에 대한 천이확률을 계산하여 SDP 계산을 행하였다.

2. 유입량의 연속분포 고려

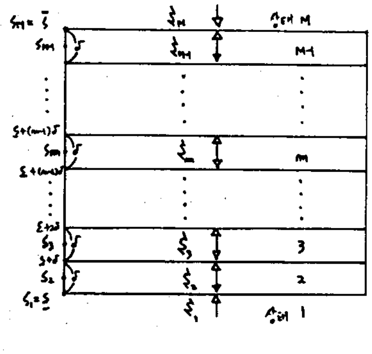
2.1 저수량의 상태공간 취급

저수지의 저수량을 이산화된 파라미터와 유한개의 상태로 구성되는 확률과정으로 표현하기 위하여 i시간대에 대한 저수지의 상태 $_iS$ 및 이들 상태에 대한 범위 즉, 상태공간 $_iS$를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$_iS = (S_1, S_2, ---, S_m, ---, S_M)_i \tag{1}$$

$$_iS = (S_1, S_2, ---, S_m, ---, S_M)_i \tag{2}$$

그림 1은 이와같은 상태 및 상태공간에 대한것이며 그림에서 δ는 저수량의 격자점간격을 나타낸다.



2.2 상태천이 확률의 계산

그림 2는 i시간대의 확률변수인 유입량 $_iJ$에 의한 다음 시간대인 i+1 시간대초 즉, i시간대말 저수량의 상태천이에 대한 것이다. 저수량이 i시간대초 l상태에 있을때 대수정규분포를 가지는 확률변수인 유입량 $_iJ$에 의해 i시간대말에 m상태로 되는 조건부확률(Conditional Probability) 즉, 천이확률을 $_iP_{l,m}$으로 나타내면

$$_iP_{l,m} = P([_{i+1}S] = m \mid [_iS] = l) \text{ 이 된다.} \tag{3}$$

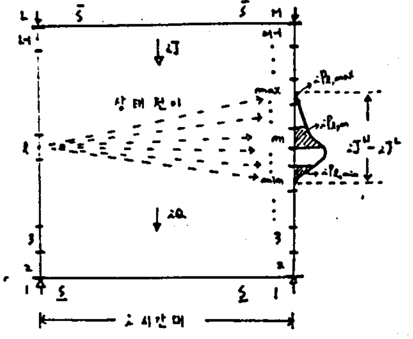


그림 2. 유입량에 의한 상태천이

이러한 출현확률 $_iP_{l,m}$ 은 유입량의 확률밀도함수(Probability Density Function) 를 시간대말 저수량의 각 상태가 가질 수 있는 범위 즉 각 상태공간 $_iS$ 에 대응하는 유입량의 범위에 대하여 적분을 함으로써 구할 수 있다. i시간대초 l 상태에서 i 시간대말 m 상태로 가져가기위한 유입량의 값 $_iP_{l,m}$ 은

$$_iJ_{l,m} = {_iS_l} - {_{i+1}S_m} + {_iQ} \tag{4}$$

의 관계식을 가지며 m 상태의 상태공간 $S_m=[(m-2)\delta, (m-1)\delta]$ 에 대응하는 유입량의 범위를 $[_i\underline{J}_{l,m}, {_i\bar{J}_{l,m}}]$ 이라하면

$$_i\underline{J}_{l,m} = {_iJ_{l,m}} - \delta/2 \tag{5}$$

$$_i\bar{J}_{l,m} = {_iJ_{l,m}} + \delta/2 \tag{6}$$

이와같은 과정을 m = 1,2,...,M 에대해 구한다음, i 시간대의 l 상태에서 m 상태로의 상태천이확률 $_iP_{l,m}$ 은 다음과 같다.

$$_iP_{l,m} = \int_{_i\underline{J}_{l,m}}^{_i\bar{J}_{l,m}} f(J)dJ$$

$$= \int_{_i\underline{J}_{l,m}}^{_i\bar{J}_{l,m}} (1/\sqrt{2\pi})\exp(-J^2/2)dJ \tag{7}$$

3. 확률론적 동적계획법의 적용

임의의 i 시간대에 있어 유입량분포 ${}_iT$ 및 사용수량 ${}_iQ$ 에의한 ${}_iS_l$ 에서 ${}_{i+1}S_m$ 으로의 상태천이는 다음의 관계를 가진다.

$${}_{i+1}S_m = {}_iS_l - {}_iQ + {}_iJ_{l,m} \qquad (8)$$

식 (8) 에서 ${}_iT_{l,m}$ 은 각 시간대마다 독립된 확률변수이며 ${}_{i+1}S$ 의 평균 및 분산은

$$E[{}_{i+1}S_m | {}_iS_l] = {}_iS_l - {}_iQ + E[{}_iJ] \qquad (9)$$

$$Var[{}_{i+1}S_m | {}_iS_l] = Var[{}_iJ] \qquad (10)$$

으로된다. 또 ${}_iT$ 에의한 i 시간대 화력연료비의 기대치 $E[{}_iF]$ 는

$$E[{}_iF] = \sum_{m=1}^{M} {}_iF({}_iS_l, {}_{i+1}S_m, {}_iJ_{l,m})\, {}_iP_{l,m} \qquad (11)$$

으로되며 목적함수인 연간 총화력 연료비의 기대치 는

$$\phi = \sum_{i=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} {}_iF({}_iS_l, {}_{i+1}S_m, {}_iJ_{l,m})\, {}_iP_{l,m} \qquad (12)$$

이상의 문제를 후진형 (Backward) SDP 법으로 풀기위하여 최적성의 원리를 도입하면 다음과 같은 점화식으로 쓸 수 있다.

$${}_i\phi({}_iS_l, {}_{i+1}S_m) = \sum_{m=1}^{M} \{ {}_iF({}_iS_l, {}_{i+1}S_m, {}_iJ_{l,m}) + {}_{i+1}\Phi({}_{i+1}S_m) \} {}_iP_{l,m} \qquad (13)$$

$${}_i\Phi({}_iS_l) = \min_{{}_{i+1}S_m} [{}_i\phi({}_iS_l, {}_{i+1}S_m)] \qquad (14)$$

단, ${}_{N+1}\Phi({}_{N+1}S) = 0$

4. 계산예

저수지 운용계산의 기본케이스로서 그림 3 과 같이 한강수계의 화천, 소양강 및 충주의 3 저수지, 1 화력계통으로 등가화시킨 실계통에 관하여 수치계산을 실시하였다.

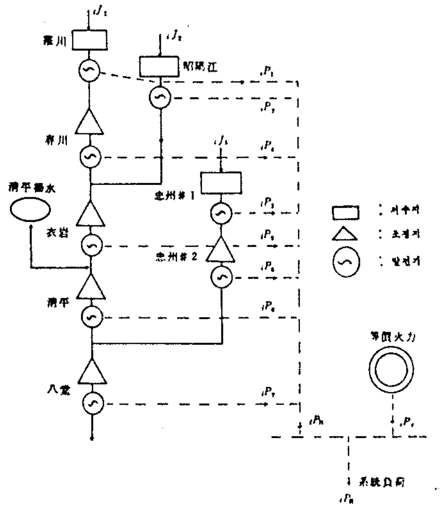


그림 3. 계통의 구성

그림 4 및 그림 5 는 계산결과인 저수지 운용곡선의 수렴상황에 대한 것이다. 그림에서 각 저수지의 월간 저수량은 연중 풍수기인 7,8,9 월을 대비하여 5,6 월경에 연중 최저치로 가져가 풍수기에 저수량을 저장하여 갈수기인 11 월에서 2 월경에 저장된 저수량을 사용하고있음을 알 수 있다.

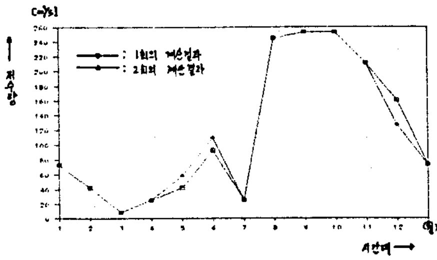


그림 4. 화천저수지 운용곡선의 수렴상황

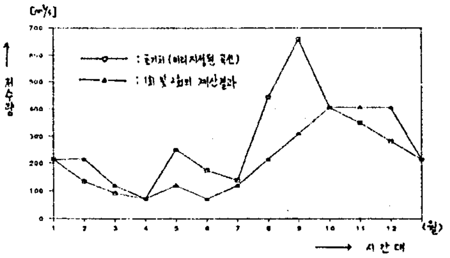


그림 5. 소양강 저수지 운용곡선의 수렴상황

참고문헌

[1]. Butcher, W.S. 外 : "Optimal reservior Operation using Stochastic Dynamic Prigramming, Rep. H-W 9, 49p, Center for water Resour. Res. , Univ. of Nev. Reno 1970
[2]. Su, S.Y. 外 "Generalization of Whites method of successive Approximations to a periodic Markovian decision process, Oper. Res. 20(2), 318 - 327, 1972
[3]. Mawer, P.A. 外 : "Improved Dynamic Programming Pricedures and their Practical Application to Water Resources systems, Water Resour. Res. , 10(2), 183 - 190, 1974
[4]. 한국전력공사, 고대부설 생산기술연구소 : "수력발전소의 합리적운용 프로그램개발 연구" 한국전력공사 연구보고서, KRC - 84, S - J01, 1987, 6
[5]. G.C.Contaxis 外 : "Hydrothermal Scheduling of Multireservoir Power System with Stochastic Inflow", IEEE Winter Meet: 012 - 5 PWRS, 1990