

# Parametric Transformer의 동작해석

황영문\* 정기화\*\* 박한웅\*\*

\* 부산대학교 \*\* 해군사관학교

## An analysis on the Parametric Transformer

Young-Moon Hwang\* Kee-Hwa Jeong\*\* Han-Woong Park\*\*

\* Pusan Univ. \*\* Naval Academy

### Abstract

A passive power converter operating on the principle of parametric excitation, called Parametric transformer, is analyzed. The energy transfer from the input to the output is achieved through the double frequency variation of magnetic path reluctance to the input frequency without mutual flux coupling between two windings. Thus, output becomes available which is essentially independent of waveform of excitation. The mathematical model of the device is developed and its solution is obtained. The outstanding characteristics of the device is explained from the analysis.

### 1. 서론

오래전부터, 에너지저장소자의 Parameter를 제어함으로써 Parametric oscillation을 여기시키는 Parametric resonance circuit에 대한 연구가 상당히 행해져 왔으며, 그 기본원리도 밝혀져 있다. 특히 최근에 이르러, 회로의 인덕턴스를 변화시켜 새로운 개념의 Passive power converter 기능을 갖는 Parametric transformer에 대한 연구가 주목받고 있다.

이 Parametric transformer는 구조가 간단하여 고장이 발생하기 어려운 점 외에도, 과부하보호 및 고조파에 대한 장방향여파기능을 갖고 있기 때문에 각 방면에서의 응용이 기대되고 있으며, 특히 1차측(전원측)과 2차측(발전)측에 의해 발생하는 자속이 공간 및 시간적으로 90°의 위상차를 갖는 것을 이용하여 공통자속에 발생하는 회전자계에 의해 운전되는 파라메트릭 유도전동기도 제안되어져 있다.

그러나, 구조의 간단함에도 불구하고 이 장치의 Parameter가 비선형이면서 시간에 따라서 변화하므로 정량적인 해석을 어렵게 하는 요인이 된다.

따라서 본 논문에서는 Parametric transformer의 동작을 해석 하기위해, 자화곡선의 비선형 영역에서 1차측과 2차측의 자속의 상호작용에 의해 발생하는 파라메타적인 결합을 기초로 하여, 기기의 자로를 해석하여 방정식을 세우고, 그 해를 구하여 발전특성과정을 살펴봄으로써 과도 및 정상상태의 동작을 설명함과 동시에, 나아가 발전안정영역을 도출하여 각 용량에 따른 기기의 최적 설계에 대한 근거를 제시하고자 한다.

### 2. 원리 및 수학적 해석

#### 2-1. 자기결합함수

Parametric transformer는 2개의 C형 코어를 공간적으로 90°회전시켜 배치시키고, 각 코어에 권선을 감은 뒤 2차측에 공진용 콘덴서를 연결시킨 구조를 갖고 있다. 이것을 그림1에 나타내었다.

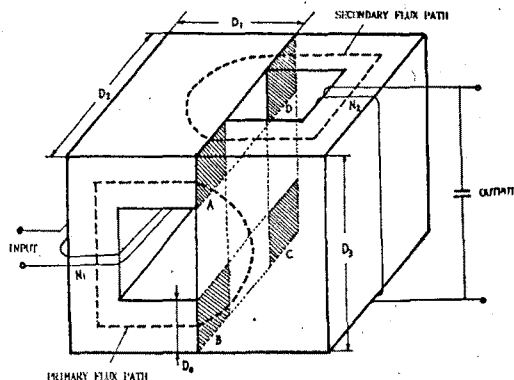


Fig.1 Two C-core Parametric transformer

그림으로부터 알 수 있듯이, Parametric transformer는 구조상 종래의 변압기에서처럼 Mutual flux성분은 존재하지 않으며, 오직 4개의 접합면(A, B, C, D)에서 자속의 비선형적인 작용에 의해 자기회로의 Reluctance가 전원주 파수의 2배로 변화함으로써 1차측에서 2차측으로 에너지를 전달하는 장치로서, 본질적으로는 Parametric oscillation을 여기시키기 위해, 2차측에 공진용 콘덴서를 연결시킨 가변인덕턴스장치이다.

이 장치의 해석을 위해, 코어의 구조로부터 자기회로의 방정식을 유도한다. Parametric transformer의 자기회로를 등가적으로 나타내면 그림2와 같다.

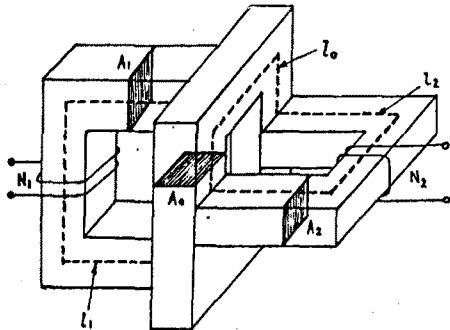


Fig.2 Equivalent magnetic model of two C-core structure

이 브리지형태의 자기회로를 기초로 하여 1차측과 2차측의 MMF합수를 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 F_1(\phi_1, \phi_2) &= R_m \phi_1 + l_1 f(\phi_1/A_1) \\
 &\quad + (1/2) l_0 [f((\phi_1 + \phi_2)/2A_0) + f((\phi_1 - \phi_2)/2A_0)] \\
 F_2(\phi_1, \phi_2) &= R_m \phi_2 + l_2 f(\phi_2/A_2) \\
 &\quad + (1/2) l_0 [f((\phi_1 + \phi_2)/2A_0) - f((\phi_1 - \phi_2)/2A_0)]
 \end{aligned} \tag{1}$$

또 히스테리시스를 무시하면, 기기의 자화특성곡선은 아래와 같은 식으로 근사화할 수 있다.

$$F = f(B) = k_1 B + k_3 B^3 \tag{2}$$

식(2)를 식(1)에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned}
 F_1(\phi_1, \phi_2) &= (R_m + p_1 + r_1 + 3r_3 \phi_2^2) \phi_1 + (p_3 + r_3) \phi_1^3 \\
 F_2(\phi_1, \phi_2) &= (R_m + s_1 + r_1 + 3r_3 \phi_1^2) \phi_2 + (s_3 + r_3) \phi_2^3 \dots \tag{3} \\
 p_1 &= l_1 k_1 / A_1 & p_3 &= l_1 k_3 / A_1^3 \\
 s_1 &= l_2 k_1 / A_2 & s_3 &= l_2 k_3 / A_2^3 \\
 r_1 &= l_0 k_1 / 2A_0 & r_3 &= l_0 k_3 / (2A_0)^3
 \end{aligned}$$

로 된다.

위 식은 2개의 C형 코어로 이루어진 Parametric transformer의 자기회로에 대한 정확한 수학적 모델을 나타내며,

접합면사이의 공극에 의한 효과도  $R_m$ 의 항으로 포함되어져 있다. 또 식으로부터,  $F_1(\phi_1, \phi_2)$ 과  $F_2(\phi_1, \phi_2)$ 를  $\phi_1$ 과  $\phi_2$ 의 식으로 표현함으로써, 두 자속이 비선형적으로 상호작용하고 있음을 명백히 알 수 있다.

### 2-2. 수학적 모델

Parametric transformer의 등가회로를 나타내면 그림3과 같다.

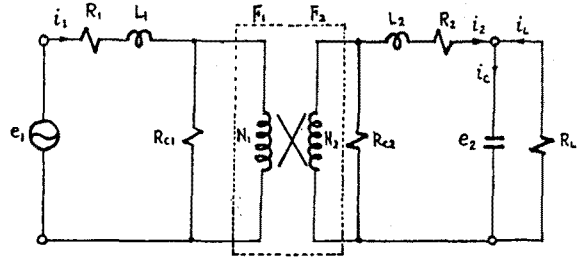


Fig.3 Equivalent circuit of Parametric transformer

간단히 하기 위해 철손과 누설리액턴스를 무시하고 1차측 및 2차측의 회로방정식을 세우면 아래와 같은 식이 얻어진다.

$$\frac{d^2}{dz^2}(\phi_2) + b \frac{d}{dz}(\phi_2) + c \frac{d}{dz} F_2(\phi_1, \phi_2) + g F_2(\phi_1, \phi_2) = 0 \tag{4-1}$$

$$\frac{d}{dz}(\phi_1) + a F_1(\phi_1, \phi_2) = \phi_{1m} \cos(z) \dots \tag{4-2}$$

$$\begin{aligned}
 a &= R_1 / \omega N_2^2 \\
 b &= 1 / \omega R_L C \\
 c &= R_2 / \omega N_2^2 \\
 g &= (1 + R_2 / R_L) \omega^2 N_2^2 C \\
 \phi_{1m} &= V_{1m} / \omega N_1
 \end{aligned}$$

식(4-2)에 식(3)을 대입하여 정리하면 2차회로에 대한 미분방정식이 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 \phi_2}{dz^2} + (b + c R_{m2av} (1 - \cos 2z) + 3c (s_3 + r_3) \phi_2^2) \frac{d \phi_2}{dz} \\
 + (g R_{m2av} (1 - \cos 2z) + 3r_3 \phi_{1m}^2 \csc 2z) \phi_2 \\
 + g (r_3 + s_3) \phi_2^3 = 0 \dots \tag{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{여기서 } R_{m2av} &= R_m + s_1 + r_1 + 1.5 r_3 \phi_{1m}^2 \\
 &= 1.5 r_3 \phi_{1m}^2 / R_{m2av}
 \end{aligned}$$

위식은 일반해가 존재하지 않는 시변계수를 갖는 비선형 미분방정식이다. 따라서 초기상태와 정상상태로 나누어

분석한다. 즉, Parametric oscillation이 일어나는 초기에는 2차자속의 크기가 작으므로, 식(5)의 비선형항을 무시할 수 있고, 또  $R_2 = 0$ ,  $R_L = \infty$  로 가정하면 다음 식이 얻어진다.

$$\frac{d^2 \phi_2}{dz^2} + gR_{m2av} (1 - m \cos 2z) \phi_2 = 0 \dots (6)$$

이식은 Mathieu 방정식의 표준형으로써 다음과 같은 해를 갖는다.

$$\phi_2 = \phi_{20} e^{\mu z} (z - \sigma) \dots (7)$$

여기서  $\phi_{20}$ 는 발진이 확립되기 전에 존재하는 작은 값의 자속진폭이며,  $\phi_2$ 가 지속적으로 증가하기 위해서는  $\mu = -(3/8) g r_3 \phi_{1m}^2 \sin 2\sigma$  의 값이 양의 실수가 되어야 한다. 즉  $\mu$ 가 음의 값을 가지면  $\phi_2$ 는 어떤 일정한 주파수에서  $\phi_{20}$ 의 작은 진폭으로 발진하게 되겠지만, 회로의 손실을 고려하면, 발진이 일어나지 않음을 알 수 있다.

따라서  $\mu$ 값이 양의 실수이면서 최대가 되어야만 발진이 시작되어  $\phi_2$ 의 진폭이 최대로 증가하게 되고, 이때  $\phi_2$ 의 위상은 초기조건에 따라  $\sigma = -(\pi/4)$  또는  $(3/4)\pi$ 의 안정한 위상을 갖게 된다. 그리고 자속의 진폭이 지수함수적으로 증가함은  $\phi_2$ 의 해가 불안정한 영역에서 구해진다는 것을 의미한다.

그러나  $\phi_2$ 의 진폭이 충분히 커져가면, 4개의 공통 접합면에서의 자기포화로 인해, 전원주파수의 2배로 변화하는 Reluctance의 진폭은 최대값으로 고정되므로 2차발진전압의 크기도 일정한 값을 취하게 된다. 따라서 공통접합면에서의 자기포화효과가 커지면, 식(5)는 다음과 같이 비선형항을 갖는 식으로 된다.

$$\frac{d^2 \phi_2}{dz^2} + gR_{m2av}(1 - m \cos 2z) \phi_2 + g(r_3 + s_3) \phi_2^3 = 0 \quad (8)$$

위 식중의 비선형항으로 인해, 발산해가는  $\phi_2$ 의 진폭은 일정하게 유지되고,  $\phi_1$ 에 대한 위상차도  $-(\pi/4)$  또는  $(3/4)\pi$ 이던 것이  $-(\pi/2)$  또는  $\pi/2$ 로 변화해 가게 된다.

그러나, 2차에 부하를 연결한 경우에는,  $\phi_1$ 에 대한  $\phi_2$ 의 위상차가  $-(\pi/2)$  또는  $\pi/2$ 보다 약간 줄어들게 된다. 이것은 2차전류가 증가함에 따라 기기의 손실이 커지는 데에서 기인한다. 따라서  $\phi_1$ 과  $\phi_2$  사이의 위상차가  $-(\pi/2)$  또는  $\pi/2$ 로부터 줄어드는 크기에 비례하여 2차전류가 증가하게 되므로, 위상차 감소본은 2차속으로 전달된 에너지의 양을 알 수 있는 척도가 된다.

### 3. 실험 및 결과

실험에 사용한 기기의 각 치수는 다음과 같다.

f	60 [ Hz ]	$l_0$	26 [ mm ]
$N_1$	270 [ Turns ]	$D_1$	66 [ mm ]
$N_2$	326 [ Turns ]	$D_2$	85 [ mm ]
$L_g$	0.01 [ mm ]	$D_3$	92 [ mm ]

Table. The design parameter of Parametric transformer

위 값들을 이용하여, 기기의 발진확립과정 및 정상상태 운전특성을 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 구하였다. 그 결과 Parametric transformer의 2차자속이 초기발진에서부터 진폭 및 위상이 변화하여 발진이 확립되는 과정을 살펴 볼 수 있었으며, 다음과 같은 기기 고유의 특성을 구할 수 있었다.

- 1) Under- and over-voltage protection
- 2) Over-load protection
- 3) Phase shift
- 4) Frequency multiplication
- 5) Bilateral filtering

### 4. 참고 문헌

- 1 BURIAN, K : 'Theory and analysis of a parametrically excited passive power converter', IEEE Trans., IA-8, pp.278-282, 1972
- 2 FAM, W.Z., & VERMA, R.P. : 'Theory and performance of parametric transformer', IEEE Trans., PAS-91, pp. 2494-2503, 1972
- 3 POWER, H.M. : 'Analysis of a passive power converter as a nonlinear feedback system', IEEE, Trans., IA-11, pp. 556-559, 1975
- 4 TEZ, E.S., & SMITH, I.R. : 'Mathematical model and characteristics of parametric transformer', IEE Proc. B, Electr. Power Appl., 129, (3), pp.117-129, 1982
- 5 平井, 原田 : '記述關數法によるパラメータ動振回路の解析', 電學論 II, 99, 303, (昭 54-5)
- 6 坂本, 村上, 菊池 : '等價線型化法によるパラメトリック電動機の不安定現象の解析', 電子通信學會機術研究報告, CAS 84-149, 84, 229, 65, (昭 59-12)