

Kalman Filtering에 의한 河川流域의 降雨-流出 모델 Study on Kalman Filtering Rainfall- Runoff Model of River Basin

李 舜 鐸* 李 永 禾**

1. 序 論

水文學的 時系列에서 水文量은 先行 水文量의 移越效果(carry over effect)의 영향을 받으므로 강한 推計學的(stochastic) 성질을 가지며, 이와 같은 水文事象이 발생하는 河川流域을 하나의 推計學的 시스템으로 볼 수 있다. 아울러 水文시스템의 流出모델은 항상 自然系의 現象이 갖고 있는 無作爲性으로 인하여 모델의 媒介變數가 不確定性을 내포하고 있으므로 그 媒介變數가 時間 및 空間에 따라 변할 수 있도록 하여야 한다. 그러나 일반적으로 降雨-流出모델의 모델화 과정은 모델의 媒介變數가 定常性을 가진다고 가정하는데, 이것은 실제 水文現象과는 현저한 차이가 있다.

따라서 본 研究에서는 河川流域의 降雨-流出解析과 精確한 流出豫測을 위하여 일반적으로 降雨-流出解析에 많이 사용하여 온 線型貯水池모델과 탱크모델을 基本모델로 구성한 Kalman filtering 降雨-流出모델을 사용하여 降雨-流出모델의 物理的 過程의 不確實性을 감소시키고 媒介變數가 時間 및 空間에 따라 변하도록 함으로서 精度높은 河川流域의 流出豫測 알고리즘을 확립하는데 그 目的을 두었다.

2. Kalman Filtering 降雨流出 모델

Kalman filtering 技法을 이용하여 降雨-流出 모델의 觀測誤差를 filtering하고 狀態變數가 時變性을 가지도록 함으로서 河川流域의 精確한 降雨-流出 豫測을 가능토록 하였다. Kalman filtering 降雨-流出모델의 적용을 위한 基本모델로 사용된 降雨-流出모델은 降雨-流出解析에 많

이 이용되고 있는 線型貯水池모델과 탱크모델이며, Kalman filtering 線型貯水池모델에서는 IUH의 縱距를, Kalman filtering 탱크모델의 경우에는 모델의 媒介變數를 狀態벡터로 각각 취급하였다.

2.1 Kalman filtering 線型貯水池 모델

2.1.1 시스템 모델

線型貯水池 모델의 媒介變數 n , K 의 平均值로 부터 구한 IUH 縱距 $U(k)$ 와 計算流量 $PQK(k)$ 를 狀態벡터 $X(k) : (2 \times 1)$ 로 나타내면 식(2.1.1)과 같다.

$$X(k) = \begin{bmatrix} PQK(k) \\ U(k) \end{bmatrix} \quad (2.1.1)$$

그리고 狀態 遷移行列 $\Phi(k) : (2 \times 2)$ 와 시스템誤差 遷移行列 $\Gamma(k) : (2 \times 2)$ 는 單位行列 I 로 가정하였으며, 시스템誤差의 共分散 行列 $Q(k)$ 의 初期値는 $Q(0) = 0.01 \cdot I$ 로 가정하였다. 따라서 시스템모델의 關係式은 식(2.1.2)와 같다.

$$X(k) = X(k-1) + w(k) : w(k) \sim N(0, Q(k)) \quad (2.1.2)$$

2.1.2 觀測 모델

線型貯水池 모델에서 이용할 수 있는 유일한 觀測資料는 流量 Q 이므로 이를 벡터 Z 로 표시하여 觀測모델을 나타내면 식(2.1.3)과 같다.

$$Z(k) = H(k) \cdot X(k) + v(k) : v(k) \sim N(0, R(k)) \quad (2.1.3)$$

여기서, 觀測 遷移行列 $H(k) : (1 \times 2)$ 는 $H(k) = [1 \ 0]$ 로 가정하고 觀測誤差共分散의 初期値는 流量의 推定値가 없으므로 $R(0)=0$ 으로 하였다.

2.2 Kalman filtering 탱크모델

2.2.1 시스템 모델

탱크모델의 流出計算에서 필요한 총 13개의 媒介變數($\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{13}$)를 시스템 모델의 狀態벡터 $X(k) : (13 \times 1)$ 로 취급하였으며, 그 關係式은 식(2.2.1)과 같다.

$$\begin{aligned} X(k) &= [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{13}]^T \\ &= [A3, A2, A1, B1, C1, A0, B0, C0, HA3, HA2, HA1, HB, HC]^T \end{aligned} \quad (2.2.1)$$

狀態遷移行列 $\Phi(k)$: (13×13) 와 시스템誤差遷移行列 $\Gamma(k)$: (13×13) 는 單位行列 I 로 가정하였으며, 시스템誤差의 共分散行列 $Q(k)$: (13×13) 의 初期値는 $Q(0) = 0$ 으로 假定하였다. 따라서 시스템모델은 식(2.2.2)로 나타낼 수 있다.

$$X(k) = X(k-1) + w(k) ; w(k) \sim N(0, Q(k)) \quad (2.2.2)$$

2.2.2 觀測 모델

탱크모델에서 이용할 수 있는 유일한 觀測資料는 流量 Q 이므로 이것을 벡터 Z 로 표시하면 觀測모델은 식(2.2.3)과 같다.

$$Z(k) = H(k) \cdot X(k) + v(k) ; v(k) \sim N(0, R(k)) \quad (2.2.3)$$

여기서, 觀測 遷移行列 $H(k)$: (1×13) 는 식(2.2.4)와 같다. 觀測誤差

$$H(k) = [h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0] \quad (2.2.4)$$

共分散의 初期値는 流量의 推定値가 없으므로 $R(0) = 0$ 으로 假定하였다.

3. 모델의 適用 및 分析

3.1 分析 流域

본 研究에서 Kalman filtering 降雨-流出모델에 대한 理論과 알고리즘을 실제 河川流域에 적용하기 위한 對象流域은 비교적 精밀한 降雨, 水位 및 流量 등의 水文資料가 있는 IHP 代表流域인 洛東江 渭川流域을 선정하였다.

3.2 分析結果의 比較考察

河川流域의 降雨-流出解析을 위하여 渭川 代表流域에 既存 降雨-流出 모델인 線型貯水池모델, 탱크모델 그리고 Kalman filtering 線型貯水池모델과 Kalman filtering 탱크모델의 分析 結果로 부터 각 모델의 計算水文曲線과 觀測水文曲線은 Fig. 3.2.1~2와 같으며, 觀測値에 대한 각 모델의 適合性 檢定을 실시한 結果는 Table 3.2.1과 같다.

모델의 適合性 檢定結果에서 Kalman filtering 降雨-流出모델이 基本 모델로 사용된 降雨-流出모델보다 향상된 程度를 ME 檢定方法에 대하여 百分率로 표시하면 Kalman filtering 線型貯水池모델이 武城地點에서 9~

54% 향상되었고 孝令地點에서는 12~60%가 향상되게 나타났다. 그리고 Kalman filtering 탱크모델은 武城地點이 7~45%, 孝令地點에서는 0~51% 향상된 결과를 얻을 수 있었다.

이상의 모델 適合性 檢定結果 및 洪水水文曲線의 比較에서 알 수 있는 바와 같이 既存 降雨-流出모델에 時變系 理論인 Kalman filtering을 결합하여 狀態空間 模型化를 실시함으로써 流出解析을 수행한 Kalman filtering 降雨-流出모델이 既存 降雨-流出모델 보다 모든 適合性 檢定에서 향상된 計算結果를 얻을 수 있었다. 따라서 Kalman filtering 降雨-流出모델이 河川流域의 降雨-流出解析 및 流出豫測에 적합한 모델임을 알 수 있었다.

4. 結 論

본 研究에서 流出豫測을 위하여 循環 알고리즘으로 構成된 Kalman filtering 降雨-流出모델은 모델의 媒介變數에 대한 時變性을 잘 나타내고 降雨-流出 過程의 物理的 不確實性을 감소시킴으로서 河川流出豫測에서 양호한 結果를 얻었으며, 河川流域의 降雨-流出豫測 알고리즘으로서 適合하다고 판단된다.

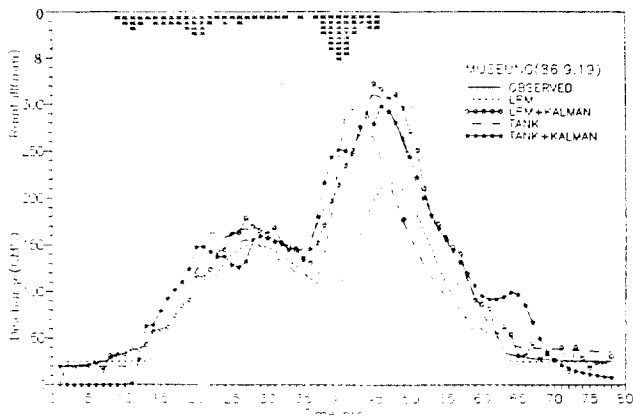


Fig. 3.2.1 Comparison of Flood Hydrographs by Rainfall Runoff Models and Rainfall Runoff Models with Kalman Filtering

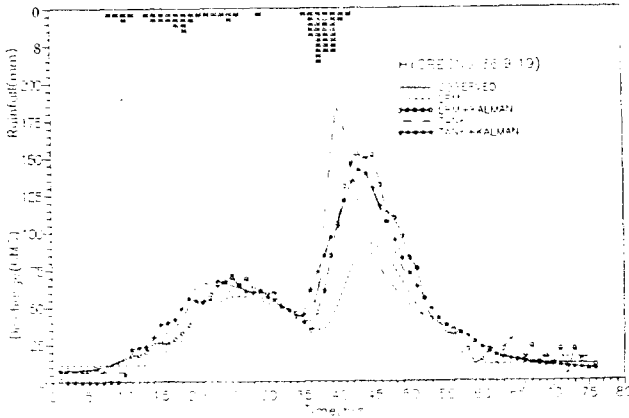


Fig. 3.2.2 Comparison of Flood Hydrographs by Rainfall Runoff Models and Rainfall Runoff Models with Kalman Filtering

Table 3.2.1 Comparison of Error Indices for Models

Stat.	ME				MSE				Bias			
	L	T	LK	TK	L	T	LK	TK	L	T	LK	TK
Mu-seung	1 .70	.86	.97	.92	47.47	32.15	14.21	24.71	31.70	14.71	0.44	-0.59
	2 .88	.86	.96	.98	77.12	80.01	44.36	33.02	42.55	20.02	-1.06	4.07
	3 .61	.84	.94	.93	35.73	22.95	13.64	15.46	27.60	14.62	1.00	2.65
	4 .85	.67	.97	.97	68.55	103.08	30.55	32.67	47.33	38.16	-0.73	10.50
Hyo-reong	1 .67	.85	.95	.97	21.59	14.54	8.76	6.84	12.13	2.60	-0.08	0.68
	2 .86	.65	.97	.98	37.21	58.56	16.12	15.35	24.62	18.40	-0.71	2.41
	3 .60	.89	.96	.91	10.66	5.66	3.31	4.96	5.77	0.95	-0.22	0.69
	4 .82	.94	.92	.94	17.57	10.36	11.60	10.02	10.10	3.91	-0.10	1.75

* L : LRM. T : Tank Model. LK : LRM with Kalman Filtering.

TK : Tank Model with Kalman Filtering

參考文獻

1. Kalman, R.E. and R.S. Bucy, "New Results in Linear Filtering and Prediction Theory," Trans., ASME, Jr. of Basic Eng., Vol. 83, PP.95~107, 1961.
2. Todini, E., D., Bouillot, "A Rainfall Runoff Kalman Filter Model," System Simulation in Water Resources, pp.69~81. 1976.

3. Sugawaru, M., I. Watanabe, E. Ozaki and Y. Katsuyama, "Tank Model with Snow Component," Research Notes No.65, National Research Center for Disaster Prevention, Japan, Nov., 1984.
4. Chiu, Chao-Lin and K. Mizumura, "Prediction of Combined Snowmelt and Rainfall Runoff," Jr. of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.111, No.2, pp.179~193, 1985. Chiu, C.L.(Editor). "Applications of Kalman Filter to Hydrology, Hydraulics and Water Resources," Proc., AGU Chapman Conf., Univ. of Pittsburgh, 1978.
5. Wu, C. M., W. C. Huang "Examples of Flow Forecasting with Kalman Filter," Proc. of ROC-Japan Joint Seminar, Taipei, pp.119~138, 1987
6. Soontak Lee and Sang-In Kim, "A Kalman Filter Model for River Streamflow Forecasting", 7th IWRA World Congress on Water Resources, Morocco, 1991.
7. 金治弘, "降雨-流出 시스템의 物理機構를 고려한 洪水豫測에 관한 研究" 東京工業大學 博士學位論文, 1983
8. 徐炳夏, 尹龍男, 姜瑄沅, "狀態벡터 模型에 의한 河川流出의 實時間 豫測에 관한 研究," 大韓土木學會 論文集, 第 2卷 第 3號, 1982.
9. 李元煥, 李英錫, "Kalman filter에 의한 ON-LINE 流出豫測," 大韓土木學會 論文集, 第 6卷 第 2號, pp.57~65, 1986.