비포화 흐름에서 Hysteresis 모델의 비교 연구

朴 昌 根 (서울大學校 土木工學科 博士過程 修了)
鮮于 伸皓 (서울大學校 土木工學科 敎授)

Abstract

Various Models of the moisture content-capillary pressure hysteresis based on the approach of domain concept in porous media are compared with each other, Model Ⅲ-1(Mualem,1984) is superior to others as expected. A new model based on Model Ⅲ-1 is proposed of which assumption is the linearization of $P_d(\theta)$ accounting for the pore blockage effect against air-entry. The feature of this model is that only one branch of boundary curve is needed to calibrate it, which is the advantage to Model Ⅲ-1. The prediction of boundary drying curve from boundary wetting curve using this model is better than that using Model Ⅰ-1, Ⅱ-1 compared with the experimental data. This model is to simulate scanning curves, while Model Ⅰ-1, Ⅱ-1 is not.

1. 서 론

흙속의 비포화흐름을 장확하게 해석하려면 함수량(θ)[1]-모세관압력수두(Ψ), 함수량-투수계수(K)의 이력현상(hysteresis)과 온도의 영향을 고려하여야 한다. Talsma (1970), Topp(1971a), Vachaud와 Thony(1971), Poulovassilis(1970a)의 실험에 의하면 θ-Ψ에서 상당한 이력현상이 나타나지만 θ-K에서는 거의 무시할 정도의 이력현상이 관찰되었고, Hopmans와 Dane(1986)은 비포화흐름에서 이력 영향이 온도의 영향보다 더 지배적임을 보여주었다. 따라서 본 연구에서는 θ-Ψ 이력현상만을 고려하고자 한다.

θ-Ψ 이력현상을 설명하는 모델은 독립영역개념(independence domain concept)에서 종속영역개념(dependence domain concept)으로 발전되었는데, Poulovassilis(1962)가 독립영역개념을 도입하여 처음으로 θ-Ψ 이력

현상을 설명하였다. Fig.1을 참조하면 공극에서 Ψ의 범위는 이론적으로 $-\infty \leq \Psi \leq 0$이지만 잔여함수량(θ_r:residual water cdntent)에 의해 실제로는 $\Psi_{min} \leq \Psi \leq 0$이다. 이력현상을 고려하면 흙속의 미소부피에 대하여 Ψ가 영에서 Ψ_d까지 감소하면 공기가 공극으로 들어가게되어 함수량은 θ가 되고, Ψ가 Ψ_{min}에서 Ψ_w로 증가하면 물이 공극으로 들어가 역시 θ가 된다. 이와 같이 임의의 공극은 두개의 모세관압력수두값 Ψ_d,Ψ_w에 의해 특정지워 지는데, 물 들어감과 나옴은 이웃하는 공극들의 상태와는 무관하게 발생한다고 생각하는 것이 독립영역개념이다. 여기서 이력현상을 고려하지 않으면 $\Psi_d=\Psi_w$이 된다.

모세관 법칙에 의해 $\Psi=\alpha/R$(α는 상수)이고, 반경 R은 젖음과정(wetting process)에서는 미소부피내의 공극 반경 ρ가 되고 마름과정(drying process)에서는 미소부피 표면에서 공극 반경 r이 된다. r과 ρ를 표준화시키면 $r^*=(r-R_{min})/(R_{max}-R_{min})$, $\rho^*=(r-R_{min})/(R_{max}-R_{min})$로 되고,여기서 R_{max}, R_{min}는 각각 Ψ_{max}, Ψ_{min}에 해당하는 반경이다. 함수량 분포함수를 $f(r^*,\rho^*)$로 정의하면 $r^* \rightarrow r^*-dr^*(\Psi_d \rightarrow \Psi_d-d\Psi_d)$, $\rho^* \rightarrow \rho^*+d\rho^*(\Psi_w \rightarrow \Psi_w+d\Psi_w)$로 변할 때 미소부피가 포함하고 있는 함수량의 변화는 $f(r^*,\rho^*)\,dr^*d\rho^*$로 표시할 수 있다. 따라서 미소부피내의 함수량은

$$\theta = \int\int f(r^*,\rho^*)dr^*d\rho^* \qquad (1)$$

로 표시되는데, 적분은 물로 채워져있는 모세관압력수두 구간에서 행한다.

한편, Philip(1964)은 실험에 의해 그 타당성을 입증한 상사가정(similarity hypothesis)을 도입하였는데, 이는

$$f(r^*,\rho^*) = h(r^*)\cdot l(\rho^*) \qquad (2)$$

로 나타낼 수 있고, 여기서 함수 $h(r^*)$은 면적 공극율을 나타내고 $l(\rho^*)$은 부피 공극율을 나타낸다. 흙이 균질할 경우 $h(r^*)=l(\rho^*)$로 나타낼 수 있으므로(Mualem,1977),식(2)는

$$f(r^*,\rho^*) = h(r^*)\cdot h(\rho^*) \qquad (3)$$

로 된다. $\Psi_w \geq \Psi_d$를 만족하는 Neel 도식(diagram)[2]에 의해 식(2)의 f를 해석한 것이 Model I 이고(Mualem,1973) 식(3)의 f를 해석한 것이 Model I -1이다(Mualem,1977).

비이력 영향(reversible contribution)을 고려하고 있는 $0 \leq r^*,\rho^* \leq 1$인

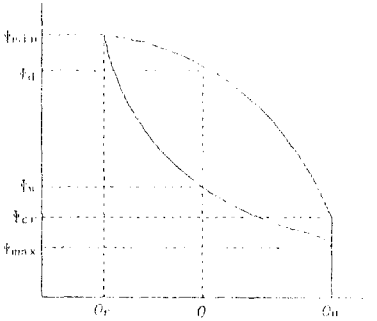

Fig. 1 hysteresis loop

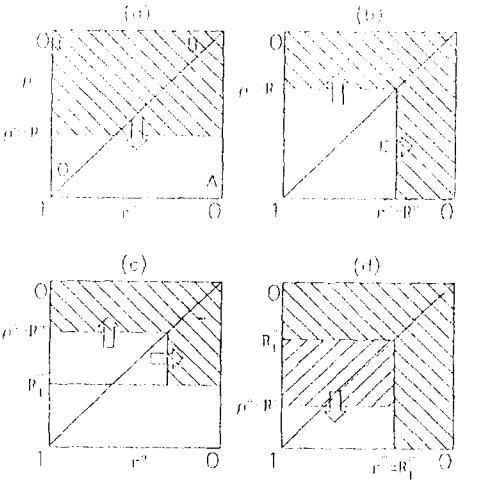

Fig. 2 Mualem gingram
(a) boundary wetting process
(b) boundary drying process
(c) primary drying process
(d) primary wetting process

Table 1. Hysteresis Models

Model	Concept	Needed Expei. Data	Feature
Poulovassilis (1962,1970a,b)	independent domain	two boundary curves sets of primary curves	처음으로 도입 실험
Philip(1964)	"	"	similafrity hypothesis 실험
Model I (Mualem,1973)	"	two boundary curves	Neel diagram
Model I-1 (Mualem,1977)	"	one boundary curves	Neel diagram $f(r^*,\rho^*)=h(r^*)\cdot h(\rho^*)$
Model II (Mualem,1974)	"	two boundary curves	Mualem diagram
Model II-1 (Mualem,1977)	"	one boundary curves	Mualem diagram $f(r^*,\rho^*)=h(r^*)\cdot h(\rho^*)$
Poulovassilis 와Childs(1971)	dependent domain	two boundary curves sets of primary curves	처음으로 도입 실험
Topp(1971b)	"	"	$P_d, P_w \leq 1$ 시산법으로 f계산
Model III (Mualem 과 Dagan,1975)	"	two boundary curves one primary curve	$P_d \leq 1, P_w = 1$ implicit in drying scanning curves
Model III-1 (Mualem,1984)	"	two boundary curves	implicit $f(r^*,\rho^*)=h(r^*)\cdot h(\rho^*)$
Model III-2(Mua. 과Miller,1979)	"	two boundary curves	explicit

Model Ⅳ(Mualem 과 Dagan, 1975)	"	two boundary curves two primary curves	$P_d, P_w \leq 1$
Model Ⅳ-1 (unpublished)	dependent domain	two boundary curves one primary curve	$P_d, P_w \leq 1$
Proposed Model	dependent domain	one boundary curve	$P_w = 1$ $P_d \leq 1$, 선형화

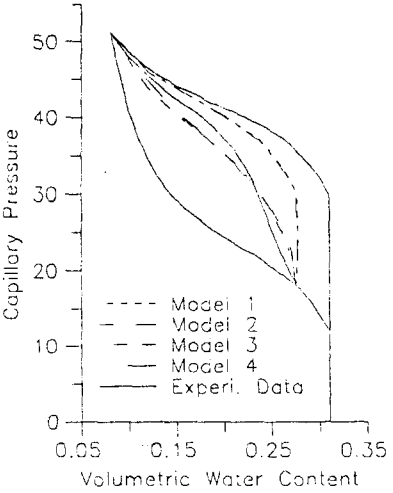

Fig. 3 primary drying curve starting at $\theta_w(P_1)=0.275$

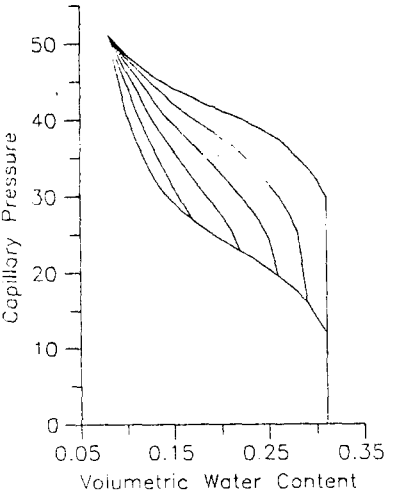

Fig. 4 primary drying curves by Model Ⅲ-1

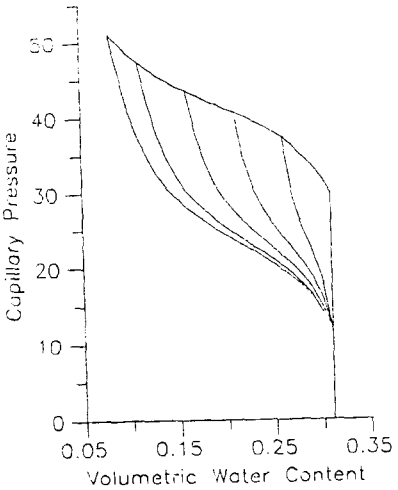

Fig. 5 primary wetting curves by Model Ⅲ-1

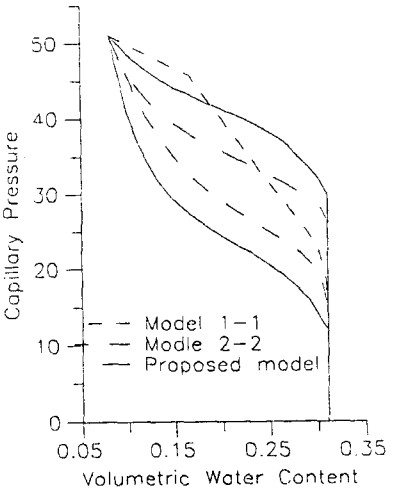

Fig. 6 boundary drying curves calcuited from boundary wetting curve

영역에서 Mualem 도식[3]에 의해 식(2)의 f를 해석한 것이 Model Ⅱ이고 (Mualem,1974) 식(3)의 f를 해석한 것이 Model Ⅱ-1이다(Mualem,1977).

그러나 Ψ가 문지방압력(Ψ_{cr}:air-entry value,threshold pressure)보다 큰 구간에서(즉,$\Psi_{cr} \leq \Psi \leq \Psi_{max}$) 대부분의 이력 루프(hysteresis loop)가 존재할 경우 독립영역개념은 1차,2차 곡선(primary,secondary scanning curve)을 잘 예측하지 못하기 때문에 Poulovassilis와 Childs(1971)는 종속영역개념을 도입하였다. 종속영역개념은 물 나옴(공기 들어감)과 들어감에 대한 각 공극의 거동은 이웃하는 공극들에 의해 영향을 받는다는 것이다. 물이 공극에서 나오려면 Ψ가 상응하는 Ψ_d까지 감소하여야 하는데, 이때 공기는 공극에 접근할 수 있어야 한다. 흙이 포화상태가까이 있으면 공기가 흙을 통해 연속적이지 않으므로 비록 Ψ가 Ψ_d이하로로 감소하더라도 이웃하는 공극들이 배수된 다음 공기로 부터 유리되어져 있는 공극이 배수하게 된다. 이러한 현상을 '공기 들어감에 대한 공극저항 효과' (pore blockage effect against air-entry)라 하며 이를 설명하는 가중치 P_d는 함수량 θ의 함수이고 다음과 같이 정의되어 진다.

$$P_d(\theta) \equiv \frac{\text{실제 공극으로부터 나오는 물의 양}}{\text{공기의 자유로운 접근이 보장될 때 나오는 물의 양}} \quad (\leq 1) \tag{4}$$

비슷하게 '물 들어감에 대한 공극저항 효과'도 설명되어질 수 있고 이에 상응하는 가중치 $P_w(\theta)$도 정의되어 진다. 따라서 미소부피내의 함수량은

$$\theta = \int\int f(r^*,\rho^*)\cdot P_d(\theta)\cdot P_w(\theta) dr^* d\rho^* \tag{5}$$

로 표시할 수 있고, $P_d=P_w=1$이면 독립영역개념에 해당한다. $P_d \leq 1, P_w=1$이고 식(2)의 f를 해석한 것이 Model Ⅲ이고(Mualem과 Dagan,1975) 식(3)의 f를 해석한 것이 Model Ⅲ-1이며(Mualem,1984) , $P_d, P_w \leq 1$이고 식(2)의 f를 해석한 것이 Model Ⅳ이고(Mualem과 Dagan,1975) 식(3)의 f를 해석한 것이 Model Ⅳ-1이다.

주(1): 유효함수량(effective water content) $\theta = \Theta - \Theta_r$로 정의되고 Θ는 실제 함수 량을, Θ_r은 실제 잔여함수량(actual residual water content)을 의미하므로 $\theta_r=0$이고 $\theta_s=\Theta_{max}-\Theta_r$이다. 본 연구의 식 전개에 사용되는 θ는 모두 유효함수량이다.

주(2)(3): Fig.2(a)에서 삼각형OBC는 비이력 영향(reversible

contribution)을 고려하고 OBA는 이력 영향(hysteretic contribution)을 고려하는 영역이다.Neel 도식은 이력영향만을 고려하고 있고 Mualem 도식은 상기 두 영향을 모두 고려하고 있다.

2. 본 론

종속영역개념에 의해 전개된 Model Ⅲ-1은 물 들어감에 대한 공극저항은 무시하고 공기 들어감에 대한 공극저항만을 고려($P_d \le 1, P_w=1$)한 것으로 그 이론적 배경은 다음과 같다.

$P_w=1$이므로 젖음과정(wetting process)에서 각 공극은 독립적으로 거동을 하므로 모세관 압력수두가 $\Psi_{min}(\rho^*=0)$에서 임의의 값 $\Psi_w(\rho^*=R^*)$로 증가하면 Fig.2(a)에서 $0 \le \rho^* \le R^*, 0 \le r^* \le 1$인 영역이 물로 채워진다. 이에 상응하는 함수량은 식(1),(3)에 의해 다음과 같다.

$$\theta_w(\Psi) = \int_0^1 h(r^*)dr^* \cdot \int_0^{R^*} h(\rho^*)d\rho^* \tag{6}$$

$$H(R^*) \equiv \int_0^{R^*} h(r^*)dr^* \tag{7}$$

로 정의하고 R^*를 Ψ로 표시하면 식(6)은 $\theta_w(\Psi)=H(1)\cdot H(\Psi)$로 나타낼 수 있고, $R^*=1$(즉 $\Psi=\Psi_{max}$)일 때 $\theta_w(\Psi_{max})=\theta_u$가 되므로 $H(1)=\theta_u^{1/2}$이다. 따라서 $H(\Psi)$는 다음과 같다.

$$H(\Psi) = \theta_w(\Psi)/\theta_u^{1/2} \tag{8}$$

마름과정(drying process; Fig.2(b)참조)에서 모세관 압력수두가 Ψ_{max}에서 임의의 $\Psi_d(r^*=R^*)$로 감소하면 $R^* \le r^* \le 1$을 가지는 공극 부분만이 공기의 자유로운 접근이 보장(독립영역개념)되어 배수된다. 따라서 이에 상응하는 함수량 변화 $\Delta\theta_0$는 다음과 같다.

$$\Delta\theta_0\left(\begin{matrix}\Psi_{max}\\ \Psi\end{matrix}\right) = (H(\Psi_{max})-H(\Psi))^2 = (\theta_u-\theta_w(\Psi))^2/\theta_u \tag{9}$$

한편 모세관 압력수두가 Ψ_{max}에서 Ψ로 감소할 때 실제 함수량 변화 $\Delta\theta$는

$$\Delta\theta\left(\begin{matrix}\Psi_{max}\\ \Psi\end{matrix}\right) = \theta_u-\theta_d(\Psi) \tag{10}$$

이므로 식(4)에 의해 정의된 P_d는 다음과 같다.

$$P_d(\theta) = P_d(\theta_d) = \frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_0} = \frac{\theta_u(\theta_u-\theta_d(\Psi))}{(\theta_u-\theta_w(\Psi))^2} \tag{11}$$

여기서 $P_d(\theta)$에서 $\Delta\theta_0$는 일정하므로 $\Delta\theta$의 함수, 즉 θ_d의 함수가 되므로 θ

는 마름과정에서는 반전지점(reversal point:젖음에서 마름과정으로 변하는 지점)의 함수량을,젖음과정에서는 젖음과정이 진행되고 있는 지점에서의 함수량을 나타낸다.

식(8),(10)에 의해 $H(\Psi)$와 $P_d(\theta)$가 실험자료로 부터 주어지게 되면 모델은 완성되고 1차,2차 마름,젖음 곡선(scanning curves)은 다음과 같이 구할 수 있다.

1차 마름곡선(primary drying curve)는 Fig.2(c)를 이용하여

$$\begin{aligned}\theta\left(\begin{matrix}\Psi_1\\ \Psi_{min}\quad\Psi\end{matrix}\right) &= \theta_w(\Psi_1)-P_d(\theta)\cdot\Delta\theta_0\left(\begin{matrix}\Psi_1\ i\ i\\ \Psi_{min}\quad\Psi\end{matrix}\right)\\ &= \theta_w(\Psi_1)-P_d(\theta)\cdot(H(\Psi_{max})-H(\Psi))\cdot(H(\Psi_1)-H(\Psi))\\ &= \theta_w(\Psi_1)-P_d(\theta)\cdot(\theta_u-\theta_w(\Psi))\cdot(\theta_w(\Psi_1)-\theta_w(\Psi))/\theta_u \qquad (12)\end{aligned}$$

로 표시되고, 1차 젖음곡선(primary wetting curve)은 Fig.2(d)를 이용하여

$$\theta\left(\begin{matrix}\Psi_{max}\quad\Psi\ i\\ \Psi_1\end{matrix}\right) = \theta_w(\Psi_1)+P_d(\theta_1)\cdot(\theta_u-\theta_w(\Psi_1))\cdot(\theta_w(\Psi)-\theta_w(\Psi_1))/\theta_u \qquad (13)$$

로 표시된다. 2차 마름곡선(secondary drying curve)은

$$\theta\left(\begin{matrix}i\quad\Psi_{max}\quad\Psi_2\\ \Psi_1\quad\Psi\end{matrix}\right) = \theta\left(\begin{matrix}\Psi_{max}\quad\Psi_2\\ \Psi_1\ i\end{matrix}\right)-P_d(\theta)\cdot(\theta_u-\theta_w(\Psi))\cdot(\theta_w(\Psi_2)-\theta_w(\Psi))/\theta_u \qquad (14)$$

이고, 2차 젖음곡선(secondary wetting curve)은

$$\theta\left(\begin{matrix}i\quad\Psi_1\quad\Psi\\ \Psi_{min}\quad\Psi_2\end{matrix}\right) = \theta\left(\begin{matrix}\Psi_1\ i\\ \Psi_{min}\quad\Psi_2\end{matrix}\right)+P_d(\theta_2)\cdot(\theta_u-\theta_w(\Psi_2))\cdot(\theta_w(\Psi)-\theta_w(\Psi_2))/\theta_u \qquad (15)$$

이다. 여기서 주목할 사항은 마름 곡선(drying scanning curves)을 의미하는 식(12),(14)에서 $P_d(\theta)$가 음함수(implicit) 형태로 나타나고 있다는 것이다.

식(4)에 정의된 $P_d(\theta)$에서 함수량이 θ_u가까이에서는 공극이 거의 물로 채워져 있으므로(공기는 불연속 상태) 모세관 압력수두가 감소하여도 공기가 공극으로 들어가기 어려우므로 공극으로 부터 물 나옴이 힘들고(즉,$P_d(\theta_u)\approx 0$), 비슷하게 잔여함수량(θ_r)가까이에서는 공기가 공극으로 쉽게 들어갈 수 있으므로 공극으로 부터 물 나옴이 원활할 것이다($P_d(\theta_r)\approx 1$). 따라서 $P_d(\theta)$는 단조감소함수이고 거의 선형적으로 변화하리라고 사료되는데, 이러한 사실은 Topp(1971b)과 Mualem(1975,1984)의 $P_d(\theta)$ 계산 결과에서도 알 수 있다. 이를 근거로 본 연구에서는 $P_d(\theta)$를 $P_d(\theta_r)=1, P_d(\theta_u)=0$으로두고 구간 $[\theta_r,\theta_u]$사이에서 선형화시키고자 한다. 선

형화된 $\underline{P_d}(\theta)$와 식(11)을 이용하여 경계 젖음곡선($\theta_w(\Psi)$:boundary wetting curve)에서 경계 마름곡선($\theta_d(\Psi)$:boundary wetting curve)을 구할 수 있다. 즉,

$$\theta_d(\Psi) = \theta_u - \underline{P_d}(\theta)\{(\theta_u-\theta_w(\Psi))^2/\theta_u \quad (16)$$

$\theta_d(\Psi)$가 구해지면 식(12)~(15)에서 1차,2차 마름,젖음곡선을 구할 수 있다.

Fig.3에서 실선은 모래에 대한 실험자료(Poulovassilis,1971)로서 2개의 경계곡선(boundary curves)과 $\Theta_w(\Psi_1)$=0.275에서 시작하는 1차 마름곡선을 나타내고 있다. 또한 이 경우 $\Psi_{cr} \leqq \Psi \leqq \Psi_{max}$영역에 대부분의 이력루프가 존재하고 있음을 알 수 있다. Model Ⅰ,Ⅱ에 의한 1차 마름곡선의 모사는 실험치에서 상당히 벗어나 있지만 Model Ⅲ,Ⅲ-1은 비교적 만족스럽게 1차 마름곡선을 모사하고 있다. 따라서 종속영역개념을 도입한 모델이 예견한 바대로 독립영역개념을 도입한 것보다 우수하다. Model Ⅲ과 Ⅲ-1은 1차 마름곡선은 거의 같은 정도로 모사하고 있으므로 식(3)의 가정이 타당하다고할 수 있고,Model Ⅲ-1은 모델의 완성을 위해 Ⅲ에 비해 실험자료 곡선이 하나 더 필요로 하고있으므로 결국 Model Ⅲ-1이 Ⅲ보다 더 실용성이 있다고 판단된다. Fig.4는 젖음과정에서 마름과정으로 반전하는 지점의 함수량 $\Theta_w(\Psi_1)$=0.17,0.22, 0.26, 0.29에서 시작하는 1차 마름곡선들을 Model Ⅲ-1에 의해 모사되고 있음을 보여주고 있고, Fig.5도 Model Ⅲ-1에 의한 1차 젖음곡선을 보여주고 있는데 반전지점에서의 함수량 $\Theta_d(\Psi_1)$은 각각 0.11,0.16,0.21,0.26이다. Fig.6은 경계 젖음곡선으로부터 경계 마름곡선을 Model Ⅰ-1,Ⅱ-1과 제안된 모델에 의해 모사하고 있음을 보여주고 있는데, 상기 세 모델은 모델의 완성을 위해 필요로 하는 실험자료는 한개의 경계곡선만이고 또한 Mualem(1977)은 경계 젖음곡선으로부터 경계 마름곡선의 모사가 그 반대의 경우보다 더 만족스러운 결과를 보여준다고 보고하고 있다. Model Ⅰ-1에 의해 모사된 경계 마름곡선은 그 일부가 실험자료에 의한 이력루프(hysteresis loop) 외부에 존재하고 있고, Model Ⅱ-1은 경계 마름곡선을 실험치보다 훨씬 과소하게 모사하고 있음을 알 수 있다. 이에 비하여 본 연구에서 제안된 모델은 비교적 좋은 결과를 보여주고 있다.

3. 결 론

비포화 흐름에서 이력현상(hysteresis)을 설명하는 여러가지 모델들을 모래에 대한 실험치와 비교하였고, 또한 공기 들어감에 대한 공극저항을 설명하는 $P_d(\theta)$를 선형화시킨 모델을 제시하여 기존 모델과 비교하여 다음의 결과를 얻었다.

(1) 종속영역개념을 이용한 Model Ⅲ과 Ⅲ-1이 예견된 바대로 독립영역개념을 이용한 Model Ⅰ, Ⅱ보다 만족스럽게 마름, 젖음곡선(scanning curves)을 모사한다. 특히, $\Psi_{cr} \leqq \Psi \leqq \Psi_{max}$인 영역에 대부분의 이력루프가 존재하는 경우 공기 들어감에 대한 공극저항현상이 현저하게 나타나므로 종속영역개념이 상대적으로 우수하다.

(2) Model Ⅲ과 Ⅲ-1은 거의 같은 정도(accuracy)를 가지고 마름곡선을 모사하고 있지만, Model Ⅲ은 모델의 완성을 위해 Ⅲ-1에 비해 1차 마름곡선에 대한 실험자료가 더 필요하므로 결국 Model Ⅲ이 Ⅲ-1보다 더 실용적이다.

(3) Model Ⅰ-1, Ⅱ-1과 제안된 모델은 모델의 완성을 위해 경계 젖음곡선에 대한 실험자료만을 필요로 하는데, 제안된 모델은 주어진 경계 젖음곡선에서 경계 마름곡선을 모사하는데 있어서 Model Ⅰ-1, Ⅱ-1보다 더 낳은 결과를 준다.

(4) Model Ⅰ-1, Ⅱ-1은 마름, 젖음곡선을 모사할 수 없지만 제안된 모델은 실험치와 비교하여 비교적 만족할 만한 모사를 한다.

(4) 참 고 문 헌

1. Hopmans, J.W. and Dain, J.H., "Combined Effect of Hysteresis and Temperature on Soil-Water Movement", Jr. of Hydrology, 83, pp.161-171, 1986
2. Mualem, Y., "Modified Approach to Capillary Hysteresis Based on a Similarity Hypothesis", W.R.R., Vol.9, No.5, pp.1324-1331, 1973
3. Mualem, Y. "A Conceptual Model of Hysteresis", W.R.R., Vol.10, No.3, pp.514-520, 1974
4. Mualem, Y. and Dagan, G., "A Dependent Domain Model of Capillary Hysteresis", W.R.R., Vol.11, No.3, pp.452-460, 1975

5.Mualem,Y.,"Extension of the Similarity Hypothesis Used for Modeling the Soil Water Characteristics", W.R.R., Vol.13, no.4, pp.773-780, 1977

6.Mualem,Y. and Miller,E.E., "A Hysteresis Model Based on an Explicit Domain- Dependence Function",Jr. of Soil Sci. Soc. Am.,Vol.43, pp.1067-1073,1979

7.Mualem,Y., "A Modified Dependent-Domain Theory of Hysteresis", Soil Science, Vol.137, No.5, pp283-291, 1984

8.Philip,J.R.,"Similarity Hypothesis for Capillary Hysteresis in Porous Media", Jr. of Geophysical Research, Vol.69, No.8, pp1553-1562, 1964

9.Poulovassilis,A., "Hysteresis of Pore Water, an Application of the Concept of Independent Domains", Soil Science, Vol.93, pp.405-412, 1962

10.Poulovassilis,A., "Hysteresis of Pore Water in Granular Porous Bodies", Soil Science, Vol.109, No.1, pp5-12, 1970a

11.Poulovassilis,A,"The Effect of the Entrapped Air on the Hysteresis Curves of a Porous Body and on its Hydraulic Conductivity", Soil Science, Vol.109, No.3, pp154-162, 1970b

12.Poulovassilis,A. and Childs,E.C., "The Hysteresis of Pore Water: The Non-Independence of Domains", Soil Science, Vol.112, No.5, pp.301-312, 1971

13.Talsma,T., "Hysteresis in Two Sands and the Independent Domain Model", W.R.R., Vol.6, No.3, pp.964-970, 1970

14.Topp,G.C., "Soil Water Hysteresis in Silt Loam and Clay Loam Soils", W.R.R., Vol.7, No.4, pp.914-920,1971a

15.Topp,G.C., "Soil-Water Hysteresis : The Domain Theory Extended to Pore Interaction Condition", Proc. of Soil Sci. Soc. Am.,Vol.35,pp.219-225, 1971b

16.Vachaud,G. and Thony,J."Hysteresis during Infiltration and Redistribution in a Soil Column at Different Intial Water Contents", W.R.R.,Vol.7, No.1,pp.111-127, 1971