

추계학적 조석예측 모형 (Stochastic Tidal Prediction Model)

황 만 하** . 이 재 형* . 김 경 **

Hwang, Man Ha . Lee, Jae Hyung . Kim Gyung Soo

1. 서론

조석예측 모형은 결정론적 모형(Deterministic Model)과 통계적 모형 (Statistical Model)으로 대별된다. 결정론적 모형은 물리적인 과정의 수식화에 바탕을 두고 있으며, 이 모형의 정확도는 수치계산의 정도, 경계의 정확성과 아울러 바다 및 바람 마찰항의 영향을 고려하는 방법에 달려 있으나 바다 및 바람 마찰항의 동역학적 특성은 물리적으로 아직 명확한 규명이 이루어지지 않아 대부분 경험식을 이용하고 있다. 이에 반해 통계적 모형은 장기적인 관측자료를 이용하는 모형으로 물리적인 관점이 배제되어 있다. 조석예측에 있어 이들 양자의 기법중 어느 방법이 우수하다고 단정하기는 어렵다. 결정론적 모형은 실제 모형의 검증(Calibration) 기간에 대해서만 최적 결과를 제시하는 것이다. 따라서 이러한 기법은 기상학적 영향등 상황이 급변하는 경우에는 적용 하지 못하는 단점이 있다. 통계적모형 또한 장기적인 관측자료를 바탕으로 평균적인(Average) 결과를 제시하므로 이 기법에서도 실제적인 상황은 제시 하지 못한다. 비록 통계적 모형의 경우에 실시간(On-Line) 자료를 이용할 수도 있으나 이는 물리적인 근거가 약하기 때문에 상황 변화에 따른 변동성분의 영향을 적절히 고려하기가 어려운 점이 있다. 최근에 이러한 단점을 보완하기 위해 물리적인 영향과 모형이 조건의 변화에 적응하도록 하는 추계학적 모형(Stochastic Dynamic Model)을 구성하는 연구가 활발해지고 있다(ten Brummelhuis,1984; Budgeell, 1980; Chiu,1978). 조석

* 정회원: 전북대학교 공과대학 토목공학과 부교수** 정회원: 전북대학교 대학원 토목공학과 박사과정

운동에 있어서 이러한 모형을 구성하기위해 기상학적인(Meteorological) 변화인 외부 기상조(External Surges)와 같은 영향은 무작위 성향을 갖기때문에 조위, 유속 및 바람응력과 바다 마찰항등 모형의 변수를 추계학적 변수로 취급한다. 이 과정에 칼만 필터(Kalman Filter)를 적용하여 각 관측소의 관측자료로 부터 이들 추계학적 변수들의 최적치를 결정한다. 이러한 모형은 폭풍해일(Storm Surges)등 상황의 변화에도 적용할 수가 있게된다. 또한 형상의 단순화에 따른 모형의 부정확성을 보정할 수 있다.

본 연구에서는 이상에서 언급한 단순 수치모형과 칼만필터에 의한 조위 예측방법을 제시하고 구성된 모형으로부터 우리나라 서해안에 대하여 그 적용성을 검토한다.

2. 모형의 구성

2.1 결정론적 모형

서해안의 조석 특성을 고려한 모형을 유도함에 있어서 먼저 해안을 따르는 조석 운동을 Kelvin과 개념으로 파악한다. 이들 해안선에서 해안선에 수직인 속도 성분은 무시한다. 또한 수심이 해안선의 수직축 y 에 독립이라 가정하면 조석 운동은 1차원으로 기술할 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + \mu \frac{|u|u}{D+h} - \gamma \frac{V^2 \cos \Psi}{D+h} = 0 \quad (2.1)$$

$$g \frac{\partial h}{\partial y} + fu - \gamma \frac{V^2 \cos \Psi}{D+h} = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u(D+h)) = 0 \quad (2.3)$$

여기서 x 축은 해안선에 평행이다. 해안을 따라 조위를 대상으로 하기 때문에 식(2.1)-(2.3)은 해안에 평행한 좁은 수로에서 물의 운동을 기술하는데 이용된다. 이 경우 식(2.2)는 다음과 같은 근사식으로 나타낼 수 있다.

$$h(y) \approx h(y_0) + \frac{1}{g} [-fu(y_0) + \gamma \frac{V^2 \sin \Psi}{D+h(y_0)}](y-y_0) \quad (2.4)$$

이 식으로 부터 x 축($y=y_0$)에 수직방향의 유동을 나타낼 수 있다. 이는 일반적으로 이용 가능한 관측치는 x 축에 정확하게 위치하고 있지 않기 때문에 필요한 사항이다. 따라서 관측치가 x 축상에 위치하지 않음

면 관측치는 x축을 따라 보정한다.

위 기술된 일차원 모형으로부터 서해안의 조위 예측을 할 수 있다. 여기서, 조위 관측치를 이용하여 모형이 여러 상황에 적용할 수 있도록 한다. 즉 $x=x_0$ 에서 경계조건에 불확실성을 도입하면, 이 관측소의 관측치는 모형이 외부 기상조건에 적용하도록 예측을 조정시킨다. 또한 연속방정식과 불확실성의 결합에서 바람의 영향은 해안에 수직으로 작용한다. 해안 ($y=y_0$)에 바람으로 생성된 수직방향의 수면 Set-up높이를 $s(t)$ 라 하면 Schalkwijk (1947)가 제시한 관계식은 다음과 같다.

$$s(t) = aV(t-\tau)2\cos(\Psi(t-\tau) - X_0) \quad (2.5)$$

여기서 a 는 상수이며 τ 는 지체시간, Ψ 는 풍향, X_0 는 최대 바람영향을 갖는 방향이다. 식(2.1)과 (2.3) 및 식(2.5)를 결합하면,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + \mu \frac{|u|u}{D+h} - \gamma \frac{V2\cos\Psi}{D+h+s} = 0 \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x}(u(D+h+s)) + \frac{ds}{dt} = 0 \quad (2.7)$$

$$h(y) = h(y_0) + \frac{1}{g} [-fu(y_0) + \gamma \frac{V2\cos\Psi}{D+h(y_0)+s}](y-y_0) \quad (2.8)$$

식 (2.8)는 x 축에 대한 수직방향의 조위를 보정하는데 이용한다. 윗식에서 h 는 기준수위 $D+s$ 에 대한 조위이다. 여기서 식(2.6)-(2.8)을 적용이 간편한 Lax-Wendroff기법을 이용하여 이산화 한다. 또한 관측소의 x 표좌가 격자점과 일치하도록 하기 위해서 격자는 비동간격(Non-Equidistant)을 이용한다. 경계조건에서 있어서 Lax-Wendroff기법은 경계에서 u 와 h 를 동시에 알아야 한다. 이를 위해 천수 방정식의 특성식을 이용하여 경계조건을 부여한다.

2.2 예측모형

2.2.1 칼만 필터

예측모형으로는 확장 칼만 필터(extended Kalman filter)를 이용한다 (Jazwinski, 1979; Maybeck, 1979, 1982.; Anderson and Moore, 1979). 시스템 상태가 비선형 추계학적 시스템에 의해 기술될 수 있다고 하면,

$$\underline{X}_{t_k} = \phi(\underline{X}_{t_{k-1}}, t_{k-1}, t_k) + B(t_k)u_{tk} + G(t_k)w_{tk}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

$$\underline{X}_{t_0} = \underline{X}_0 \quad (2.9)$$

여기서 $\phi(\underline{X}_{t_{k-1}}, t_{k-1}, t_k)$ 는 동적 시스템을 기술하는 $(n \times 1)$ 벡터이다. 관측치 또한 비선형 방정식에 의해 표시된다고 하면,

$$\underline{z}_k = m(\underline{x}_k, tk) + \underline{v}_k \quad (2.10)$$

여기서 $m(\underline{x}_k, tk)$ 는 상태와 관측치의 관계를 나타내는 $(m \times 1)$ 벡터이다. 이외의 모형에 대한 가정은 선형인 경우와 같다(Kalman and Bucy, 1960, 1961).

상태의 기준궤적(Reference Trajectory)을 \bar{x}_k 로 나타내면 상태방정식 (2.9)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \underline{x}_k &= [\phi(\underline{x}_{k-1}, tk-1, tk) - \phi(\bar{x}_{k-1}, tk-1, tk)] + \\ &\quad \phi(\bar{x}_{k-1}, tk-1, tk) + B(tk)\underline{u}_k + G(tk)\underline{w}_k \end{aligned} \quad (2.11)$$

관측방정식 (2.10)은,

$$\underline{z}_k = [m(\underline{x}_k) - m(\bar{x}_k, tk)] + m(\bar{x}_k, tk) + \underline{v}_k \quad (2.12)$$

만약 기준궤적에 대한 편차 $\underline{x}_k - \bar{x}_k$ 가 작다고 하면, Taylor's 전개로부터 다음과 같은 시스템을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \underline{x}_k &= \phi(\bar{x}_{k-1}, tk-1, tk)\underline{x}_{k-1} - \phi(\bar{x}_{k-1}, tk-1, tk)\bar{x}_{k-1} + \\ &\quad \phi(\bar{x}_{k-1}, tk-1, tk) + B(tk)\underline{u}_k + G(tk)\underline{w}_k \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\underline{z}_k = M(\bar{x}_k, tk)\underline{x}_k - M(\bar{x}_k, tk)\bar{x}_k + m(\bar{x}_k, tk) + \underline{v}_k \quad (2.14)$$

수행에 필요한 기준궤적은 이전(Prior)상태의 추정치에 의해 결정된다.

E, K, F는 각 $\hat{\underline{x}}(k|k)$ 의 추정에 대하여 재 선형화(Relinearize)하는 것이다.

$$\bar{x}_p = \phi(\bar{x}_{p-1}, tp-1, tp) + B(tp)\underline{u}_p, \quad p = k+1, k+2, \dots \quad (2.15)$$

$$\bar{x}_k = \hat{\underline{x}}(k|k)$$

2.2.2 매개변수 평가

비선형 필터에서 불확실성 매개변수 P는 시스템 방정식과 더불어 추계학적 변수로 취급하여 추정한다(Eykhoff, 1974).

$$P_k = P_{k-1} + W_{p_k} \quad (2.16)$$

이 방정식은 시스템 잡음 W_{p_k} 를 더(Adding)하여 매개변수의 무작위성을 고려할 수 있음을 나타낸다. 일반적으로 이들은 선형모형에서도 높은 비선형을 갖게되며 상태와 불확실성 매개변수 추정에 있어서 비선형 필터는 모형이 물리적 여건의 변화에 적용할 수 있도록 한다. 본 모형에 있어서의 변수로는 바닥마찰항, 바람응력계수등이며, 또한 인차원 모형의 구성으로 인하여 관측점의 위치는 모형의 선상에 일치하지않을 수 있으

며 이로인한 Set-up 및 Coriolis력, 바람의 영향등의 변동성분을 보정할 필요가 있다(Heemink,1982).

$$mi(\underline{X}t_k) = (1+ai)H(xm,tk) + \frac{\Delta y}{g} \left[-fU(xm,tk) + \gamma \frac{V2\sin\Psi}{D(xm) + H(xm,tk) + s(tk)} \right] \quad (2.17)$$

여기서 Δy 는 관측소와 x축과의 거리이며 H와 U는 각각 확률성분을 갖는 조위와 유속이다. 변수 $ai \ll 1$ 은 국부적(Local)인 영향을 나타낸다.

3. 적용예

이 절에서는 서해안에서 수집된 자료를 이용하여 주어진 모형으로부터 예측을 실시한다. 선정해역으로는 Fig. 3.1에서와같이 대흑산도를 기점으로 군산 내항 부근까지를 설정하였다. 이 해역의 조석특성은 일조부등이 적으나 조차가 크며 조시 및 조고의 부등이 있으며, 저저조후에 고고조로 된다(교통부 수로국,1986). 또한 대흑산도, 위도, 군산외항, 군산내항의 평균해면은 각각 185.3cm, 331.45cm, 362.3cm, 341.0cm이며 대조차는 약 3.m에서 북쪽으로 가면서 점점 증가하여 군산항에서는 6m에 이른다. 평균고조간격은 각각 0시 58분, 2시 21분, 2시50분, 3시10분정도이다. 이들영역에서의 모형의 구성을 위한 수심자료는 해도(F302)로부터 추출하였다.

선택 자료는 과거 10년간의 조위 기록지로부터 이상 조위를 검토한후 편차가 많이 발생한 1986년 8월 26-29일의 태풍 VERA기간 동안이다. 이 기간에 군산 내항에서 기록된 조위는 29일 16시에 274cm(편차과고 108+), 29일 04시 20분 349cm(편차과고 107+), 30일 18시 00분 273cm(편차과고 100+), 30일 06시 25분 349(편차과고 94+)이며 외항에서는 29일 04시 25분 356cm

(편차과고 124+)으로 이는 평상시 30cm내외의 편차(교통부 수로국,1986)를 갖는데 비해 보다 큰 이상 조위를 나타내고 있음을 알 수있다. 대상영역에서 기상학적 입력자료가 이용가능한 관측소는 목포 및 군산 측후소와 군산 비행장이며 1986년 8월 26일 01시부터 30일까지의 매시간별 풍향과 풍속은 Fig 3.2과 같다. 이들의 입력자료는 전영역에 대하여 바람의 공간변화를 무시하는 경우에 유효하기 때문에 기상학적 조건이 공간에 따라 급격히 변화하는 경우에는 필터의 수행에 있어서 보다 많은 오차

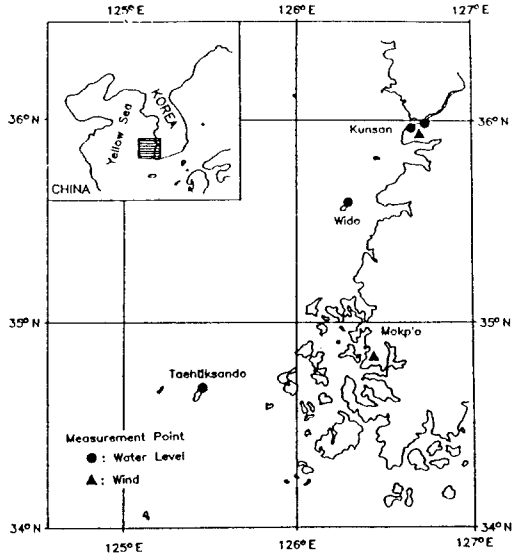


Figure 3.1 The 1-dimensional model along the coast

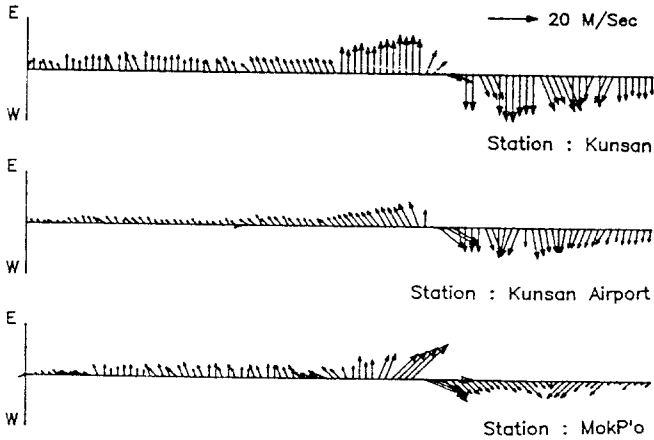


Figure 3.2 Observations of the wind during August 26,1986,01:00 - August 30,1986,00:00

를 야기할 것으로 여겨진다.

조위를 예측하기 위해 대륙산도의 경계치는 조화상수를 이용하여 외삽한다. 공간 격자간격 Δx_i 는 격자점과 관측소가 일치하도록 구성하였으며 이

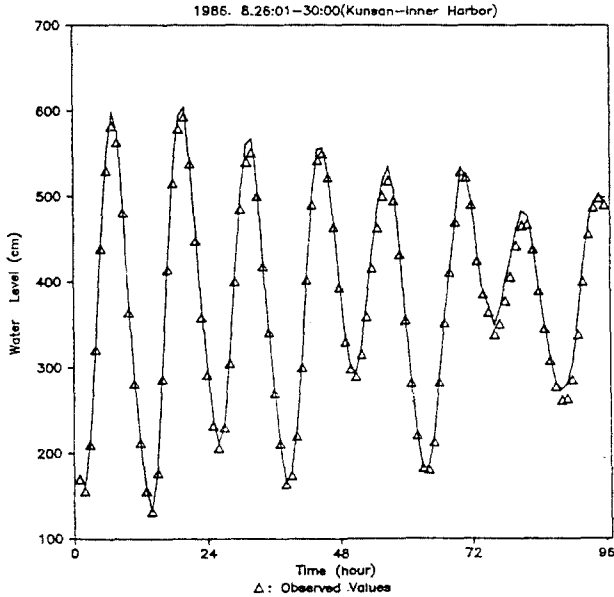


Figure 3.3 Prediction of the water-level at Kunsan-Inner Port

들모형에서의 시간간격 Δt 는 10 min이다. 또한 상류측 경계조건으로는 자유 유출(free outflow) 조건을 부여 하였다.

연속방정식과 운동량방정식의 각 시간단계에서 도입되는 시스템 및 변수의 잡음과정은 다음과 같이 선택하였다.

$$Q_m(|i_1 - i_2|) = 4.0 \times 10^{-4} e^{-0.9|(x_{i1} - x_{i2})/1000|}$$

$$Q_c(|i_1 - i_2|) = 4.0 \times 10^{-4} e^{-0.9|(x_{i1} - x_{i2})/1000|}$$

$$E\{w_{\mu 2}\} = 10^{-6}, \quad E\{w_{\gamma 2}\} = 10^{-12}, \quad E\{w_{a1 2}\} = 0.001.$$

$$E\{w_{a2 2}\} = 0.001, \quad E\{w_{a3 2}\} = 0.001$$

관측잡음은 $r=0.03$ 으로 하였으며, 군산 내항에서의 예측 결과를 Fig 3.3에 도시하였다. 예측에서의 평균 자승오차는 12cm 정도로 나타났다.

4. 결론

본 연구에서는 일차원 천수방정식(One-dimensional Shallow Water Equation)에 있어서 비선형 시스템에 대한 확장 칼만필터(Extended Kalman Filter)를 적용하였다. 일차원모형으로인한 부정확성의 보정을 위해 매개변수 a_i 를 도입하였으며 필터는 조위, 유속및 매개변수와 바닥및 바람응력등을 무작위 성분으로 취급하여 추정한다. 실시간 정보를 바탕으로 추정치는 상황의 변화에 따라 필터에의해 자동적으로 평가된다. 본 모형을 서해안의 태풍기간 동안의 자료를 이용하여 조위를 예측한 결과 만족하게 수행되었다.

5. 참고 문헌

1. Abbott, M.B., "An Introduction to the Method of Characteristics", American Elsevier, New York, 1970.
2. Bretschneider, C.L., in Ven Te Chow(ed.) Advances in Hydrosience, Academic Press, New York, 1967.
3. Budgell, P. and Unny, T.E., "A Stochastic Model for Predicting Tides in Branched Estuaries", Proceedings of the 3'th International Symposium on Stochastic Hydraulics, Tokyo, 1980.
4. Chiu, C.L., Holly, F.M. and Verwey, A., "Practical Aspects of Computational River Hydraulics", Boston, 1980.
5. Dronkers, J.J., "Tidal Theory and Computation", in Advances in Hydrosience, Vol 10, Ven Te Chow(ed.) Academic Press, New York, 1975.
6. Heemink, A.W. and de Jong, B., "The Use of Kalman-Bucy Filters in Forecasting the Water Levels in the Dutch Coastal Area", Finite Elements in Water Resources, Proceedings of the 4'th International Conference, Springer Verlag, Berlin, 1982.
7. Kalman, R.E. and Bucy, R.S., "New Results In Linear Filtering and Prediction Theory", Trans. ASME, Ser. D, J. Basic Eng. 83, 1961.8. Peter, S. Maybeck, "Stochastic Models, Estimation, and Control", Volume I, II, III., Academic Press, 1979-1982.

9. ten Brummelhuis, P.G.J., de Jong, B. and Heemink, A.W., "On-line Prediction of water Levels in an Estuary Using Kalman Filters", Proceedings of the 4'th International Symposium an Stochastic Hydraulics, Urbana-Champaign, 1984.
10. Timmerman, H., "On the Importance of Atmosphric Pressure Gradients for Generation of External Surges in the North Sea", Deutsches Hydrographisches Zeitschrift, vol. 28, 1975.