순수 비틀림을 받는 프리스트레스트 콘크리트 부재의 장기거동에 관한 연구

Time-Dependent Analysis of Prestressed Concrete Members Subjected to Pure Torsion

오 병 환*, 박 창 규**

Oh, Byung Hwan, Park, Chang Kyu

ABSTRACT

Time dependent analysis of prestressed concrete beams subjected to pure torsion is studied. The present theory covers the behavior from the service load range to the ultimate stage. The tensile resistance of concrete is appropriately considered. The biaxial stress effects due to diagonal cracking are also taken into account. The time dependent aging, creep and shrinkage effects are modelled by employing the equivalent nonmechanical torque concept. The present theory allows more accurate prediction of the service load behavior of prestressed concrete members.

1. 서론

콘크리트의 휨 및 축방향력에 대한 거동은 잘 알려져 있으나 전단 및 비틀림에 대한 거동은 잘 알려져 있지 않고 있으며, 산업의 발전에 따라 콘크리트 구조물이 복잡 다양화함으로써 전단 및 비틀림에 대한 고려가 더욱 요구되고 있다.

프리스트레스트 콘크리트 부재의 비틀림 거동에 대한 연구가 현재까지 많이 있었으나 시간에 따른 장기거동에 대한 연구가 거의 없었다.

일반적인 콘크리트 구조물에서는 비대칭하중으로 인하여 토오크를 받는 경우가 있으나 그 크기가 작아서 크게 문제가 되지 않는다. 그러나 특히 비대칭하중을 받는 교량, 캔틸레버보, 건물의 스팬드럴보, 곡선교량, 곡선부재, 나선형 계단 등과 같은 구조물에서는 비틀림의 영향이 크게 작용하여 설계상 문제를 유발할 수 있다.

본 연구에서는 공간트러스이론에 의한 균열전 거동 해석이 잘 맞지 않는 점을 보완하기 위하여 콘크리트의 인장 강성을 고려하여 장기거동에 대한 해석문제를 제시하였다.

* 정회원 서울 대학교 토목공학과 부교수

** 정회원 군산 수산 전문대 해양토목과 조교수

2. 시간에 따른 재료의 성질

2.1 압축강도

압축강도의 시간에 따른 변화는 미국 콘크리트 학회(ACI Committee 209, 1970)에서 권장하는 다음 식으로 계산하였다.

$$(f_c')_t = \frac{t}{a + bt} (f_c')_{28d} \qquad (2.1)$$

양생	시멘트	a	b
습윤	1종	4.00	0.85
	3종	2.30	0.92
증기	1종	1.00	0.95
	3종	0.70	0.98

2.2 크리이프

크리이프계수는 미국 콘크리트 학회(ACI Committee 209, 1978)가 추천한 다음의 값을 사사용하였다.

$$C(t,\tau) = \frac{(t - \tau)^{0.6}}{10 + (t - \tau)^{0.6}} C_u \qquad (2.2)$$

여기서 C_u는 극한 크리이프계수이며 다음과 같이 구한다.

$$C_u = 2.35\ K_\tau^c\ K_H^c\ K_T^c\ K_S^c\ K_F^c\ K_A^c \qquad (2.3)$$

여기서 K_τ^c, K_H^c, K_T^c, K_S^c, K_F^c, K_A^c 는 각각 하중재하시의 재령, 상대습도, 부재의 평균두께, 슬럼프, 잔골재율, 공기량 등에 따른 크리이프 수정계수이다.

2.3 건조수축

건조수축에 의한 변형도 계산은 미국 콘크리트 학회(ACI Committee 209, 1970)가 추천한 다음의 값을 이용하였다.

$$\varepsilon^s(t, t_o) = \frac{(t - t_o)}{35 + (t - t_o)}\ \varepsilon_u^s \qquad (2.4)$$

여기서 ε_u^s는 극한 건조수축계수이며 다음과 같이 구한다.

$$\varepsilon_u^s = 780\times10^{-6}\ K_{to}^s\ K_H^s\ K_T^s\ K_S^s\ K_C^s\ K_F^s\ K_A^s \qquad (2.5)$$

여기서 K_{to}^s, K_H^s, K_T^s, K_S^s, K_C^s, K_F^s, K_A^s 는 각각 양생완료일, 상대습도, 부재의 평균두께, 슬럼프, 단위시멘트량, 잔골재율, 공기량에 따른 건조수축 수정계수이다.

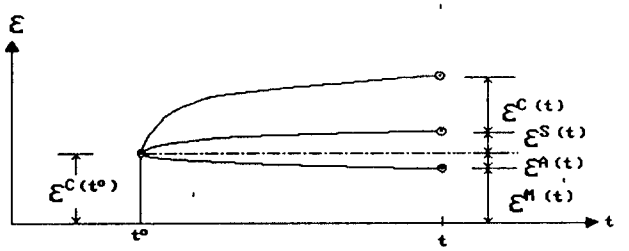

FIG. 2.1 STRAIN OF A LOADED AND DRYING SPECIMEN

2.4 재령변형도

$$\Delta\varepsilon_n^a = g_{n-1}(\sigma_{n-1}) - g_n(\sigma) \qquad (2.6)$$

$$\varepsilon^m = g(\sigma) = \sigma/E_i \quad (\text{인장}) \qquad (2.7a)$$

$$= g(\sigma) = \varepsilon_o(1-\sqrt{1-\sigma/f_c^*}) \quad (\text{압축}) \qquad (2.7b)$$

여기서 E_i, ε_o, f_c^* 는 시간에 따른 변수

3. 입체 트러스 이론

3.1 가정

1) 콘크리트 스트러트의 경사각은 콘크리트의 주압축응력 또는 주압축변형도의 경사각과 같다.
2) 콘크리트 스트러트는 이축 인장-압축 상태이며, 일축 압축 실린더의 응력-변형도관계에 연화계수를 도입하여 사용한다.
3) 단면의 가장자리 둘레에 전단흐름영역이 형성되며, Bredt(1896)의 이론에 의하여 전단흐름은 일정한 크기로 작용한다고 간주한다.
4) 콘크리트 스트러트의 휨에 의한 단면 내부의 인장응력은 무시하며, 압축부의 깊이는 전단흐름 영역의 두께와 같다고 간주한다.

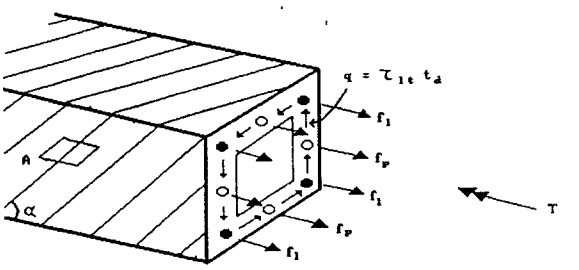

FIG. 3.1 SPACE TRUSS ANALOGY

3.2 평형방정식

1) 전단응력과 토오크의 관계

$$\tau_{1t} = \frac{T}{2A_o t_d} \qquad (3.1)$$

여기서 A_o는 전단흐름이 이루는 단면적이며, t_d는 전단흐름두께이다.

2) 트러스 모델로부터 모어(Mohr)의 응력원을 만족하는 콘크리트의 응력과 철근 및 프리스트레스 강선의 응력이 이루는 방정식

$$\sigma_d\cos^2\alpha + \sigma_r\sin^2\alpha + \rho_l f_l + \rho_p f_p = 0 \qquad (3.2)$$

$$\sigma_d\sin^2\alpha + \sigma_r\cos^2\alpha + \rho_t f_t = 0 \qquad (3.3)$$

$$\tau_{1t} = (\sigma_d - \sigma_r)\sin\alpha\cos\alpha \qquad (3.4)$$

여기서 ρ_l, ρ_p, ρ_t는 각각 종방향철근, PS 강선, 횡방향 철근의 콘크리트 유효단면에 대한 철근비이다.

3.3 적합조건식

1) 트러스 모델로부터 모어(Mohr)의 변형도원을 만족하는 평균 변형도에 대한 적합조건식

$$\varepsilon_l=\varepsilon_d\cos^2\alpha+\varepsilon_r\sin^2\alpha \quad (3.5)$$

$$\varepsilon_t=\varepsilon_d\sin^2\alpha+\varepsilon_r\cos^2\alpha \quad (3.6)$$

$$\gamma_{lt}=2(\varepsilon_d-\varepsilon_r)\sin\alpha\cos\alpha \quad (3.7)$$

2) Bredt(1896)의 이론에 의한 비틂각과 전단변형도의 관계

$$\phi=\frac{p_o}{2A_o}\gamma_{lt} \quad (3.8)$$

여기서 p_o는 전단흐름이 이루는 邊長이다.

3) 비틂각과 콘크리트 스트러트의 곡률이 이루는 기하학적 관계

$$\varphi=\phi\sin 2\alpha \quad (3.9)$$

4) 전단 흐름 두께와 콘크리트 스트러트의 곡률이 이루는 기하학적 관계

$$t_d=\frac{\varepsilon_{ds}}{\varphi} \quad (3.10)$$

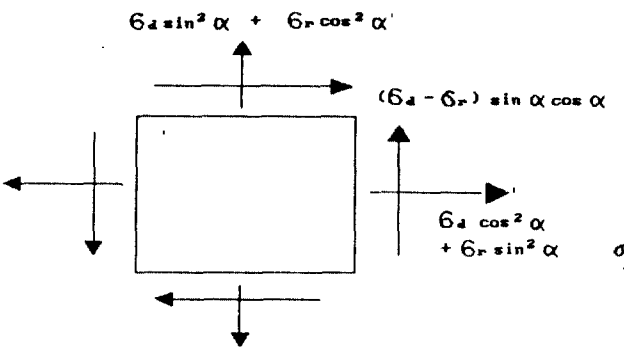

FIG. 3.2 STRESSES IN CONCRETE ELEMENT A

3.4 콘크리트의 응력-변형도 관계식

1) 압축응력

$$\sigma_d=k_1\zeta f_c' \quad (3.11)$$

여기서 ζ 는 연화계수, k_1는 평균응력 환산 계수이며 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\zeta=\sqrt{\frac{\varepsilon_d}{(1-\mu)\varepsilon_d-\varepsilon_r}} \quad (3.12)$$

$|\varepsilon_{ds}|\le|\zeta\varepsilon_o|$의 경우

$$k_1=\frac{\varepsilon_{ds}}{\zeta\varepsilon_o}-\frac{1}{3}\left(\frac{\varepsilon_{ds}}{\zeta\varepsilon_o}\right)^2 \quad (3.13)$$

$|\varepsilon_{ds}|>|\zeta\varepsilon_o|$ 의 경우

$$k_1=\left[1-\frac{\zeta^2}{(2-\zeta)^2}\right]\left(1-\frac{1}{3}\frac{\zeta\varepsilon_o}{\varepsilon_{ds}}\right)+\frac{\zeta^2}{(2-\zeta)^2\zeta\varepsilon_o}\left(1-\frac{1}{3}\frac{\varepsilon_{ds}}{\zeta\varepsilon_o}\right) \quad (3.14)$$

여기서 ε_{ds}는 콘크리트 표면의 대각선 방향 변형도, ε_o는 최대 압축강도의 변형도이다.

2) 인장응력

$$\varepsilon_r\le\varepsilon_{cr} \qquad \sigma_r=E_c\varepsilon_r \quad (3.15)$$

$$\varepsilon_r>\varepsilon_{cr} \qquad \sigma_r=\frac{f_{cr}}{1+\sqrt{\frac{\varepsilon_r-\varepsilon_{cr}}{0.005}}} \quad (3.16)$$

여기서 ε_{cr}는 균열변형도, f_{cr}는 인장강도이며 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\varepsilon_{cr}=f_{cr}/E_c \quad (3.17)$$

$$f_{cr}=0.5\sqrt{f_c'}\ (N/mm^2) \quad (3.18)$$

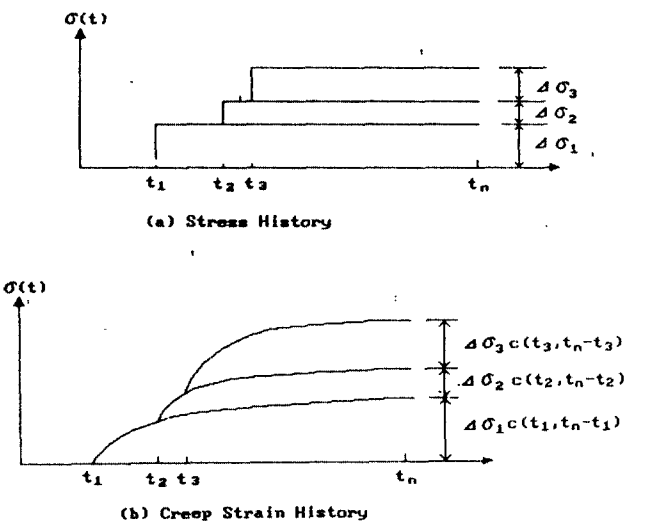

FIG. 4.1 SUPERPOSITON OF CREEP STRAINS

4. 크리이프의 계산

비크리이프 함수는 다음과 같이 가정한다.

$$C(\tau,t-\tau)=\sum_{i=1}^{m}a_i(\tau)\left[1-e^{-\lambda_i(t-\tau)}\right] \quad (4.1)$$

여기서 m, $a_i(\tau)$, λ_i는 실험상수이다.

시간, 응력 및 변형도의 증분은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta t_n=t_n-t_{n-1} \quad (4.2)$$

$$\Delta\sigma_n=\sigma_n-\sigma_{n-1}\equiv\sigma(t_n)-\sigma(t_{n-1}) \quad (4.3)$$

$$\Delta\varepsilon_n^c=\varepsilon_n^c-\varepsilon_{n-1}^c\equiv\varepsilon^c(t_n)-\varepsilon^c(t_{n-1}) \quad (4.4)$$

n 시간단계의 숏크리이프 변형도는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\varepsilon_n^c=\Delta\sigma_1\cdot C(t_1,t_n-t_1)+\Delta\sigma_2\cdot C(t_2,t_n-t_2)+\cdot\cdot\cdot\cdot+\Delta\sigma_{n-1}\cdot C(t_{n-1},t_n-t_{n-1}) \quad (4.5)$$

n-1 시간단계의 숏크리이프 변형도는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\varepsilon_{n-1}^c=\Delta\sigma_1\cdot C(t_1,t_{n-1}-t_1)+\Delta\sigma_2\cdot C(t_2,t_{n-1}-t_2)+\cdot\cdot\cdot+\Delta\sigma_{n-2}\cdot C(t_{n-2},t_{n-1}-t_{n-2}) \quad (4.6)$$

5. 등가비틂력의 算定

비틂강성은 다음과 같이 계산한다.

$$K=\frac{T}{\Phi} \quad (5.1)$$

(5.1)식을 미분하면 접선 비틂강성을 얻을 수 있다.

$$K_t=\lim_{\Delta\Phi\to 0}\frac{\Delta T}{\Delta\Phi} \quad (5.2)$$

등가 비틂력은 다음과 같이 구할 수 있다.

먼저 비역학적 변형도의 증분으로부터 비역학적 비틂각을 구한다.

$$\Delta\Phi_{nm}=\Delta\gamma_{1t}\,p_o/2A_o \quad (5.3)$$

여기서 $\Delta\gamma_{1t}$는 비역학적 전단변형이며 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\Delta\gamma_{1t}=(\Delta\varepsilon_d-\Delta\varepsilon_r)\sin 2\alpha \quad (5.4)$$

접선 비틂강성으로 부터 등가 비틂력을 얻을 수 있다.

$$T_{eq}=K_t\,\Delta\Phi_{nm} \quad (5.5)$$

6. 해석절차

가. 일정한 비틀림 하중의 크기별로 시간간격을 나눈다.

나. 각 시간 단계에서

1) 비역학적 변형도의 증가분 및 전체값을 계산한다.
2) 비틂력의 증가분 및 비역학적 변형도에 상응하는 등가 비틂력을 계산한다.
3) 크리이프, 건조수축 및 강선의 응력이완에 의한 프리스트레스의 손실을 계산한다.
4) 전체 비틂력과 역방향의 등가 비틂력을 재하시켜 변형도 및 비틂각을 계산한다.
5) 숏 변형도에서 비역학적 변형도를 공제한 다음 응력을 계산한다.
6) 다음 시간단계로 진행하여 1)~ 5)의 과정을 반복한다.

7. 결론

본 연구에서는 비틀림 하중을 받는 프리스트레스트 콘크리트 부재의 거동을 사용하중 상태에서 극한하중 상태까지 전하중 이력에 대한 장기거동을 해석하고자 하였다.

해석 모델은 입체트러스 유사이론에 콘크리트의 인장강성을 도입하여 보다 실제에 가까운 해석을 하였으며, 균열후 콘크리트의 인장저항을 고려 하였다.

참 고 문 헌

1. Allos, Atheel E., and Rashid, Ali H., "Prestressed Concrete Rectangular Beams Subjected to Sustained Torque," *ACI Structural journal*, No. 86-S44, Jul.-Aug., 1989, pp. 469-472.
2. Hsu, Thomas T. C., "Softened Truss Model Theory for Shear and Torsion," *ACI Structural journal*, Vol. 85, No. 6, Nov.-Dec., 1988, pp. 624-635.
3. McMullen, Arthur E., and El-Degwy, Wael M., "Prestressed Concrete Tests Compared with Torsion Theories," *PCI journal*, Vol. 30, No. 5, Sep.-Oct., 1985, pp. 97-127.
4. Sharma, Anil K., and Pandit, Ganpat S., "Sustained Load Tests in Torsion," *ACI Structural journal*, No. 77-14, Mar.-Apr., 1980, pp. 103-108.