

# 순수열림모드에서 콘크리트보의 균열전파에 관한 연구

A Study on the Crack Propagation of Concrete Beam  
in Pure Opening Mode

진 치 섭 \*  
Jin Chi - Sub

엄 장 섭 \*\*  
Eum Jang - Sub

○ 김 희 성 \*\*\*  
Kim Hee - Sung

## ABSTRACT

Fictitious Crack Model(FCM) is one of the Nonlinear Analysis Method which is presented strictly strain softening phenomena of concrete in the fracture zone. As no stress singularities occur, it is not necessary to use special crack tip elements for this analysis. A special feature of the used method is that it explains not only the growth of existing cracks, but also the formation of new crack, as it is assumed that cracks start forming when the tensile stress reaches  $f_t$ , i.e., the same criterion is used for formation and propagation of cracks.

### 1. 서론

콘크리트의 파괴에 관한 기존의 대부분의 연구는 선형탄성파괴역학(Linear Elastic Fracture Mechanics, LEFM)의 적용가능성에 대하여 이루어졌다. 콘크리트는 비균질성 및 비선형성을 띠는 재료로서 균열의 끝에서 상당한 양의 미세균열을 수반하게 된다. 이러한 미세균열로 인하여 균열의 끝에는 커다란 파괴진행대가 생기며 콘크리트내의 응력은 감소하게 된다. 이와같이 비선형성을 가지는 콘크리트 구조물에는 비선형파괴이론을 도입해야 하며 콘크리트의 파괴거동에 대한 관심과 연구가 진행됨에 따라 새로운 파괴기준을 확립하고 그에 따른 해석을 수행하는 것이 필요하게 되었다.

본 연구는 콘크리트에 대한 비선형파괴해석의 합리적인 기준을 제시하는 기초적 연구로서, 순수열림모드에서 콘크리트보의 파괴영역의 발달, 균열성장의 시작 및 재료를 통하여 균열이 전파되는 상태를 조사하는 것이다.

콘크리트의 완전한 파괴해석을 하기 위해서는 파괴영역 외부의 거동과 파괴영역의 거동, 그리고 파괴영역을 어떻게 모델링할 것인가를 정의하여야 한다. 본 연구에서는 파괴영역 외부의 거동은 에너지 손실이 없는 선형탄성으로 가정하고, 파괴영역의 거동은 부분적으로는 파괴되지만 응력은 전

달할 수 있는 거동으로 가정하며 파괴영역은 선(line) 즉, 균열로 모델링한다<sup>(1)</sup>. 파괴영역의 응력전달능력은 응력방향의 균열쪽에 의존한다. 응력을 전달하는 균열은 실제균열이 아니고 가상균열이기 때문에 이 모델을 가상균열모델(Fictitious Crack Model, FCM)이라 부른다. FCM을 이용함으로써 얻어지는 잇점은 파괴영역의 발달, 균열성장의 시작 및 재료를 통하여 균열이 전파되는 것을 연구하는 것이 가능하다는 점이다. 많은 이론적이고 응용적인 연구가 가상균열이 중요한 역할을 하는 범위에서 이루어지고 있으나, 가상균열에 대한 이론이 여전히 부족하다는 것은 주목할 만하다. 등방성체나 순수열림모드, 그리고 단순한 하중상태에 대해서는 어느 정도 이론이 정립되고 있으나, 이방성체, 혼합모드, 그리고 조합된 하중상태에서의 해석은 아직도 해결되지 못하고 있다.

### 2 가상균열모델 (FCM)

노치가 있는 탄성재료는 이론상으로는 하중을 받을 때 노치선단 바로 앞에 무한대의 응력이 발생하게 된다. 그러나 실제의 재료는 이러한 무한대의 응력을 받을 수 없기 때문에 노치선단 바로 앞에 미세균열영역이 노치전면에 발달되어 응력집중을 감소시키고 따라서 선형탄성해보다 응력을 보다 실제적으로 기술할 수 있다(그림 1.). 재료에 손상이 생기는 부분 즉, 파괴영역은 부분적으로는 부서지지만 아직도 응력을 전달할 수는 있다. 응력전달능력은 파괴의 국소변형이 증가할

\* 정희원, 부산대학교 토목공학과 교수

\*\* 부산대학교 토목공학과 조교

\*\*\* 부산대학교 토목공학과 석사과정

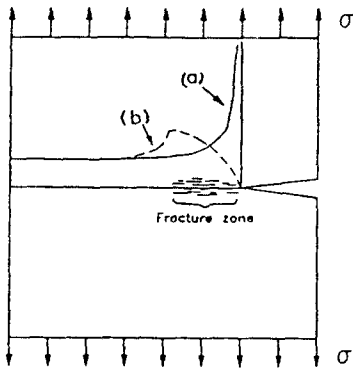


그림 1. 노치선단의 응력분포.  
 (a) 선형탄성재료.  
 (b) 미세균열을 가지는 비항복재료.

보다 시멘트질 재료에 훨씬 더 합리적이고 더 나은 방법을 제공한다.

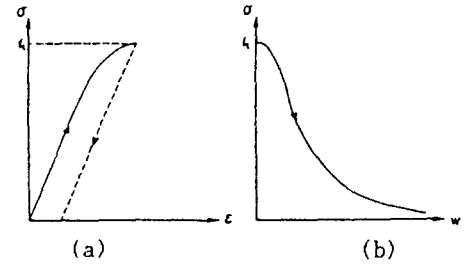


그림 2. 재료의 변형 특성.  
 (a) 파괴영역 외부; 응력-상대적 변형률 관계.  
 ( $\sigma - \epsilon$  곡선)  
 (b) 파괴영역 내부; 응력-절대적 변형량 관계.  
 ( $\sigma - w$  곡선)

때, 즉 미세균열의 수가 증가함에 따라 감소하게 된다. 이렇게 응력을 전달할 수 있는 균열은 실제의 균열이 아니므로 '가상균열'이라 하고 이 가상균열을 도입한 콘크리트의 파괴해석을 Hillerborg 등(2)이 제안하였다. 가상균열모델(FCM)은 변형률 연화현상을 충실히 나타낼 수 있는 일종의 비선형 해석방법이다. 또한 FCM은 순수한 파괴역학모델인 초기 노치가 있는 구조물 뿐만 아니라 초기 노치가 없는 구조물도 해석이 가능한 장점이 있다. FCM은 최대주응력이 콘크리트의 인장강도에 도달하는 한 점에서 최대주응력에 직각방향으로 가상균열이 발달하는 것으로 가정한다. 이것은 초기 노치가 없는 구조물도 해석가능함을 의미한다. 또한 응력방향의 파괴영역의 폭은 영역의 넓어짐과 같다고 가정한다. 즉, 영역의 폭은 그 영역이 발달하기 시작할 때 0이다. 균열이 열릴 때 응력은 곧바로 0으로 떨어지지 않고 그림 2.(b)에서와 같이 균열폭  $w$ 가 증가함에 따라 응력이 감소하는 것으로 가정한다. 인장파괴해석에서 가장 기본적인 성질이 되는 것은  $\sigma - \epsilon$  곡선과  $\sigma - w$  곡선이다. 콘크리트와 같은 비항복재료의  $\sigma - \epsilon$  선도는 구조물의 길이에 의존한다. 이것은  $\sigma - \epsilon$  선도를 재료성질로서 사용하는 것이 부적당함을 의미한다. 따라서, 변형의 특성으로서 파괴영역 밖의 재료에서는 응력 - 상대적 변형률 관계( $\sigma - \epsilon$  곡선, 그림 2.(a))를 사용하고 파괴영역 안의 재료에 대해서는 응력 - 절대적 변형량 관계( $\sigma - w$  곡선, 그림 2.(b))를 사용한다. 파괴영역은 시멘트질 재료의 파괴진행에 큰 영향을 끼친다. 하나의 파라미터만으로 파괴영역의 복잡한 특징을 설명하는 것은 불충분하다. FCM이 사용될 때  $\sigma - w$  곡선에 의해 설명된 파괴영역의 특징은 일반적으로 사용된 기법

FCM은 균질성 재료에 적합하나 해석하고자 하는 구조물의 크기에 따라 거시적으로 균질성이라고 볼 수 있는 구조물도 해석이 가능하다. FCM은 해석적인 방법으로는 사용이 불가능하고 보통 유한요소법(Finite Element Method, FEM)을 이용한 수치기법이 사용된다. FEM을 이용할 때 균열선단의 파괴영역을 응력을 전달할 수 있는 균열로 대치하고 파괴영역을 가로질러 작용하는 닫힘응력(그림 3.(a))을 다시 절점력(그림 3.(b))으로 대치한다. 물론 이런 힘의 크기는 재료의  $\sigma - w$  곡선에 의한 가상균열의 폭에 좌우된다(3).

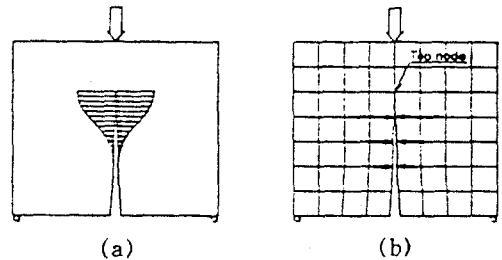


그림 3. (a) '가상'균열을 가로지르는 응력.  
 (b) 절점력으로 대치.

수치계산에서 파괴영역은 균열을 따라서만 발달될 수 있다. 따라서, 균열이 가능한 한 깊은 것이 좋다. 그러나 현실적인 방법으로 응력과 변형률을 기술하기 위하여 균열선단과 재하점 사이에 충분한 수의 절점이 남아 있어야 하므로 이것이 최대 균열깊이에 대한 제한이 된다. 노치선단이 임의의 절점  $k$ (그림 4.)인 구조물의 재료가 선형탄성이고 변형이 작다면 자중의 효과를 고려한 절점 1로부터 절점  $n$ 까지의 균열의 넓어짐은 다음과 같은  $n$ 개의 방정식으로 표현된다(4).

$$w(i) = \sum_{j=1}^n K(i,j) \cdot F(j) + C(i) \cdot P + \Gamma(i) \quad (1)$$

여기서,  $w(i)$  ; 절점  $i$ 에서의 균열폭.

$K(i, j)$  ; 절점  $j$ 에 단위하중이 작용할 때 구조물의 절점  $i$ 에 있는 균열의 얼림.

$F(j)$  ; 절점  $j$ 에 작용하는 단힘력.

$C(i)$  ; 작용하중이 단위하중일 때 절점  $i$ 에 있는 균열의 얼림.

$P$  ; 구조물에 작용하고 있는 하중.

$\Gamma(i)$  ; 구조물의 자중에 의한 절점  $i$ 에 있는 균열의 얼림.

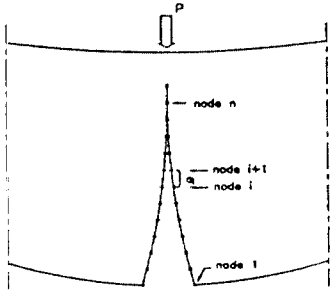


그림 4. 균열경로상의 유한요소절점분포.

계산단계 I에서는 노치를 가로질러 작용하는 단힘응력은 존재하지 않고 노치전면의 절점에서는 균열의 얼림은 0이다(그림 5.). 즉,

$$F(i) = 0 \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, k-1 \quad (2)$$

$$w(i) = 0 \quad \text{for } i = k, k+1, \dots, n \quad (3)$$

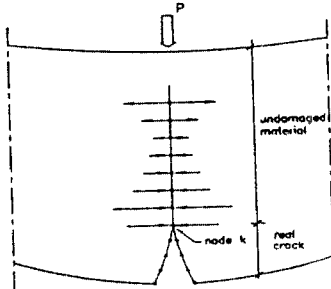


그림 5. 계산단계 I.

주어진 하중  $P$ 에 대하여 (1), (2), (3)에서 정의된  $2n$ 개의 방정식을 풀면  $n$ 개의 변형  $w(i)$ 와  $n$ 개의 단힘력  $F(i)$ 를 구하는 것이 가능하다. 재하점의 변위( $\delta$ )는 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta = \sum_{i=1}^n D(i) \cdot F(i) + D_p \cdot P + D_r \quad (4)$$

여기서,  $\delta$  ; 구조물의 재하점의 변위.

$D(i)$  ; 절점  $i$ 에 단위하중이 작용할 때 구조물의 재하점의 변위.

$D_p$  ; 작용하중이 단위하중일 때 구조물의 재하점의 변위.

$D_r$  ; 구조물의 자중에 의한 재하점의 변위.

위의 방정식계를 푸는 것이 계산방법의 첫번째 단계이다. 그림 5.의 구조물은 선형탄성이고 노치선단에서의 응력은 하중을 받자마자 인장강도를 넘어서게 될 것이다. 계산단계 II는 노치선단에서 절점쌍  $k$ 를 '열고', 이 점에 단힘력을 도입한다(그림 6.(a)). 도입하는 힘의 강도는  $\sigma - w$  곡선에 의한 균열의 넓어짐에 좌우된다.

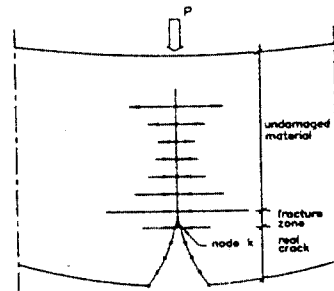
$$F(k) = a_k \cdot b \cdot \sigma(w(k)) / 2 \quad (5)$$

여기서,  $a_k$  ; 절점  $k$ 와 절점  $k+1$  사이의 거리.

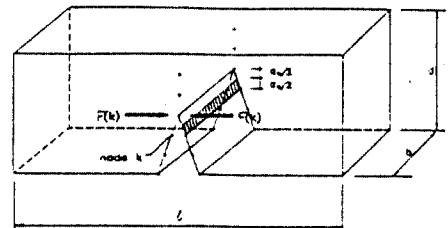
$b$  ; 구조물의 폭.

$\sigma(w(k))$  ;  $\sigma - w$  곡선에 의한 절점  $k$ 에서의 균열의 넓어짐에 의한 함수로서 응력전달능력.

절점  $k$ 에서 노치방향의 단힘응력이 0이기 때문에, 힘  $F(k)$ 에 영향을 주는 것은 면적  $a_k \cdot b / 2$ 에 작용하는 응력 뿐이다(그림 6.(b)).



(a) 절점분포.



(b) 응력이 작용하는 면적.

그림 6. 계산단계 II.

계산을 간단히 하기 위하여  $\sigma - w$  곡선을 단일직선으로 단순화(그림 7.)하면 균열의 얼림  $w$ 에 대한 응력  $\sigma$ 는 다음과 같다(6).

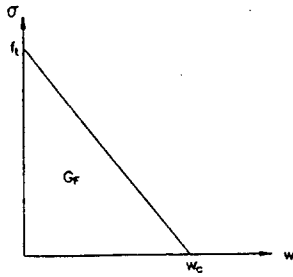


그림 7. 단일직선으로의  $\sigma - w$  곡선 근사화.

$$\sigma(w) = \begin{cases} f_t \cdot \left(1 - \frac{w}{w_c}\right) & \text{for } 0 \leq w \leq w_c \\ 0 & \text{for } w > w_c \end{cases} \quad (6)$$

여기서,  $f_t$  ; 인장강도

$w_c$  ; 아직도 응력을 전달할 수 있는  
파괴영역의 최대 넓어짐

그림 7.에서 직선과 좌표축으로 둘러싸인 면적  $G_F$ 는 파괴에너지로 단위균열면을 형성하는데 필요한 에너지량이다.  $\sigma - w$  곡선 아래의 면적이  $G_F$ 이므로  $w_c$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$G_F = \frac{1}{2} f_t \cdot w_c \quad (7)$$

$$w_c = 2 G_F / f_t \quad (8)$$

그림 6.(a)의 구조물의 변형이 증가함에 따라, 파괴영역의 폭대기의 응력은 증가하여 인장강도에 도달하게 된다. 즉,  $\sigma(w(k+1)) = f_t$ 가 된다. 여기서 힘  $F(k+1)$ 에 영향을 주는 것은 면적  $(a_k + a_{k+1}) \cdot b / 2$ 에 작용하는 응력 뿐이다(그림 8.(b)).

$$F(k+1) = f_t \cdot b \cdot (a_k + a_{k+1}) / 2 \quad (9)$$

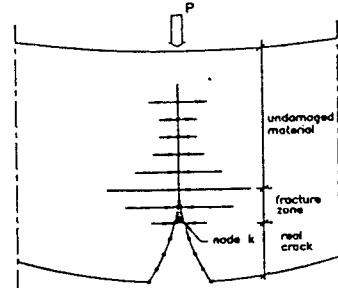
계산단계 I에서 절점 k의 변형은 0이었다. 이 조건을 식 (5)에 대입하면  $F(k)$ 의 값이  $a_k \cdot b \cdot f_t / 2$ 로 구해지고 (1), (2), (3), (9) 식은  $2n+1$ 개의 방정식이 되고 이 계를 풀면 n개의 절점번호, n개의 절점력 및 파괴영역의 선단이 진행되는 순간의 하중을 결정할 수 있다.

계산단계 II은 절점쌍  $k+1$ 이 열리고 이 점에 닫힘력을 도입한다(그림 8.). 닫힘력  $F(k+1)$ 은

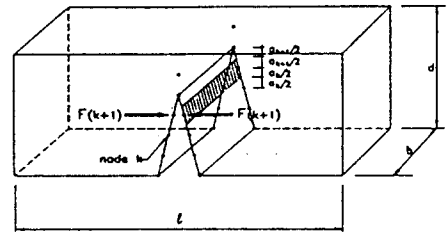
$$F(k+1) = (a_k + a_{k+1}) \cdot b \cdot \sigma(w(k+1)) / 2 \quad (10)$$

이 된다. 계산단계 III에서 파괴영역의 전파기준은  $F(k+2)$ 가  $f_t \cdot b \cdot (a_k + a_{k+1}) / 2$ 를 초과할 때이다. 이 기준과 (1), (2), (3)은  $2n+1$ 개의 조건이 되고

따라서, 계산단계 II처럼 n개의 절점번호, n개의 절점력 및 파괴영역의 선단이 진행되는 순간의 하중을 결정할 수 있다. 계산단계 II에서 구한 P를 식 (4)에 대입하면  $\delta$ 를 구할 수 있다.



(a) 절점분포.



(b) 응력이 작용하는 면적.

그림 8. 계산단계 III.

파괴영역의 발달과 실제 균열의 성장은 파괴영역이 절점 n에 도달할 때까지 같은 방법으로 단계적으로 수행된다. 계산단계 III 이하 같은 방법으로 하여 절점 n이  $f_t$ 에 도달할 때까지 반복한다.

### 3. 유한요소해석

파괴역학과 유한요소법을 결합하는 가상균열 모델은 요소망을 거칠게 분할하여도 항복은 물론 균열의 생성과 전파에 관한 실제의 결과와 잘 부합된다. 이것은 컴퓨터 작업에 많은 제약을 주는 복잡한 문제해석도 가능하게 해준다. 또한 응력특이성이 일어나지 않기 때문에 특별한 균열선단 요소가 필요없고 통상의 4절점 등매개변수요소를 사용함으로써 FEM 해석을 할 수 있고 이것은 대규모의 구조물도 다른 방법에 의한 것보다 효율적으로 프로그램 수행이 가능하다는 것을 의미한다.

균열의 열림  $w(i)$ 와 재하점의 변위  $\delta$ 를 구하기 위하여 필요한 상수인  $K(i, j)$ ,  $C(i)$ ,  $\Gamma(i)$ ,  $D(i)$ ,  $D_p$ ,  $D_r$ 은 각 단계별로 유한요소 프로그램을 수행하여 결정한다(5). 이렇게 얻은 상수들은 구조물의 경계조건에 따라 정의되는 닫힘력과 균열의 열림, 그리고 각 단계별로 균열이 열림에 따라 도입되는 닫힘력과 함께  $w(i)$ 와  $\delta$ 에 관한 방정식계를 구성한다. 구성된 방정식계를 연립하여 풀면 균열

얼림랑과 닫힘력 및 파괴가 진행되는 순간의 하중을 구할 수 있다.

#### 4. 수치에 및 결과분석

FCM으로 균열전파를 해석하기 위하여 절점의 응력을 검토하여야 하며 이에 대한 루틴을 작성하고 이를 이용하여 예제를 모델링한 후 프로그램을 수행한다. 예제 모델에 대한 재료특성은 다음과 같다.

표 1. 보의 치수 (cm).

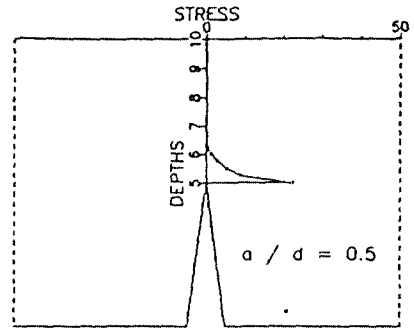
폭 (b)	높이 (d)	길이 (l)	노치깊이(a)
10	10	80	5

표 2. 재료특성치.

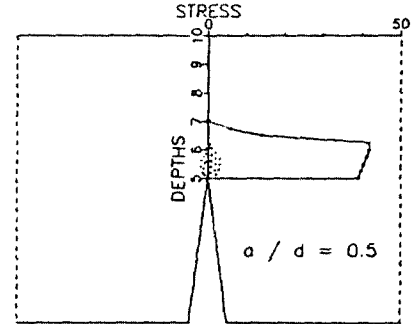
E(kg/cm <sup>2</sup> )	f <sub>t</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	G <sub>F</sub> (kg/cm)	ν
289,000	43.13	0.06	0.2

$$E = 15,000 \sqrt{\sigma_{ck}} \quad f_t = 2.242 \sqrt{\sigma_{ck}}$$

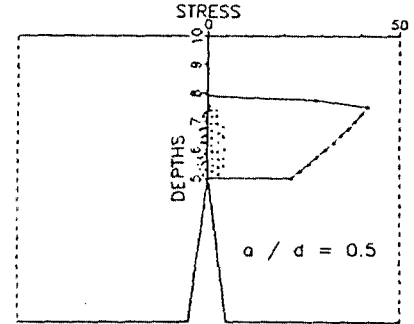
본 수치에에서는 작용하중이 최대하중에 도달하기까지 콘크리트보의 파괴영역의 발달과 균열성장의 시작 및 균열이 전파되는 상태를 조사하였다. 계산에서 파괴영역은 절점의 응력이 인장강도에 도달하여 그 절점을 '열 때' 발달된다. 최대하중은 압축면의 응력이  $\sigma_{ck}$ 에 도달하는 순간의 하중으로 가정하였다. 그림 9.는 파괴영역이 발달하기전과 초기노치깊이에 대한 파괴영역 발달의 비가 30%, 그리고 60% 일 때의 예상균열경로상의 절점의 응력분포를 나타내었다. 그림 10.은 최대하중에 대한 작용하중의 비( $P/P_{max}$ )와 초기노치깊이에 대한 파괴영역의 깊이의 비( $d_f/a$ )와의 관계를 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 파괴영역은 최대하중에 도달하기전에 이미 발달되기 시작한다. 작용하중이 최대하중에 접근할수록 파괴영역은 급속하게 발달하는데, 이것은 콘크리트가 취성을 띄며 갑작스런 파괴가 발생한다는 사실로 설명할 수 있다. 최대하중에 이르기까지 파괴영역은 초기노치깊이의 약 60% 정도 발달하였으나 아직까지 예상균열경로상의 절점의 변위는  $w_c$ 에 도달하지 않아 실제균열의 성장 및 균열의 전파는 살펴볼 수 없었다. 그러나, 예상균열경로상의 절점의 변위가 다른 절점의 변위보다 상대적으로 크며  $w_c$ 에 접근하고 있어서 예상균열경로상으로 균열이 전파될 것이라고 예측할 수 있다.



(a) 파괴영역이 발달하기전.



(b)  $d_f / a = 0.3$



(c)  $d_f / a = 0.6$

그림 9. 예상균열경로상의 절점의 응력분포.

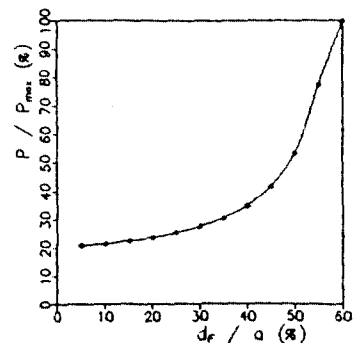


그림 10.  $P/P_{max}$  와  $d_f/a$  와의 관계.

## 5. 결 론

본 연구에서는 콘크리트의 균열전파특성을 조사하기 위하여 비선형 파괴역학 이론을 도입하여 유한요소 해석을 수행하였다. 특히 파괴영역의 발달에 대한 기준을 절점에서의 인장강도 도달 여부로 판단하였고, 균열전파에 대한 기준은 절점의 변위가  $w_c$ 에 도달하는가로 판단하였다. 이를 위하여 균열경로상의 절점의 응력검토를 위한 루틴과 변형률 연화현상을 도입하여 절점의 변위를 검토하는 루틴을 작성하였다. FCM을 이용한 파괴역학 해석은 다른 모델에 의한 것보다 효율적인 해석이 가능하다. 이것은 LEFM으로 해석하던 대규모 구조물도 비선형해석을 가능하도록 한다. 순수얼림모드에서 예상된 경로상으로 균열이 진전될 때의 균열전파해석은 균열전파방향을 예측하지 못할 때와 혼합모드에서의 합리적인 비선형파괴해석을 위한 기본적인 이론을 제공한다.

## 6. 참고문헌

- (1) Elices, M. & Planas, J., "Material Models", Fracture Mechanics of Concrete Structures (Efgren, L. ed), pp.16~66, 1989.
- (2) Hillerborg, A., Modeer, M. & Petersson, P.E., "Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by means of Fracture Mechanics and Finite Elements", Cement and Concrete Research, vol.6. pp.773~782, 1976.
- (3) Petersson, P.E., "Crack Growth and Development of Fracture Zones in Plain Concrete and Similiar Materials", Report TVBM-1006, University of Lund, Sweden, 1981.
- (4) Carpinteri, G., Colombo, G., Ferrara, G. & Giuseppetti, G., "Numerical Simulation of Concrete Fracture through a Bilinear Softening Stress-Crack Opening Displacement Law", SEM/RILEM International Conference, on Fracture of Concrete and Rock, Houston, Texas, pp.178~191, 1987.
- (5) Hinton, E. & Owen, D.R.J., "Finite Element Programming", Academic Press, London, pp.1~302, 1977.
- (6) Hillerborg, A., "Numerical Methods to Simulate Softening and Fracture of Concrete", Fracture Mechanics of Concrete (Sih & DiTommaso ed.), Martinus Nijhoff Publishers, pp.141~170, 1985.