

# 피라미드를 이용한 곡선 추적에 관한 연구

김 소 언<sup>o</sup>, 조 동 섭  
이화여자대학교 전자계산학과 대학원

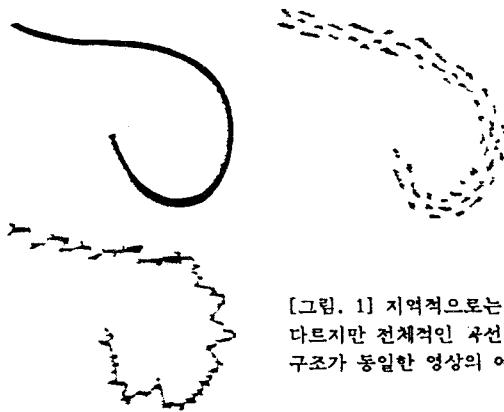
## CURVE EXTRACTION USING PYRAMID

SoYun Kim<sup>o</sup>, Dongsub Cho  
Department of Computer Science, Ewha University

### ABSTRACT

A method of extracting global, trend curves from input image that may locally not even contain small fragments of those curves using a hierarchical pyramid data structure is suggested. The smoothed input image is subsampled into a pyramid of lower-resolution versions by recursive computation of Gaussian-weighted sums. Trend curves are extracted by finding control points from ridges in these blurred images, and interpolating B-splines for those points.

상의 영역들로부터 특징점을 찾아내고, 찾아진 특징점 사이를 B-스플라인(B-spline)으로 보간하는 방법에 의해 방향곡선을 추적해 본다.



[그림. 1] 지역적으로는  
다르지만 전체적인 곡선  
구조가 동일한 영상의 예

### I. 서 론

인간의 시각 체계는 입력되는 영상에 대하여 부분적으로는 나타나지 않는 형태에 대해서도 그 영상을 전체적으로 인식하여 간단히 특정 형태를 찾아낼 수 있다. 입력 영상이 매우 복잡하거나, 흐릿하고, 점들로 이루어진 경우에도 그것이 단순한 방향 곡선(trend curve)상에 존재한다면, 전체적인 윤곽으로부터 그 방향 곡선들을 쉽게 탐지해 낼 수 있다. [그림.1]에서 부분적으로는 서로 다른 전체적인 방향 곡선이 비슷한 영상들에 대한 예를 볼 수 있다.

곡선의 특성은 곡선을 관찰하는 창(window)의 크기에 의해 변화될 수 있어서 본 연구에서는 계층적 피라미드 자료 구조(hierarchical pyramid data structure)를 사용하여 방향 곡선을 추적해 보기로 한다.

피라미드는 입력 영상에 대해 해상도(resolution)를 감소시켜가며 생성한 영상들의 모임이라 할 수 있다. 피라미드의 베이스 값은 일정한 전처리 과정에 의해 잡음이 제거된 입력 영상이 되며, 피라미드 각 단계의 화소는 그 아래 단계의 화소들에 대해 Gaussian-weighted 합을 계산하여 얻어진다.

영상에 대해 피라미드가 구축되면 각 피라미드의 단계에서 방향 곡선을 찾는 작업을 수행하는데 본 연구에서는 영

### II. 가우스 합수에 대한 컨벌루션(convolution)

피라미드 구조로 영상을 표현하는 경우 베이스에 포함된 잡음(noise)은 상위 단계로 올라가면서 계속하여 영향을 미쳐 상위 단계 영상에서는 잘못된 특성으로 나타날 수 있으므로 피라미드의 구축 이전에 입력 영상에 대한 잡음 제거가 요구 된다. 본 연구에서는 각 화소에 대해 이웃점들과 평균을 취한 값으로 영상을 평활(smoothing)하여 잡음의 영향을 최소화한다.

가우스 합수와 확장함수의 컨벌루션은 연속적인 가우스 곡선 형태의 가중값(weight)이 각 화소점에서 이웃점들에 가해져서 가중화된 평균을 취해 나가게 되므로써 영상을 평활하게 된다.  $g(x)$ 와  $w(x)$ 가 각각 계조도(gray-level)와 가중치에 대한 함수라면 연속적인 가우스 합수에 대한 컨벌루션의 수학적 정의는 다음과 같다.

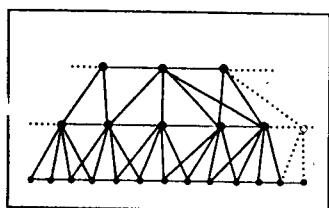
$$\text{평활된(smoothed)} g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x-u)w(u)du$$

### III. 영상에 대한 피라미드 구조

파라미드는 워드 트리(quadtree)와 함께 대표적인 계층적 영상 표현 방법으로 다중해상도에 의한 영상 처리(multi-resolutional image processing)에 널리 사용되며, 다중프로세서에 의한 병렬처리를 효과적으로 지원해준다.[7]

피라미드는 베이스로 완전한 해상도(full-resolution)의 영상이 주어지며, 입력 영상이 한 점을 향해 지수적으로 점점 작아지는 영상들의 모임으로 2차원 배열의 형태로 나타난다. 피라미드 베이스를 제외한 각 단계의 화소 값은 일관적으로 자기 아래 단계의 연결된 노드들(sons)의 값에 대한 합수가 된다.

본 연구에서는 Burt의 가우시안 피라미드를 사용하는데 그 피라미드의 단면에 대한 1차원 구조는 [그림.2]와 같다.



#### [그림. 2] 피라미드의 1차원적 구조

피라미드의 입력은 가우스함수와의 콤벌루션으로 평활된 입력 영상이 되며, 피라미드 각 단계의 화소는 아래 단계의 화소  $4 \times 4$ 에 대해 Gaussian-weighted 합을 계산한 결과값을 갖는데 하위 단계의  $4 \times 4$ 의 화소를 모을 때 영상의 특징이 유실되는 것을 방지하기 위해 50%의 주복은 허용한다.

기본적인 가우시안 피라미드는 중복을 허용하지 않으며 각 화소는 하위 단계의  $2 \times 2$ 개의 화소들에 대해 Gaussian-weighted 평균을 계산한 값을 갖는다. 그러나 본 연구에서 관찰하는 영상 자료의 특성이 공간적으로 성기기때문에 평균값을 구하는 경우 underflow가 발생할 가능성이 커서 평균값 대신 합을 계산한다.

방향 곡선이 특성상 영상에 대해 전체적으로만 관찰될 수 있으며, 지역적으로는 나타나지 않을 수 있으므로 영상을 관찰하는 창의 크기를 변화시키면서, 지역적으로 나타나는 영상의 특징들을 흐릿하게(blurring) 하고, 서로 떨어져 있는 화소들의 특징을 하나로 모으기 위해 Gaussian-weighted 암을 반복적으로 계산하여 피라미드를 구성한다. 그리고 밤

양 극선의 기하학적 특징은 그것이 피라미드의 어느 단계에서 추적되더라도 그 단계에 대해 유일하므로 좀더 지역적이고 자세한 해석을 위해 다른 다중배율(multiscale) 시스템에서와 같이 하위 단계에 대한 참조는 필요없다. 그러므로 본 연구에서 만들어지는 피라미드에 대해서는 각 단계간의 연결이나 추적이 불필요하다.

#### IV. 방향 곡선의 탐지

앞에서 언급한 방식으로 구성된 피라미드의 각 단계에서 방향 곡선을 탐지하기 위해 본 연구에서는 영상의 영역에 대한 특징점 탐지와 그 점들에 의한 B-스플라인 곡선 보간(interpolation) 작업을 수행한다. 또한, 입력 영상의 방향 곡선을 전체적인 영상으로부터 찾는 대신 임의의 피라미드 단계에서 영상의 영역을 분할(segmentation)하여 분할된 각각의 영역에 대해서 방향 곡선을 추적하는 작업도 병행하였다.

## 1. 영상 분할 (Image segmentation)

영상 분할은 갑지된 영상을 그 영상의 구성 요소나 물체들의 집합으로 분리하는 과정으로 계조도, 색깔, 질감, 표면 특성 등 공통 특성을 나타내는 화소들의 집단을 만드는 것을 의미한다. 일반적으로 분할 알고리즘에는 공간적으로 인접된 영역을 형성하기 위해 명암 히스토그램을 사용하며 영역 성장 (region-growing), 영역 합병 (region-merging), 영역 분할 (region-spliting)을 행하는 영역 중심 방법과 두 영역 사이의 경계점을 밟고하고자 하는 에지 중심 방법 (edge-based approach)이 있다.

본 연구에서는 에지 중심 분할 방법을 사용하는데 에지는 (edge) 두 영역의 경계에 위치하는 점들을 말하며, 영역간의 경계 부분은 한 영상안에서 명암도(intensity)의 불연속성으로 나타난다. 두 영역의 경계(boundary)를 찾는 작업은 결과적으로 각 영역의 윤곽선을 찾는 작업이므로 여기서는 영역의 윤곽선을 찾는 것에 의해 분할을 수행한다.

대상으로 하는 영역에 대해 x축과 y축 방향으로 읽어가며  
명암이 갑자기 변화되는 곳을 경계로 생각하는데, 연구의  
실험 대상이 되는 영상이 임계 방법(thresholding)을 이용  
하여 이진(binary)영상으로 만든 것이므로 이와 같은 단순  
한 방법으로 오차없이 경계를 찾을 수 있다.

경계에 의해 나누어진 영역들을 구분하기 위해 각 영역을 서로 다른 문자로 채우는(filling) 방법을 사용하는데 이때 각 영역내의 한 점에서 시작하여 경계를 만날때까지 지정된 문자로 내용부를 채우는 방식을 사용한다.

## 2. 특징점 찾기

영역 분할의 결과 나뉘어진 영역 또는 전체 영상이 나타내는 방향 곡선을 구성하기 위한 곡선 적합(curve fitting)의 제어점(control point)으로 사용되어질 특징점을 찾는

다.

본 연구에서 사용하는 피라미드의 구조상 해상도가 감소되는 피라미드의 상위 단계로 가면서 각 화소의 크기가 하위 단계 화소 2x2개와 같아지므로 영상에 나타나는 영역들도 점점 뚜렷한 직각의 경계선을 갖는다. 그러므로 각 영역들을 다양한 크기의 사각형의 집합으로 간주하여 영역의 각 부분을 가능한 최대의 직사각형으로 나눈 후 각각의 무게중심을 찾아내면 그 점들이 영역의 특징점을 이룬다고 간주한다.

### 3. 곡선 적합을 위한 B-스플라인(B-spline)

피라미드의 각 단계로 부터 찾아진 특징점을 제어점 (control point 또는 knot: 보간점)들을 완만하게 연결하는 곡선을 찾는 작업을 곡선 적합이라 하는데, 곡선 적합의 결과로 발전된 곡선을 입력 영상이 나타내는 방향 곡선이라 생각할 수 있다.

곡선 적합의 방식에는 제어점을 지나는 n차원 다항식을 구하는 방법과 여러 형태의 다항식을 부분적으로 이용하는 분할 다항식(piecewise polynomial functions)을 구하는 방법이 있다. 분할 다항식은 인접한 점들을 연결하는 다항식들의 집합이므로 제어점을 각각으로부터 영향을 받는 곡선을 만들어내는 단일 다항식의 경우와 달리 제어점들은 자신과 인접한 곡선에만 영향을 줄 수 있다. 분할 다항식에 의한 곡선 적합 알고리즘의 대표적인 것으로 스플라인 (spline)이 있으며[5], 본 연구에서는 가장 단순한 형태의 스플라인 기법인 3차 동형 스플라인(Uniform Cubic B-spline)을 사용하기로 한다.

동형 3차 B-스플라인의 두 제어점 사이에서 0이 아닌 값을 갖는 기본 함수의 수는 4개이므로 제어점  $x_i$ 와  $x_{i+1}$  간의 3차 다항식은 다음과 같이 표현된다.

$$S_1(t) = B_0(t)x_{i-1} + B_1(t)x_i + B_2(t)x_{i+1} + B_3(t)x_{i+2}$$

위의 다항식을 스플라인 계약 조건에 대해 계산한 결과 구해진 계수값은 다음과 같다.

$$B_0(t) = \frac{(1-t)^3}{6}$$

$$B_1(t) = \frac{3 \times t^3 - 6 \times t^2 + 4}{6}$$

$$B_2(t) = \frac{-3 \times t^3 + 3 \times t^2 + 3 \times t + 1}{6}$$

$$B_3(t) = \frac{t^3}{6}$$

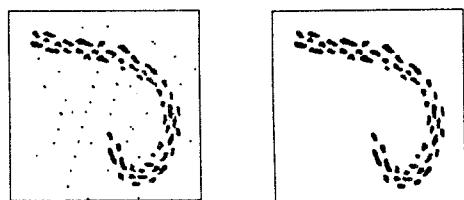
B-스플라인에 의한 곡선은 반드시 제어점을 통과하지는 않다는 특징을 갖지만 추적하는 곡선의 성격이 영상에 대한 균사한 방향 곡선이므로 제어점간을 완만히 통과하는 B-스플라인 방식을 사용하고 있다.

### V. 구현 및 결과

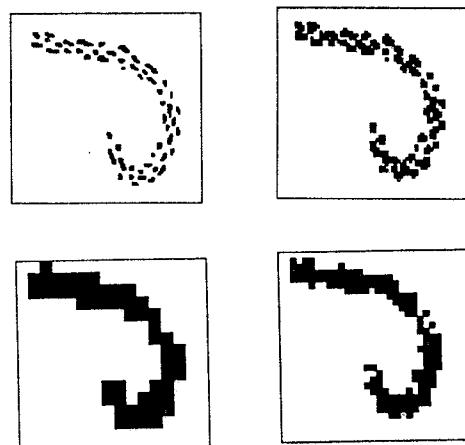
본 연구에서는 비데오 카메라에 의해 읽힌 것 또는 사립에 의해 tablet에서 그려진 것 등을 256x256 영상으로 받아 들인 것을 입력 영상으로 사용하여 입력 영상으로부터 곡선 구조를 찾는 과정을 구현하였다. 입력 영상은 계조도 값을 갖지만 본 연구에서는 이진 영상을 대상으로 하였으므로 입력방법에 의해 각 영상을 이진화한다.

구현 결과는 그림과 같다. ([그림.3] - [그림.5])

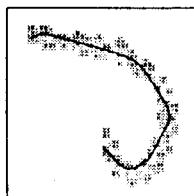
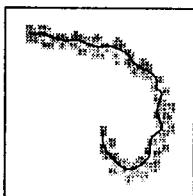
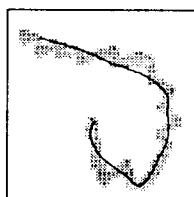
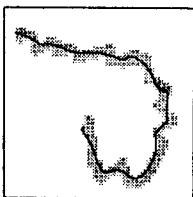
피라미드의 모든 단계에서 방향 곡선의 추적은 가능하나, 해상도가 높은 경우에는 지역적 특성이 너무 많은 영향을 미치고, 낮은 경우에는 영상이 국도로 단순화되어 정확한 방향 곡선을 추적하는 것이 어려웠다. 256x256의 영상에 대해서는 32x32 또는 16x16 피라미드 단계에서 찾아지는 방향 곡선이 적당한 정도의 단순성과 특징을 나타내는 것으로 나타났으나, 그것은 자료에 따라 달라질 수 있으므로 전체적으로 연결되며 완만한 곡선을 만들어 내는 피라미드 단계를 선택해야 한다.



[그림. 3] 입력 영상과 평활화된 영상



[그림. 4] 동일 영상에 대한 피라미드의 4단계



[그림. 5] 두 단계의 피라미드에서 추적된 곡선의 예

## 참 고 문 헌

1. 지동표, 계산적 설계를 위한 곡선과 곡면론, 서울대학교 출판부, 1990
2. D. H. Ballard and C. M. Brown, *Computer Vision*, Prentice-Hall, Inc., 1982
3. S. Connolly and A. Rosenfeld, A Pyramid Algorithm for Fast Curve Extraction, *Computer Vision, Graphics and Image Processing*. 49, 1990, 332-345
4. J. J. Koenderink, The structure of image, *Biol. Cybern.* 50, 1984, 363-370
5. T. Pavlidis, *Algorithms for Computer Graphics and Image Processing*, Computer Science Press, 1982
6. W.K. Pratt, *Digital Image Processing*, 1991
7. H. Samet, *Applications of Spatial Data Structures*, Addison-Wesley pub. com., 1989

## VI. 결 론

다양한 영상 자료를 입력으로 받아 그 영상으로부터 전체 적이고 단순한 곡선 구조를 추적하기 위하여 피라미드 구조로 이루어진 영상들에 대해 단순한 2차원 인산을 적용하는 방법을 제안했다.

본 연구에서 제안된 방법에 의해 부분적으로 복잡한 구조를 갖거나 연결되어있지않은 곡선 또는 점과 같이 서로 연결되어 있지 않은 영역들로 이루어진 영상에 대해서도 전체적으로 나타내는 곡선 구조를 탐지해낼 수 있었다. 그러나, 여러 선분이 겹쳐진 경우나 곡선이 서로 근접해 있는 경우와 같이 영상이 이루는 선형 구조가 복잡한 경우에는 이 방법으로만은 곡선 추적이 어렵고, 방향성 또는 good continuation 등에 의한 그룹화가 추가되어야 한다.

이 방식을 사용하여 영상에서 지역적으로는 나타나지 않지만 전체적으로는 푸렷하게 나타나는 곡선 구조를 추적할 수 있었으며, 앞으로는 3차원 영상이나 색상 정보를 갖는 영상에 대한 곡선 구조의 탐지 연구로 확장시킬 필요가 있다. 그리고 이 방법을 도형 문자나 점 또는 부분적으로 복잡하게 이루어진 문자의 인식에 이용하는 연구도 가능하다고 생각된다.