

# 계통사고시 지수함수 형태로 감소하는 DC-Offset 성분을 계전신호에서 제거하는 Digital Filter 디자인

\*강상희\*, 김남호\*\*, 강용철\*, 김일동\*\*\*, 박종근\*  
서울대 전기 공학과\*, 강원대 전기 공학과\*\*, 한전 기술연구원\*\*\*

Digital Filter Design for Removing Exponentially Decaying  
DC-Offset Component from Relaying Signal

Sang-Hee Kang\*, Nam-Ho Kim\*\*, Yong-Cheol Kang\*, Il-Dong Kim\*\*\*, Jong-Keun Park\*  
Seoul Nat'l Univ. \*, Kangwon Nat'l Univ. \*\*, KEPCO Research Center\*\*\*

**Abstract:**

Power system fault transient signals are highly distorted due to the presence of high frequency components in the voltage and current signals and an exponentially decaying dc-offset component in the current signals. Modern protective relays have to make reliable fast decisions about the nature of a fault in the presence of such transients. To use a dc-offset removing filter makes relay algorithms much fast and reliable for detecting a fault. In this paper, several dc-offset removing filters are described, and characteristics of them are compared.

**1. 서론**

전력 계통 사고에 따른 과도 전압, 전류는 고조파 성분과 지수함수적으로 감소하는 직류 성분에 의하여 심하게 왜곡된다. 고조파 성분은 사고시 전압 위상각이 90도 혹은 270도에 가까울수록 현저해 지고, 직류 성분은 전압 위상각이 0도 혹은 180도에 가까울수록 현저해 진다. [1] 그러나, 계전기는 이러한 계전신호의 왜곡에도 불구하고 사고를 신속 정확하게 감지하여야 한다.

기본파 성분에 기초한 모든 계전 알고리즘에서 가장 큰 과제는, 사고시 계전신호에 포함되는 dc-offset 및 고조파 성분에 영향받지 않는 알고리즘을 구현하는 것이다. 따라서, 사고로 인하여 발생해 지수함수 형태로 감소하는 dc-offset 성분과 고조파 성분을 계전신호에서 효과적으로 제거하는 것은 계전 알고리즘의 정확도를 향상 시키는 물론, 디지털 계전기의 동작 시간을 단축시키게 된다. [2]

디지털 계전기에 필수적으로 포함되는 아날로그 anti-aliasing low-pass 필터를 효과적으로 디자인 하면 큰 지연 없이 고조파 성분은 대부분 차단할 수 있으나, dc-offset 성분은 그대로 통과 한다. 따라서, 계전기 동작시간을 최소화 하는 관점에서 작은 데이터 윈도우를 사용하며, offset 성분을 완벽하게 제거하는 디지털 필터는 디지털 계전기의 성능 향상에 필수적인 요소가 된다.

지수함수적으로 감소하는 dc-offset 성분을 제거하는 디지털 필터는, dc-offset 성분을 어떤 함수 형태로 보느냐에 따라 구분할 수 있는데, 첫째, 1차 선형 함수로 가정한 것 [3] 둘째,

구간별 선형 함수로 가정한 것 [4] 셋째, 구간별 상수 함수로 가정한 것 [5] 넷째, 가정 없이 지수 함수로 본 것 [2]이 지금까지 지 제안된 바 있다.

본 논문에서는 위의 네번째 범주에 속하는 새로운 디지털 필터를 제안하고, 각 필터들의 특성을 비교 검토하여, 디지털 계전기의 알고리즘의 종류나 혹은 계전기가 설치되는 위치 및 계통전압에 따라 가장 효과적인 필터를 선택할 수 있게 하였다.

**2. DC-Offset 제거 필터**

**2-1 DC-Offset 성분을 1차 선형 함수로 본 필터(형태 1)**

이 방법은 dc-offset 성분을 식 (1)에서 처럼 1차 선형 함수로 가정한 것으로 이 dc-offset 성분은 식 (2)에 의해 제거된다. [3]

$$x_k = \sum_{n=1}^{\infty} X_n \sin(2\pi nk/N) + km\Delta t + c \quad (1)$$

여기서, m, c : 상수, Δt : 샘플링 간격  
N : 주기당 샘플 수, n : 고조파 차수

$$y_k = x_k - \{ B_1 + (N/4)(B_1 - B_2) \} / 2 \quad (2)$$

여기서, x<sub>k</sub> : 현재의 샘플값, N : 주기당 샘플 수  
B<sub>1</sub> = x<sub>k-(N/2)} + x<sub>k</sub>  
B<sub>2</sub> = x<sub>k-(N/2)-1} + x<sub>k-1</sub></sub></sub>

이 디지털 필터의 데이터 윈도우는 반주기+2샘플이 된다.

식 (1)의 파형을 식 (2)로 표현되는 필터에 통과시키면 그 출력은 아래의 식 (3)으로 나타난다.

$$y_k = \sum_{n=1}^{\infty} X_n a_n \sin(2\pi nk/N + \phi_n) \quad (3)$$

여기서, a<sub>n</sub> = √(E<sub>n</sub><sup>2</sup>+F<sub>n</sub><sup>2</sup>) , φ<sub>n</sub> = tan<sup>-1</sup>(F<sub>n</sub>/E<sub>n</sub>)  
E<sub>n</sub> = (1/2 - N/8) - (1/2 + N/8)cos(πn)  
+ (N/8)cos(2πn/N) + (N/8)cos[2πn((N/2)+1)/N]  
F<sub>n</sub> = (1/2 + N/8)sin(πn) - (N/8)sin(2πn/N)  
- (N/8)sin[2πn((N/2)+1)/N]

그림 1.은 이 필터의 크기 및 위상 특성을 N=32에서 나타낸 것이다. 이 필터의 특성은 첫째, 기본파를 포함한 모든 기수 조파의 이득은 1이고, 우수 조파의 이득은 주파수가 높아질수록 커진다. 둘째, 기수 조파의 위상지연이 생기지 않는다.

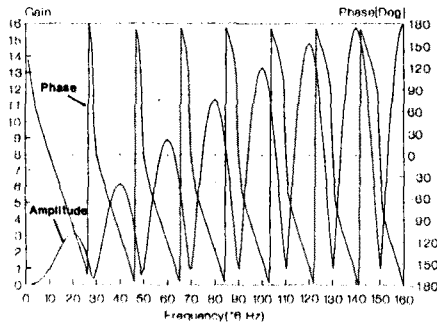


그림 1. DC-Offset 성분을 1차 함수로 본 필터의 특성

2-2 DC-Offset 성분을 구간별 선형 함수로 본 필터(형태 2)

이 방법은 3샘플로 구성되는 윈도우 내의 dc-offset 성분을 1차 선형으로 가정한 것으로, 3샘플 윈도우 내의 입력 파형은 식 (1)로 표현되나 윈도우가 옮겨감에 따라 offset의 기울기  $m$ 은 변하게 된다. 여기서, dc-offset 성분은 식 (4)에 의해 제거된다. [4]

$$y_k = (x_k - x_{k-1}) - (x_{k-1} - x_{k-2}) \quad (4)$$

이 디지털 필터의 데이터 윈도우는 주기당 샘플 수에 관계 없이 3샘플이 된다.

식 (1)의 파형을 식 (4)로 표현되는 필터에 통과시키면 그 출력은 아래의 식 (5)로 나타난다.

$$y_k = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 X_n \sin(2\pi nk/N + 2\phi_n) \quad (5)$$

$$a_n = \sqrt{4\sin^4(\pi n/N) + \sin^2(2\pi n/N)}$$

$$\phi_n = \tan^{-1}\{\sin(2\pi n/N)/2\sin^2(\pi n/N)\}$$

그림 2.는 이 디지털 필터의 크기 및 위상 특성을  $N=32$ 에서 나타낸 것이다. 이 필터의 특성은 첫째, 주파수가 클 수록 이득은 커지며, 기본파의 이득이 1보다 크게 작다. 둘째, 위상 특성은 (-)선형이다.

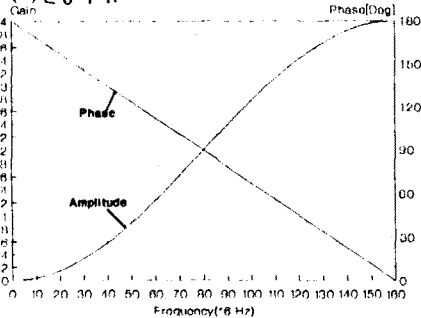


그림 2. DC-Offset 성분을 구간별 선형 함수로 본 필터의 특성

2-3 DC-Offset 성분을 구간별 상수 함수로 본 필터(형태 3)

이 방법은 임의의 샘플 데이터 수로 구성되는 윈도우 내의 dc-offset 성분을 상수로 가정한 것으로, 일정 윈도우 내의 입력 파형은 식 (6)으로 표현되나 윈도우가 옮겨감에 따라 offset의 크기  $c$ 는 변하게 된다. 이때, dc-offset 성분은 식 (7)에 의해 제거된다. [5]

$$x_k = \sum_{n=1}^{\infty} X_n \sin(2\pi nk/N) + c \quad (6)$$

여기서,  $c$  : 상수

$N$  : 주기당 샘플 수

$n$  : 고조파 차수

$$y_k = x_k - x_{k-M} \quad (7)$$

여기서,  $M$  : 필터 윈도우 크기

이 디지털 필터의 데이터 윈도우는 임의로 결정할 수 있다.

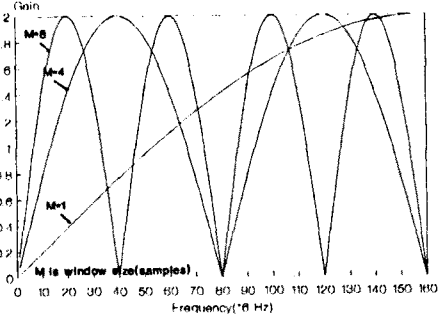
식 (6)의 파형을 식 (7)로 표현되는 필터에 통과시키면 그 출력은 아래의 식 (8)로 나타난다.

$$y_k = \sum_{n=1}^{\infty} X_n a_n \sin(2\pi nk/N + \phi_n) \quad (8)$$

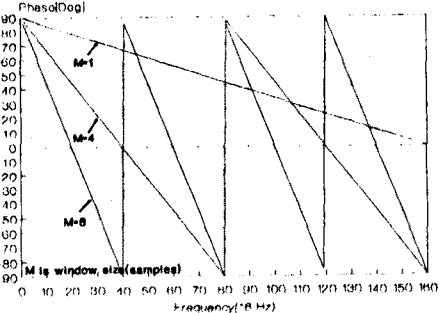
$$a_n = \sqrt{(E_n^2 + F_n^2)}, \quad \phi_n = \tan^{-1}(F_n/E_n)$$

$$E_n = 1 - \cos(2\pi nM/N), \quad F_n = \sin(2\pi nM/N)$$

그림 3.은 이 디지털 필터의 크기 및 위상 특성을  $N=32$ 에서 나타낸 것이다. 이 필터의 특성은 샘플간의 위상차(주기당 샘플 수)와 필터 윈도우(샘플 수)에 따라 특정 주파수의 이득이 0이 된다. 즉, 샘플간의 위상차, 필터 윈도우 및 고조파 차수의 3개항의 곱이 360의 배수가 되는 고조파는 이 필터에 의해 완전히 억제된다.



(a) 필터 윈도우에 따른 이득 특성



(b) 필터 윈도우에 따른 위상 특성

그림 3. DC-Offset 성분을 구간별 상수 함수로 본 필터의 특성

2-4 DC-Offset 성분을 지수 함수 그대로 이용한 필터(형태 4)

2-4-1 윈도우가 반주기+1샘플인 필터(형태 4-1)

이 방법은 dc-offset 성분을 지수 함수로 처리한 것이므로 계통 사고에 의한 과도 신호는 식 (9)로 표현된다. 이때, dc-offset 성분은 식 (10)에 의해 제거된다. [2]

$$x_k = \sum_{n=1}^{\infty} X_n \sin(2\pi nk/N) + A \exp(-k\Delta t/\tau) \quad (9)$$

여기서,  $\Delta t$  : 샘플링 간격,  $\tau$  : 시정수

$N$  : 주기당 샘플수

$$y_k = x_k - (x_k + x_{k-(N/2)}) / (1 + \exp(N\Delta t / 2\tau)) \quad (10)$$

이 디지털 필터의 데이터 윈도우는 반주기+1샘플이 된다.

식 (9)의 파형을 식 (10)으로 표현되는 필터에 통과시키면 그 출력은 아래의 식 (11)로 나타난다.

$$y_k = \sum_{n=1}^{\infty} X_n a_n \sin(2\pi n k / N + \phi_n) \quad (11)$$

여기서,  $a_n = \sqrt{(E_n^2 + F_n^2)}$ ,  $\phi_n = \tan^{-1}(F_n/E_n)$

$$E_n = 1 - \{\cos(n\pi) + 1\} / (1 + \exp(N\Delta t / 2\tau))$$

$$F_n = -\sin(n\pi) / (1 + \exp(N\Delta t / 2\tau))$$

그림 4.는 이 디지털 필터의 크기 및 위상 특성을 N=32에서 나타낸 것이다. 이 필터의 특성은 첫째, 기본파를 포함한 모든 기수 조파의 이득이 1이고, 우수 조파의 이득은 1보다 작은 값으로 모두 일정하다. 둘째, 기본파를 포함한 모든 조파에서 위상 지연은 없다.

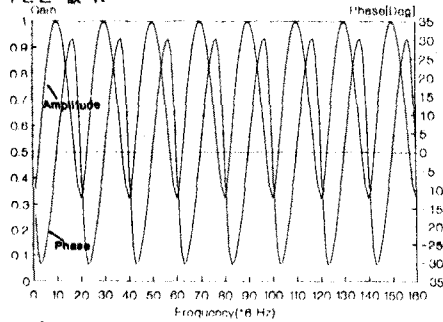


그림 4. DC-Offset 성분을 지수 함수로 처리하고, 윈도우가 반주기+1샘플인 필터의 특성

#### 2-4-2 윈도우가 2샘플인 필터(형태 4-2)

이 방법은 계통 사고에 의한 과도 신호는 2-4-1에서와 같이 식 (9)로 표현된 것을 이용하지만, 앞의 경우와는 달리 윈도우를 2샘플로 축소한 것이다. 여기서, dc-offset 성분은 식 (12)에 의해 제거된다.

$$y_k = x_k - x_{k-1} / \exp(\Delta t / \tau) \quad (12)$$

여기서,  $\Delta t$  : 샘플링 간격,  $\tau$  : 시정수

식 (9)의 파형을 식 (12)로 표현되는 필터에 통과시키면 그 출력은 아래의 식 (13)으로 나타난다.

$$y_k = \sum_{n=1}^{\infty} X_n a_n \sin(2\pi n k / N + \phi_n) \quad (13)$$

여기서,  $a_n = \sqrt{(E_n^2 + F_n^2)}$ ,  $\phi_n = \tan^{-1}(F_n/E_n)$

$$E_n = 1 - \{1 / \exp(\Delta t / \tau)\} \cos(2\pi n / N)$$

$$F_n = \{1 / \exp(\Delta t / \tau)\} \sin(2\pi n / N)$$

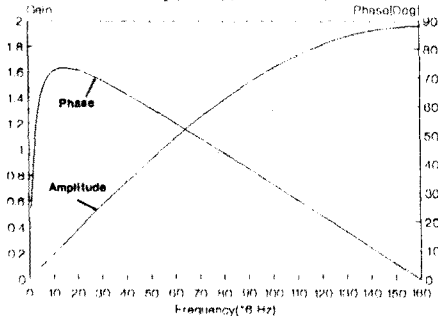


그림 5. DC-Offset 성분을 지수 함수로 처리하고, 윈도우가 2샘플인 필터의 특성

그림 5.는 이 디지털 필터의 크기 및 위상 특성을 N=32에서 나타낸 것이다. 이 필터의 특성은 첫째, 기본파의 이득은 1보다 작으며, 주파수가 클 수록 이득은 커진다. 둘째, 기본파에서 위상 지연이 가장 크다.

#### 3. 송전선 사고시 DC-Offset

송전선에서의 사고 발생시 계전신호에 나타나는 dc-offset 은 식 (9)에서처럼  $A \exp(-k\Delta t / \tau)$ 의 형태가 된다. 이때, 감쇠율을 결정하는 시정수  $\tau$ 는 대상 송전선의 단위 길이당 인덕턴스와 저항에 따라 결정되고[21, [6], 초기의 크기 A는 최대 기본파의 최대치와 같아진다. 사고시 dc-offset의 시정수는 선로의 종류에 따라 결정되는데, 현재 우리나라에서 실용중인 선로에서 시정수는 345KV급에서는 28 ~ 45msec, 154KV급에서는 6.2 ~ 20.5msec이다.

#### 4. DC-Offset이 기본파에 미치는 영향

사고시 계전신호에 포함되는 dc-offset은 일정한 크기로 존재하는 것이 아니라 지수함수 형태로 감소하기 때문에 다른 주파수 성분으로 오인되어 각 주파수 성분에 영향을 미치게 되고, 이는 결과적으로 특정 주파수 성분에 기초한 계전기의 사고 판단 능력을 감소시키게 된다.

그림 6.은 일정한 초기값(1.0)에서 시정수가 변할 때 offset이 어떤 주파수 성분으로 얼마만큼 인식되는지를 나타낸 것으로 한주기 데이터를 사용한 DFT의 결과이다.

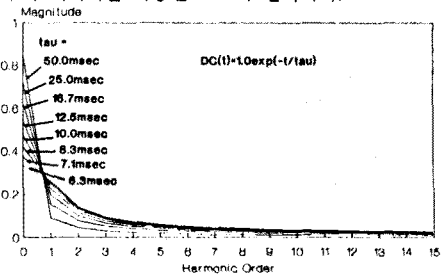


그림 6. 지수함수 형태로 감소하는 dc-offset 성분의 주파수 spectrum

#### 5. DC-Offset 제거 필터의 특성 비교

앞에 설명된 5가지 형태의 dc-offset 제거 필터의 특성을 비교하기 위해 식 (14)로 표현되는 파형을 각 필터에서 filtering 하였다. 이때, 주기당 샘플수는 32로 하였다.

$$x(t) = \sin(2\pi \cdot 60 \cdot t), \quad t < 16.667\text{msec} \quad (14a)$$

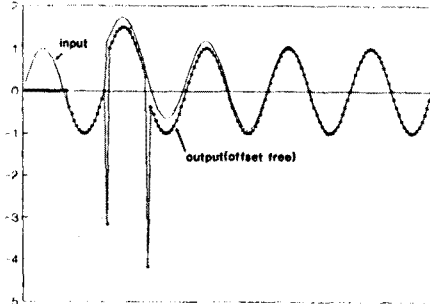
$$x(t) = \exp(-t/\tau) + \sin(2\pi \cdot 60 \cdot t), \quad 16.667\text{msec} < t \quad (14b)$$

여기서,  $\tau = 12.312\text{msec}$

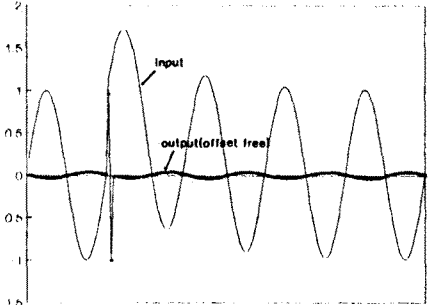
식 (14a)의 파형은 사고전의 계전 신호이며, 식 (14b)의 파형은 사고후의 계전 신호가 된다. 실제 계통에서 사고후의 계전 신호에는 고조파 성분도 포함되지만, 본 논문의 주 관심사는 각 필터에서 dc-offset이 어떻게 제거되는 지이므로 고조파 성분은 포함시키지 않았다. 그리고, 사고후 파형은 계통 구조가 변하므로 기본파의 크기도 사고전과는 달라지지만 여기서는 같은 것으로 하였다.

그림 7.은 2절에서 설명된 각 필터에 식 (14)의 파형을 통과시켰을 때의 출력 파형들이다. (a)는 형태 1, (b)는 형태 2,

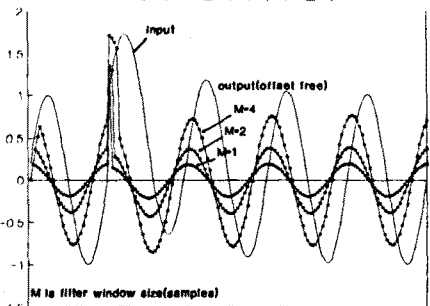
(c)는 형태 3, (d)는 형태 4, (e)는 형태 5인 필터에서의 결과이다.



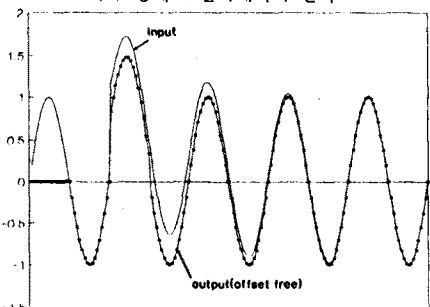
(a) 형태 1 필터에서의 결과



(b) 형태 2 필터에서의 결과



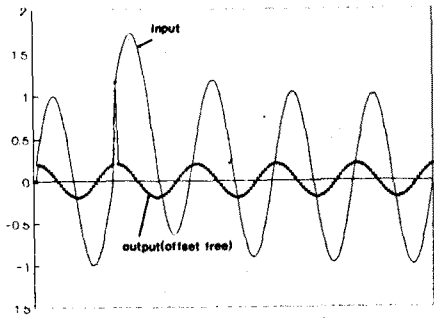
(c) 형태 3 필터에서의 결과



(d) 형태 4 필터에서의 결과

각 필터의 출력 파형에서 filter window 만큼의 시간 후에는 offset 이 제거되었음을 알 수 있다. 2결의 각 특성 곡선에서 예견된 바와 같이, 형태 1과 형태 4의 필터에서는 기본파는 필터에 의해 전혀 변화되지 않았고, 형태 2의 필터에서는 기본파는 크기는 0.0384로 줄고 위상은 168.75도 지연되었으며, 형태 5의 필터에서는 기본파가 0.1964로 줄어들고 위상은 72.25도 지연되었고, 형태 3의 필터에서는 filter window 의 크기에따라 크기와 위상이 변화하였다.

시정수가 30msec 이상이면 offset을 선형으로 가정하여도 큰



(e) 형태 5 필터에서의 결과

그림 7. 각 필터에서의 filtering 결과

에러는 없을 것이며, 임의의 시정수에서 주기당 샘플수가 많아지면 구간별 상수로 보아도 좋고, 시정수가 작아지거나 혹은 주기당 샘플수가 적으면 지수 함수로 보는 것이 가장 적합하다고 할 수 있다.

그리고, 기본파에 변형을 주지않는 측면에서는 형태 1이나 형태 4의 필터가 공히 우수하나, 고조파를 감쇠시키는 면에서는 형태 4의 필터가 더 우수하다. 또, offset 을 제거하는 속도의 측면에서는 filter window 가 가장 작은 형태 5나 형태 3의 필터가 우수하다.

## 6. 결론

본 논문에서는 dc-offset 을 제거하는 관점에서 몇가지 필터의 특성을 분석·비교하였다. 속도의 측면에서는 형태 3과 형태 5가 가장 우수하지만(주기당 샘플수가 적을 수록 형태 5가 더 우수함), 고조파를 증폭시키므로 충전용량이 큰 계통 특히, cable 계통에는 적합하지 못하다. 고조파를 감쇠시키는 측면에서는 형태 4의 필터가 가장 우수하지만 반주기 1샘플이라는 filter window 에 따른 필연적인 시지연이 형태 5의 필터보다 크다. 기본파 이외의 주파수도 이용하는 알고리즘에서는 위상 왜곡을 배제시키기 위해서 group delay 가 상수(즉, 위상특성이 선형)이어야 하는데[7] 이의 측면에서는 형태 4의 필터가 가장 우수하다. 따라서, 디지털 계전기의 알고리즘의 종류나 혹은 계전기가 설치되는 위치 및 계통전압에 따라 가장 효과적인 필터를 선택하여야 한다.

## 7. 참고문헌

- [1] 강 상희, 박 종근, '진행파 기법을 이용한 새로운 초고속 거리계전 방식', 전기학회 논문지, 제40권 제12호, 1991.12.
- [2] 강 상희, 박 종근, 'Offset 이 제거된 반주기 데이터를 사용하는 고속 Haar 변환에 기초한 디지털 거리계전 알고리즘', 전기학회 논문지 접수번호 92-80, 1992.
- [3] Simon Kidd, Distance Relaying Using Walsh Functions, Final Year Project Report, University of Bath, U.K., 1991.
- [4] Sanghee Kang, Raj K. Aggarwal, Allan T. Johns 'Digital Distance Relaying Based on Fast Haar Transformation Techniques', submitted to 27th Universities Power Engineering Conference, Bath, England, UK, September 1992.
- [5] Toshiba Protective Relays Seminar, Toshiba Corporation, March 15, 1988.
- [6] A.T.Johns, M.A.Martin, 'Fundamental Digital Approach to the Distance Protection of E.H.V. Transmission Lines', Proceedings of IEE, Vol. 125, No. 5, May, 1978.
- [7] Andreas Antoniou, Digital Filters : Analysis and design, McGraw-Hill Book Company, 1979.