

# Lagrangian Relaxation법에 의한 기동정지계획에 관한 연구

송길영\* 이범<sup>Ⓞ</sup> 김용하\*\*

\* : 고려대학교 전기공학과  
\*\* : 인천대학교 전기공학과

## A Study on Unit Commitment using Lagrangian Relaxation Method

K.Y. SONG\* B. LEE\* Y.H. KIM\*\*

\* : Dept. of Electrical Engineering KOREA UNIVERSITY  
\*\* : Dept. of Electrical Engineering INCHON UNIVERSITY

### Abstract

This paper presents an approach for thermal Unit Commitment by Lagrangian Relaxation with fuzzy technique. A proposed algorithm makes it possible to execute optimal decision making between Generation Cost and Load Demand with membership function. In order to test the validity of the proposed method, we applied to Mid-western utility system which has 20 thermal units. So, the usefulness of this method is verified.

$$\text{Minimize } F = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N (C_i^t + SCOST_i^t) U_i^t \quad (1)$$

여기서,  $C_i^t$  : t시간에서 발전기 i의 발전비용[\$]  
 $SCOST_i^t$  : t시간에서 발전기 i의 기동 및 정지 비용[\$]  
 $U_i^t$  : t시간에서의 발전기 i의 상태  
 $U_i^t = 1$  : 발전기 i가 운전중  
 $U_i^t = 0$  : 발전기 i가 정지중  
 $T$  : 기동정지대상 시간 (t=1..T)  
 $N$  : 기동정지대상 발전기 (i=1..N)

### 1. 서론

최근 에너지자원의 고갈로 연료수급이 어려울뿐만 아니라 하계냉방부하의 급증으로 부하율이 낮아지고 있으므로, 에너지의 절약과 아울러 전력계통의 합리적인 운용방법이 절실히 요구되고 있다. 특히 막대한 연료비로 전력을 생산하는 화력발전소의 경우, 합리적인 운용에 의한 비용절감효과가 크게 기대되고 있으며 이의 한 방안으로 발전기의 기동정지계획의 중요성이 점차 증대되고 있다. 통상 발전기의 기동정지계획은 1일을 고려대상기간으로 하는 일간기동정지계획과 1주간을 고려대상으로 하는 주간기동정지계획으로 대별되고 있으며, 이들 단기기동정지계획은 발전기의 특성과 부하 및 예비력을 고려하여 시간별로 기동 및 정지를 결정한다.

이러한 기동정지계획을 위하여 지금까지 개발된 방법에는

- 1) Branch and Bound법
- 2) 동적계획법
- 3) Benders partitioning법
- 4) Heuristic법
- 5) Lagrangian Relaxation법

등이 있으며 1), 2), 3)의 방법은 규모가 작은 계통에서는 만족스러운 결과를 얻을 수 있으나, 계통의 규모가 증가하면 계산시간과 컴퓨터 기억용량이 급격히 증가하여 현재의 컴퓨터로는 처리가 사실상 불가능한 것으로 알려져 있으며, [1] 한편 4)의 방법은 최적의 결과를 얻기 어렵다는 단점이 있다. 따라서 이러한 문제를 해결하기 위하여 대규모의 전력계통에 대한 발전기의 기동정지계획에는 Lagrangian Relaxation법이 널리 이용되고 있다. [1]

그러므로 본 연구에서는 Lagrangian Relaxation법을 사용하여 기동정지계획을 수립하였으며, 발전기 기동정지계획에 중요한 요인인 수요에 예측의 오차가 수반하는 특성을 감안, 일간자의 구간이 반영될 수 있도록 퍼지기법을 적용하여 보다 합리적인 기동정지계획을 세우고 이를 시험계통에 적용하여 그 유용성을 검증하였다.

### 2. 기동정지계획의 정식화

기동정지계획의 문제는 주어진 제약조건을 만족시키면서 목적함수를 최소화 하는 최적화문제로 정식화된다.

#### 2.1 목적함수

목적함수는 각 발전기의 운전비용과 기동 및 정지비용의 총 합계를 최소화 하는 것으로 식(1)과 같다.

### 2.2 제약조건

제약조건에는 수요, 예비력, 발전기의 최소 및 최대출력, 최소기동 및 최소정지시간, 발전전력의 증가율 등을 들 수 있으며, 이중 수요 및 예비력은 계통의 발전기 전체에 관련되며, 나머지는 각 발전기의 개별특성으로 나타난다. Lagrangian Relaxation법에서는 계통의 발전기 전체에 관련되는 결합제약조건 (Coupling Constraints)과 각 발전기에 관련되는 국지제약조건 (Local Constraints)으로 나누어 처리한다.

#### 1) 결합제약조건

i) 수요제약조건 : 전체 발전전력은 계통손실을 포함하여 수요를 만족하여야 한다.

$$\sum_{i=1}^N U_i^t P_i^t = D^t \quad (2)$$

ii) 예비력 제약조건 : 운전중 발전기탈락등 사고및 급격한 부하증가에 대비하기 위하여 예비력을 확보해야 한다.

$$\sum_{i=1}^N U_i^t P_{i\max} \geq D^t + R^t \quad (3)$$

여기서,  $D^t$  : 수요 [MW]  
 $R^t$  : 예비력 [MW]  
 $P_i^t$  : t시간에서 i발전기의 발전전력 [MW]  
 $P_{i\max}$  : i발전기의 최대발전전력 [MW]

#### 2) 국지제약조건

- i) 최소 발전전력( $P_{i\min}$ ) 및 최대 발전전력( $P_{i\max}$ )
- ii) 최소 가동시간(Minimum Up Time) 및 최소 정지시간(Minimum Down Time)
- iii) 발전전력 증가율(Pick Up Rate)

### 3. Lagrangian Relaxation법에 의한 기동정지계획

Lagrangian Relaxation법에 의한 기동정지계획에서 확대 목적함수  $L(P, U, \lambda, \mu)$ 는 비용의 목적함수에 수요 및 예비력의 결합제약조건을 각각 Lagrange multiplier  $\lambda^t, \mu^t$  로 더한 식(4)로 표현된다. [2]

$$L(P, U, \lambda, \mu) = F - \sum_{t=1}^T [\lambda^t (\sum_{i=1}^N U_i^t P_i^t - D^t) + \mu^t (\sum_{i=1}^N U_i^t P_i^{max} - D^t - R^t)] \quad (4)$$

### 3.1 문제의 분할

식(4)의 Lagrangian 함수는 발전기 N개에 대해 N개의 독립된 부분 문제로 분할(Decomposition)하여 각각에 대해 처리하므로 효율적인 계산이 가능하다. 이를 위하여 각 발전기에 관련되는 부분과 수요, 예비력등과 같이 전체계통에 관련되는 부분을 나누어 식(5)와 같이 나타낸다. 식(5)는 식(6)과 같이 Lagrangian multiplier에 대하여 각 발전기별로 최솟값을 나타내는  $q_i$ 로 나타낼 수 있으며, 이의 합과 계통 전체에 관계되는 상수항의 합은 Lagrangian 함수를 최소화 시키는 문제로 처리할 수 있다. [2]

$$L(P, U, \lambda, \mu) = \sum_{t=1}^T [\sum_{i=1}^N \{(C_i^t + SCOST_i^t) U_i^t - \lambda^t U_i^t P_i^t - \mu^t U_i^t P_i^{max}\} + \lambda^t D^t + \mu^t (D^t + R^t)] \quad (5)$$

$$\text{Minimize}_{P, U} L(P, U, \lambda, \mu) = \sum_{i=1}^N q_i + \sum_{t=1}^T \{ \lambda^t D^t + \mu^t (D^t + R^t) \}$$

$$q_i = \text{Minimize}_{U_i^t} \{ (C_i^t + SCOST_i^t) U_i^t - \lambda^t U_i^t P_i^t - \mu^t U_i^t P_i^{max} \} \quad (6)$$

### 3.2 Primal - Dual의 문제

주어진  $\lambda^t, \mu^t$ 에 대하여 국지제약조건을 만족하면서 식(4)를 최소화 시키는 것을 Primal 문제라 하며, Lagrange multiplier  $\lambda^t, \mu^t$ 를 적절히 조절하여 최적해를 구하는 것을 Dual 문제라 한다.

Primal 문제는 식(6)으로 나타나며,  $q_i$ 에 대한 최솟치는 동적계획법으로 처리한다. 이때 국지제약조건도 동적계획법 내에서 처리한다. [2]

$$\text{Minimize}_{P, U} L(P, U, \lambda, \mu) \quad (7)$$

Dual문제의 최적해는 Primal 문제에서  $\lambda, \mu$ 를 조절하여  $L(P, U, \lambda, \mu)$ 를 최대화 하므로써 얻어진다. [2]

$$\text{Maximize}_{\lambda, \mu} [ \text{Minimize}_{P, U} L(P, U, \lambda, \mu) ] \quad (8)$$

### 4. 기동정지계획에 퍼지기법의 도입

기동정지계획 결정에 중요한 요소인 수요예측에는 오차가 발생하므로 운용자의 주관을 계획에 반영하기 위하여 퍼지기법을 도입한다.

#### 4.1 퍼지목적함수 C의 멤버십 함수

퍼지목적함수는 비용이 최소가 되도록 발전기의 운용계획을 결정하는 것이 목적이다. 이때 멤버십 값과 발전비용은 반비례의 관계가 있어 멤버십 값이 커지면 발전비용은 작아지게 된다. 이에 의사결정자의 의지를 반영하기 위하여 가중계수를 사용하며, 식(9)의 가중계수는 발전비용의 최소화가 보다 중요한 경우에는 큰값을 주고, 그렇지 않은 경우에는 작은 값을 준다. [3]

$$\mu^C(M) = e^{-W \Delta C(M)} \quad (9)$$

$$\text{여기서 } \Delta C(M) = \frac{\text{COST}(M) - \text{COST}_{\min}}{\text{COST}_{\min}}$$

COST(M) : M 경우의 최소 총비용 [\$]  
 COST<sub>min</sub> : Min [COST(M)]  
 W : 퍼지목적함수에 대한 가중계수  
 M : 퍼지계산에 대한 각각의 경우

식(9)에서 각각의 가중치를 10, 20, 30으로 한 경우 퍼지목적함수의 멤버십 함수는 그림 1.과 같다.

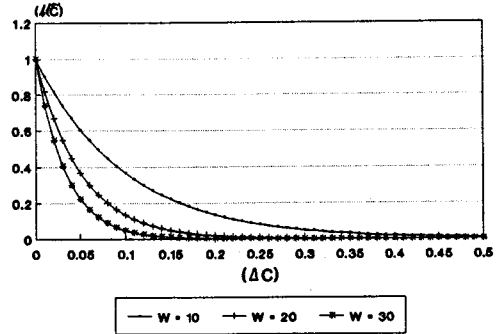


그림 1. 퍼지목적함수의 멤버십 함수  $\mu^C$

#### 4.2 부하 C의 멤버십 함수

부하에는 항상 예측의 오차가 존재하므로 실제의 부하는 예측부하에 예측의 오차를 더한 식(10)으로 구하여진다.

$$L_{actual} = L_{forecasted} + \Delta L \quad (10)$$

여기서  $L_{actual}$  : 실제 부하 [MW]  
 $L_{forecasted}$  : 예측 부하 [MW]  
 $\Delta L$  : 예측 오차 [MW]

식(10)에서  $\Delta L$ 의 멤버십 함수를 얻기 위하여는 상당기간 동안의 부하예측을 검토하여 M.A.E. (Mean Absolute Error)를 얻어야 한다. 그의 적용 및 M.A.E. 값의 한 예를 나타내면 표 1. 및 표 2.과 같다.

표 1. 24시간동안의 예측오차 표시

시간	오차	시간	오차	시간	오차	시간	오차
1	S	7	M	13	VL	19	M
2	S	8	M	14	VL	20	L
3	S	9	L	15	L	21	L
4	S	10	L	16	L	22	L
5	S	11	L	17	L	23	M
6	M	12	VL	18	M	24	VS

VL : 매우 큼 L : 큼 M : 중간  
 VS : 매우 작음 S : 작음

표 2. M.A.E.

표시	M.	M.
VL	0.05418	-0.03271
L	0.04668	-0.02786
M	0.01979	-0.02115
S	0.01488	-0.01678
VS	0.01267	-0.01425

여기서 예측오차는 실제부하가 예측부하 보다 큰 양의 오차와 예측부하 보다 작은 양의 오차가 발생하게 되는데, 이 둘을 분리하여 양의 오차와 음의 오차의 두 그룹으로 나누고, 이의 M.A.E.를 계산하여 각각  $M_+$  와  $M_-$  로 하며, 이  $M_+$  와  $M_-$  로서 식(11)과 같은 멤버십 함수를 얻는다. 또한 예측오차에 대한 가중계수  $WL$ 을 적용하며, 이 값은 부하의 수급을 보다 중요시 하는 경우에는 큰값을 주며, 그렇지 않은 경우에는 작은값을 준다.

$$\mu_L = \frac{1}{1 + WL (\Delta L / M_+)} \quad \Delta L \geq 0 \quad (11)$$

$$\mu_L = \frac{1}{1 + WL (\Delta L / M_-)} \quad \Delta L < 0$$

여기서  $\Delta L$  : 백분율 오차  
 $= (L_{actual} - L_{forecasted}) / L_{forecasted}$

$WL$  : 예측오차에 대한 가중계수

그림 2.는 식(11)에서 가중치  $WL$ 을 2.333 과 1.0으로 한 경우이며, M.A.E.중  $VL$  과  $VS$ 만 나타내었다. 이는 예측오차가 M.A.E.와 같을 경우에  $\mu_L = 0.3$ ,  $\mu_L = 0.5$  로 한 값이다.

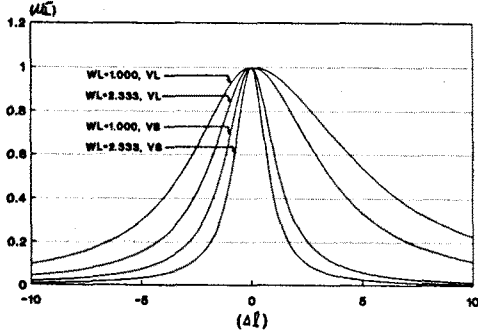


그림 2. 부하에 대한 멤버십 함수  $\mu_L$

#### 4.3 퍼지 최적의사결정

퍼지 최적의사결정은 대체안 집합 A 중에서 퍼지목표 C 와 제약조건 L 이 주어져 있을때, A 중에서 최적대체안 X 를 선택하는 것으로 다음과 같은 퍼지결정의 개념을 바탕으로 이루어진다. C 와 L 를 동시에 만족하는 대체안을 나타내는 퍼지집합을 D 라 하면

$$D = C \cap L \quad (12)$$

로 표현되고 D 의 멤버십함수는

$$\mu_D = \min(\mu_C, \mu_L) \quad (13)$$

로서 최적의 대체안 X를 선택하는 과정에서 「만족해」로 해석된다. 퍼지의 최적결정은

- i) 퍼지결정의 멤버십 값  $\mu_D$  를 고려하면서
- ii) 가장 바람직한 대체안을 대체안집합 A 중에서 선택하게되며 식(14)과 같이 표현된다.

$$\mu_D^* = \max[\min(\mu_C, \mu_L)] \quad (14)$$

#### 5. 사례연구

본 연구에서는 20기의 화력발전기로 구성된 Midwestern계통[6]을 대상으로 24시간에 대한 기동정지계획을 수립함에 있어 Lagrangian Relaxation법을 사용하였다. Lagrangian Relaxation법은 계산시간이 짧아 대규모계통에 유용한 반면 계산결과는 준최적이 되므로, 최적해와의 차이를 검증하기

위하여 동적계획법에 의한 해를 최적해로 간주하여 이와 비교하였다. 또한 각 시간대별 부하의 오차와 M.A.E.는 표 1, 과 표 2.를 사용하였다. 이기동정지계획을 시행시 송전손실을 포함시켜야 하나 본 연구에서는 손실이 없는 것으로 가정하고 계산하였고, 최소 기동 및 정지시간도 없는 것으로 계산하였다.

#### 5.1 모델계통

모델로 사용한 계통에 대한 특성은 표 3.과 같으며, 기동정지계획을 시도한 부하는 그림 3.에 나타내었다. 또한 예비력은 대상계통중 가장 용량이 큰 발전기가 470MW인 점을 감안하여 470MW로 하였다.

표 3. 대상계통 특성

Unit	A (연료비)	B = AP <sup>2</sup> + BP + C	C	P <sub>min</sub> (MW)	P <sub>max</sub> (MW)	STC ( \$ )
1	0.00048	16.19	1078.8	150.	455.	19939.
2	0.00031	17.26	969.8	150.	455.	20129.
3	0.00211	16.51	702.9	20.	130.	2274.
4	0.00211	16.51	702.9	20.	130.	2274.
5	0.00398	19.70	445.4	25.	162.	3888.
6	0.00043	21.60	958.2	150.	470.	23490.
7	0.00078	21.04	1168.1	135.	465.	24099.
8	0.00063	21.05	1313.6	135.	460.	23577.
9	0.00254	22.68	372.2	20.	160.	3960.
10	0.00070	23.90	471.6	60.	300.	13133.
11	0.01090	19.58	455.6	20.	80.	767.
12	0.00171	23.71	367.5	25.	162.	3960.
13	0.00712	22.26	371.0	20.	80.	703.
14	0.00079	27.74	476.6	25.	85.	1072.
15	0.00413	25.92	660.8	55.	55.	144.
16	0.00222	27.27	665.8	55.	55.	144.
17	0.00173	27.79	644.5	55.	55.	144.
18	0.00951	26.54	692.4	55.	55.	144.
19	0.00214	27.91	661.2	55.	55.	144.
20	0.00209	28.12	650.7	55.	55.	144.

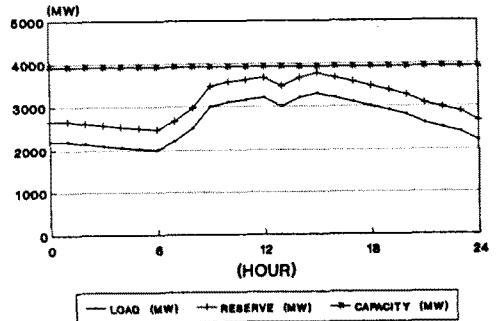


그림 3. 대상 부하

#### 5.2 L.R. 과 퍼지 L.R.의 비교

Lagrangian Relaxation법에 퍼지기법을 도입하여 이를 비교하였다. 퍼지기법의 도입에 가장 중요한 의사결정변수는 가중계수이기 때문에 이를 변화시켜 가면서 기동정지계획의 변화를 알아보았다. 우선 기존의 Lagrangian Relaxation법과 퍼지기법을 도입한 Lagrangian Relaxation법을 비교하기 위하여,  $W = 20$ ,  $WL = 2.333$  으로 하였을 경우 퍼지기법의 도입전 과 도입후를 알아보았다. 이 경우 부하와 목적함수의 멤버십 함수는 표 4.와 같으며, 이의 퍼지의사결정은 부하의 멤버십 함수와 발전비용의 멤버십함수의 최소-최대점이 되는 14번째 경우에서 결정되었다. 참고로 동적계획법, Lagrangian Relaxation법, 퍼지기법을 도입한 Lagrangian Relaxation법으로 문제를 해결하는데 소요되는 시간의 비교를 표 6.에 나타내었으며, 이의 기준은 Lagrangian Relaxation법으로 해결하는데 소요되는 시간을 1로 하였다.

표 4. 최적 기동정지계획의 멤버십 값

	부 하	총 발전비	$\mu_C$	$\mu_E$	$\mu_B$
1	101.3 *	1536390	0.500	0.371	0.371
2	101.2 *	1530938	0.550	0.400	0.400
3	101.1 *	1525304	0.600	0.432	0.432
4	101.0 *	1520586	0.650	0.461	0.461
5	100.8 *	1517936	0.700	0.478	0.478
6	100.7 *	1515351	0.750	0.495	0.495
7	100.6 *	1512767	0.800	0.513	0.513
8	100.5 *	1508437	0.850	0.544	0.544
9	100.4 *	1505053	0.900	0.570	0.570
10	100.3 *	1497124	0.950	0.635	0.635
11	100.0 *	1489461	1.000	0.705	0.705
12	99.7 *	1486621	0.950	0.733	0.733
13	99.5 *	1482262	0.900	0.778	0.778
14	99.4 *	1479341	0.850	0.810	0.810
15	99.3 *	1476654	0.800	0.840	0.800
16	99.2 *	1474556	0.750	0.864	0.750
17	99.1 *	1473097	0.700	0.882	0.700
18	99.0 *	1471249	0.650	0.904	0.650
19	98.9 *	1468963	0.600	0.933	0.600
20	98.7 *	1466909	0.550	0.960	0.550
21	98.6 *	1463928	0.500	1.000	0.500

단, 부하의 오차는 <M> 기준

이의 결과를 보면, 부하의 멤버십 함수  $\mu_C = 1$  에 상응하는 Lagrangian Relaxation법의 경우보다, 퍼지기법을 도입하였을 경우 부하 수급조건에 대한 멤버십함수와 발전비용의 멤버십함수의 최소-최대점을 선택 하므로서 경제적인 발전이 가능함을 알 수 있다. 이의 기동정지계획은 표 5.의 운영부분과 같이 변경됨을 알 수 있다.

표 5. 퍼지 L.R.의 기동정지계획

시간	0	6	12	18	24
1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1
3	1	1	0	0	0
4	1	0	0	0	0
5	1	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1
9	1	1	1	1	1
10	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0

표 6. 각 방법의 발전비용과 시간의 비교

	동적계획법	L. R.	퍼지 L. R.
발전비용	1483268	1489461	1479341
계산시간	692	1	21

또한 의사결정의 중요한 요소인 가중계수를 변경시켜 계산한 결과, 표 7.에서와 같이 가중계수 WL, W 이 변함에 따라 최적의사결정이 달라짐을 알 수 있다. 즉, 부하에 대한 가중계수를 크게주고, 발전비용에 대한 가중계수를 작게 준 경우는 부하의 수급은 만족도가 큰 반면 발전비용은 커진다. 반면 부하에 대한 가중계수를 작게주고, 발전비용에 대한 가중계수를 크게주면 부하수급은 만족스럽지 못한반면 발전비용은 작아진다. 따라서 가중계수로서 의사결정자의 의지를 반영할 수 있음을 알 수 있다. 여기서 기동정지계획 을 나타 내는 도표는 생략하였다.

표 7. 각 가중계수별 최적 의사결정

WL	W	부하	총 발전비	$\mu_C$	$\mu_E$	$\mu_B$ *
2.333	10.	99.5 *	1482262	0.900	0.882	0.882
2.333	20.	99.4 *	1479341	0.850	0.810	0.810
2.333	30.	99.3 *	1476654	0.800	0.770	0.770
1.0	10.	99.1 *	1473401	0.850	0.827	0.827
1.0	20.	98.8 *	1467438	0.750	0.742	0.742
1.0	30.	98.6 *	1463930	0.700	0.690	0.690

단, 부하의 오차는 <M> 기준

6. 결론

본 연구에서는 기동정지계획문제에 있어서 퍼지기법을 도입한 Lagrangian Relaxation법을 시도하였으며, 사례연구 결과는 다음과 같다.

- 1) 최적치를 얻을 수 있으나, 실제통에의 적용이 어려운 동적계획법 대신에 준최적이지만 실제통에 적용이 용이한 Lagrangian Relaxation법을 도입하여 실제통에 적용을 시도하였다.
- 2) 의사결정자의 주관을 기동정지계획에 반영 시키고자 퍼지기법을 도입하여, 의사결정자의 의지에 따른 Lagrangian Relaxation법에 의한 기동정지계획을 수립하여 보다 유연성있는 결정을 할 수 있게 하였다.
- 3) Lagrangian Relaxation법에 퍼지기법을 도입한 방법을 실제통에 적용하여 제안된 알고리즘의 유용성을 검증하였다.
- 4) 추후 송전선로의 손실, 최소기동 및 최소정지시간, 에너지제약을 갖는 발전기를 고려한 퍼지 Lagrangian Relaxation법을 개발하고자 한다.

참고문헌

[1] A. Merlin, P. Sandrin, 'A New Method for Unit Commitment at Electricite de France', IEEE Trans. PAS, Vol. PAS-102, No.5, May 1983

[2] S. Virmani, K. Imhof, S. Mukherjee, 'Implementation of A Lagrangian Relaxation based Unit Commitment Problem', IEEE Trans. PAS, Vol.4, No.4, October 1989

[3] Chung-Ching Su, Yuan Yih Hsu, 'Fuzzy Dynamic Programming: An Application to Unit Commitment', IEEE Trans. Power System, Vol.6, No.3, August 1991

[4] Allen J. Wood, Bruce F. Wollenberg, 'Power Generation, Operation and Control', John Wiley and Sons

[5] H. J. Zimmermann, 'Fuzzy Set Theory- and It's Applications', Boston-Dordrecht-Lancaster

[6] Fred N. Lee, 'The Application of Commitment Utilization Factor(CUF) to Thermal Unit Commitment', IEEE Trans. Power System Vol.6, No.2, May 1991