

# 사구간이 존재하는 시스템을 위한 새로운 Fuzzy 제어기

박중환<sup>o</sup>, 이선우, 김종환  
한국과학기술원 전기및 전자공학과

A novel Fuzzy Controller  
for a System with Deadzone

Jong-Hwan Park, Seon-Woo Lee and Jong-Hwan Kim  
Dept. of Elec. Eng., KAIST

**Abstract** Existing methods for controlling systems containing unknown dead-zones show the limitations on the performances. To solve these problems, this paper proposes a novel two-layer structured Fuzzy controller by analyzing the output response of the existing Fuzzy PD controller and the precompensator.

## 1. 서론

사구간(deadzone) 특성은 실제 제어 시스템에서 많이 나타난다. 특히 구동기의 경우에는 예외없이 이런 사구간 특성을 갖고 있다. 또한 이 사구간 비선형 특성의 정확한 형태는 일반적으로 알려져 있지 않고, 또 시간에 따라 변화하므로 기존의 선형화된 모델에 기초를 둔 일반적인 제어기법으로는 제어기의 설계가 어려워 흔히 구동기 모델을 선형으로 가정하여 왔다. 그러나 실제적인 경우 사구간의 존재로 말미암아 전체 시스템의 안정도에 대한 보장이 어려워, 전체 시스템의 성능이 저하되는 결과를 초래한다. 실제 PID제어기를 사구간이 있는 공정에 적용할 경우 사구간의 존재로 인해 큰 Overshoot와 느린 수렴시간을 나타내는 등의 과도응답특성이 저하되는 결과를 나타낸다. 최근에 이런 비선형성을 갖는 공정에 대한 제어기의 연구가 현대제어 이론을 적용하여 발표되고 있다. 사구간을 구간별로 분리한 후 이를 추정하여 비선형 제어기를 구현한 연구[1]가 발표되었으나, 이 방법은 복잡하여 실제 산업계에서 쓰기엔 어려움이 있다. 또한, 이를 바탕으로 사구간에 의한 비선형성을 잡음으로 간주하여 Switching  $\sigma$ -modification 알고리즘을 사용하여 적응제어기를 구현한 연구[2]도 있으나, 실제 적용하기에는 그 출력특성이 떨어지는 단점이 있다. 또한 비선형제어에 적용성이 뛰어나다고 알려진 Fuzzy 제어기를 사용해 본 결과, Fuzzy PD제어기[3]의 경우는 사구간의 크기에 비례한 큰 정상상태 오차와 Overshoot가 발생하고 Fuzzy PID제어기[4]의 경우에도 사구간의 영향을 크게 받는다.

본 논문에서는 시간에 따라 변화하는 미지의 사구간을 갖는 공정에 대해 기존의 PID제어기에서 나타나는 나쁜 과도응답특성을 개선하기 위하여 기존의 Fuzzy PD제어기의 응답특성에 대한 해석을 시도하여 이로부터 부족한 성능의 향상을 위한 새로운 형태의 Fuzzy 제어기를 제안하였다. 제안된 Fuzzy제어기는 기존의 Fuzzy PD제어기의 전단에 새로운 형태의 Fuzzy 보상기를 갖는 구조를 가진다. 이 전단보상기는 역시 Fuzzy논리에 기초를 두고 경험적으로 얻어진 보상규칙을 이용하여 구성되었으며, 구조상 기

존의 어떤 형태의 Fuzzy PD제어기에 대해서도 쉽게 적용될 수 있는 장점을 가진다.

## 2. Fuzzy PD제어기의 해석

Fuzzy PD제어기는 Fuzzy 제어기중 상승시간은 가장 작으며 정상상태로의 접근도 상대적으로 빠르고 안정하다. 다만, 사구간의 크기에 비례하는 정상상태오차가 존재한다는 것이 문제점이다. 따라서, 이 Fuzzy PD제어기의 경우 정상상태오차를 0으로 보낼 수 있다면 사구간이 존재하는 시스템을 원하는 목적대로 제어할 수 있을 것이다.

정상상태에서의 각 내부변수들의 관계를 알아보기 위해 그림 2에 보여진 Fuzzy PD제어기의 각 내부변수에 대한 식을 전개해 보면 다음과 같다.

$$v(t) = K_{pym}(t) + F(e(t), \dot{e}(t)) \quad (1)$$

$$e(t) = y_m(t) - y_p(t) \quad (2)$$

$$u(t) = D[v(t)] \begin{cases} \text{IF } v(t) > d, & u(t) = m(v(t) - d) \\ \text{IF } -d < v(t) < d, & u(t) = 0 \\ \text{IF } -d < v(t), & u(t) = m(v(t) + d) \end{cases} \quad (3)$$

$$y_p(t) = G(S)u(t) \quad (4)$$

여기서  $y_m(t)$ 는 기준입력,  $v(t)$ 는 제어기출력,  $u(t)$ 는 구동기 출력,  $G(S)$ 는 공정의 전달함수,  $S$ 는 미분연산자,  $y_p(t)$ 는 공정의 출력을 나타내며,  $K_p$ 는 제어기의 비례이득계수,  $d$ 는 사구간의 크기이고  $m$ 은 구동기의 전달함수 기술기호로 본 논문에서는  $m=1$ 로 가정했다.

식(1)에서  $F(e(t), \dot{e}(t))$ 는 Fuzzy 추론의 결과로 제어기의 증가분을 나타내며  $K_{pym}(t)$ 는 정상상태에서의 입력값을 나타낸다. 식(3)은 사구간이 존재하는 그림 1과 같은 구동기의 전달함수를 표현한 것이다.

먼저 사구간이 존재하지않는 경우 식(1), (3), (4)로 부터 출력은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$y_p(t) = G(S) [ K_{pym}(t) + F(e(t), \dot{e}(t)) ] \quad (5)$$

그리고  $y_p$ 는 식(2)으로부터 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$y_p(t) = y_m(t) - e(t) \quad (6)$$

위 두식을 정상상태에서 다룰 때 오차변화율은 없는 것 ( $\dot{e}(t)=0$ )으로 가정하고 전체 시스템이 안정하다고 가정하면 정상상태 출력은  $u(t)$ 에 비례하므로 (5)식과 (6)식으로부터 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$y_m(t) - e(t) = K_s [ K_{pym}(t) + F(e(t), 0) ] \quad (7)$$

여기서  $K_s$ 는 시스템에 따라 주어지는 상수 값으로 Fuzzy PD제어기가 잘 조정되어  $K_p = K_s^{-1}$ 라고 하자. 위 식을  $e(t)$ 에 대한

식으로 생각할 때, 정상상태오차  $e_{ss}(t)$ 는 위 식의 근에 해당됨을 알 수 있으나, 함수  $F(e(t), 0)$ 은 수식으로 표현하기 어려운 언어적 함수이므로 기존의 대수적 방법으로는 해를 구할 수는 없고  $e(t)$ 에 대한 함수  $F$ 의 경향을 Fuzzy추론규칙으로부터 추정할 수 있다. 함수  $F(e(t), 0)$ 은 증가함수이고 원점  $(F(0, 0)=0)$ 을 지난다. 식(7)의 좌변식과 우변식의 교점이 정상상태의 출력  $y_p(t)$ 와 오차  $e_{ss}(t)$ 임을 알고 있다. 그림 3로부터 두 그래프가 중첩하는 점은 정상상태오차가 0이고, 출력이 기준값  $y_m(t)$ 임을 알 수 있다. 따라서 사구간이 존재하지 않는 공정의 경우  $K_p=K_s^{-1}$ 일때 Fuzzy PD제어기의 정상상태오차는 0이 된다.

사구간이 존재할 때의 경우에 대하여 앞에서 다른 해석을 적용하면 식(7)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$y_m(t) - e(t) = K_s \{ D[K_p y_m(t) + F(e(t), 0)] \} \quad (8)$$

식(8)의 좌변은 식(7)의 경우와 마찬가지로  $(0, y_m(t))$ 를 지나 는 기울기 -1의 직선이고, 우변에 대한 그래프는 그림4과 같이  $v(t)$ 의 값이 -d와 d사이에 있을 때는 0이고, 그 밖에서는  $\pm d$ 만큼  $v$ 축으로 이동하고  $m$ 배한 것이  $u(t)$ 이며 이를  $K_s$ 배한 것이 정상상태에서의  $y_p(t)$ 값이다. 식(8)을 그래프적 방법을 통해 근을 추정해 보면 그림5에서와 같이 두 그래프의 교점이 상당히 오른쪽( $e_{ss} > 0$ )에 존재함을 알 수 있다. 즉, 사구간이 존재할 때 Fuzzy PD제어기는 항상 정상상태오차가 발생하며, 그 값은 식(8)을 만족하는 값이다.

### 3. 수정된 Fuzzy 제어기

그림5의 그래프로부터 교점이  $(0, y_m(t))$ 가 되도록 식(8)의 우변항 그래프를 왼쪽으로 적당량 이동시키면 기준입력과 일치하는 출력, 즉, 정상상태오차가 0인 결과를 얻을 수 있다. 그래프를 시간  $t$ 에서  $\mu(t)$ 만큼 왼쪽으로 이동시키기위해 함수  $F$ 의 입력변수인  $e(t)$ 를  $e(t)+\mu(t)$ 와 같은 형태가 되도록 한다. 이를 위하여 주어진 기준입력  $y_m(t)$ 로부터 식(9)과 같은 새로운 기준입력  $y_m'(t)$ 를 Fuzzy추론기관에 가하여 추론하도록 한다면 식(10)과 같이 원하는 결과를 얻을 수 있을 것이다.

$$y_m'(t) = y_m(t) + \mu(t) \quad (9)$$

$$e(t)' = e(t) + \mu(t) \quad (10)$$

이때의 보정값  $\mu(t)$ 는 함수를 수식으로 나타낼 수가 없으므로 수치적으로 계산할 수는 없고, 이 역시 경험적 추론에 의해 조정 되어져야 할 것이다. 따라서 적합한  $\mu(t)$ 를 찾기 위한 보상기는 Fuzzy제어기 형태로 구현된다.

이러한 보정을 갖는 제한된 시스템의 구성을 그림6에 나타내었다. 보정값  $\mu(t)$ 를 발생하여  $y_m'(t)$ 를 공급하는 부가된 제어기를 전단보상기(Precompensator)라 하자. 이 전단보상기의 입력으로는 출력과 기준입력과의 오차, 오차변화율, 그리고 전시간의 보정값  $\mu(t-1)$ 이다.  $\mu(t)$ 는 식(11)와 같이 표현할 수 있고, Fuzzy PD제어기 출력  $v(t)$ 는 식(12)과 같이 표현될 수 있다. 여기서 부가된 제어기의 함수를 FC로 표기한다.

$$\mu(t) = FC[e(t), \dot{e}(t), \mu(t-1)] + \mu(t-1) \quad (11)$$

$$v(t) = K_p y_m'(t) + F(e(t)', \dot{e}(t)') \quad (12)$$

이때 안정된 출력을 얻기 위하여 보상기의 전건부입력으로서 보정값  $\mu(t-1)$ 도 사용되었다. 전단보상기의 추론규칙은 Fuzzy PD제어기의 응답특성으로부터 유추하여 작성하였다.

### 4. 컴퓨터 시뮬레이션

컴퓨터 시뮬레이션을 위하여 구동기 전달특성이 그림 1과 같고 사구간의 크기는  $\pm d$ , 구동기의 이득은 1이라 가정했다. 공정의 전달함수는 식(13)과 같으며, 이때 사구간의 크기  $d$ 를 변화시키

면서 크기가 1인 기준입력에 대하여 컴퓨터 시뮬레이션을 행해 그 변화를 비교했다.

$$Y_p(S) = \frac{10}{S^2 + S + 1} U(S) \quad (13)$$

시뮬레이션 결과가 그림 8의 (a), (b), (c)에 도시되어 있다. (a)는 사구간이 없는 경우, (b)는 사구간의 크기가 0.5인 경우, (c)는 사구간의 크기가 1인 경우이다.

각 응답특성의 그림에서  $T_s$ 는 오차  $2\%$  이내로 접근하는 수렴시간(단위: 초),  $T_r$ 는 상승시간(단위: 초),  $e_{ss}$ 는 정상상태오차를 의미한다.

### 5. 결론

본 논문에서는 사구간을 갖는 공정제어를 위하여 Fuzzy PD제어기와 전단보상기로 구성된 2층 구조(Two-layer structure)의 Fuzzy제어기를 제안하였다. 이 결과 사구간을 갖는 공정에 대한 기존의 PID제어기의 불안정한 과도응답특성, 기존의 Fuzzy PD제어기가 가지는 큰 정상상태오차, 그리고 기존 Fuzzy PID제어기가 나타내는 사구간의 크기증가에 따른 큰 특성변화 등의 문제를 극복하여 사구간의 크기 변동에도 성능이 우수한 특성을 나타낸다. 본 논문에서 제안한 전단보상기 역시 Fuzzy논리에 기초를 둔 경험적으로 얻어진 보상규칙을 이용하여 구성되었으며, 기존의 어떤 형태의 Fuzzy PD제어기에 대해서도 쉽게 적용될 수 있을 것이다. 본 논문의 컴퓨터 시뮬레이션에 사용한 표1의 규칙이 최적이라고 보장할 수는 없지만 제안된 제어기는 기존의 제어기와 같이 사구간의 변동에 따른 추론규칙의 재조정이 필요없다는 점을 보여준다.

### References

- [1] D.A.Recker, P.V.Kokotovic, D.Rhode and J.winkelman, "Adaptive nonlinear control of systems containing a dead-zone", in Proc. of the IEEE Conf. on Dec. and Contr., Brighton, U.K., Dec. 1991.
- [2] G.Tao and P.V.Kokotovic, "Adaptive control of Plants with unknown dead-zones", Report No. CCEC-91-1006, Univ. of Cal., Santa Barbara, U.S.A., Sept. 1991.
- [3] 변중남, 이광형, "퍼지이론을 이용한 자동제어 기술및 전문 가시시스템", 한국과학기술원 산학공개강좌 교재, 1991.
- [4] D.P.Kwok, P.Tam, C.K.Li and P.Wang, "Linguistic PID controller", in Proc. of IFAC 11th Triennial World Congress, Tallinn, USSR, 1990.

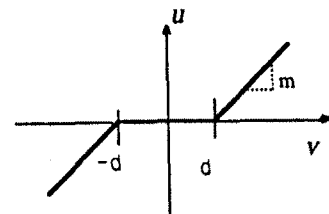


그림 1 구동기 특성곡선

Fig.1 Characteristics of Actuator

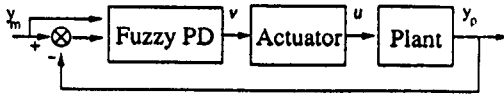


그림 2 Fuzzy PD 제어기  
Fig. 2 Fuzzy PD Controller

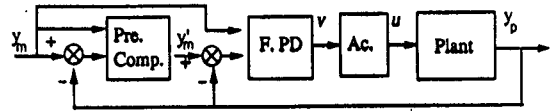


그림 6 제안된 Fuzzy제어기  
Fig. 6 Proposed Fuzzy Controller

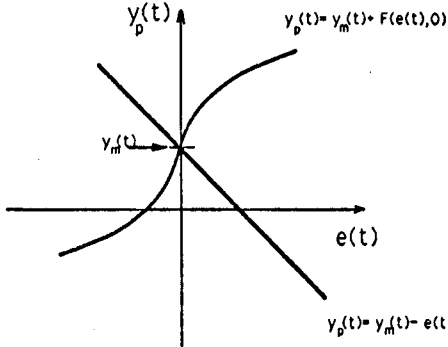
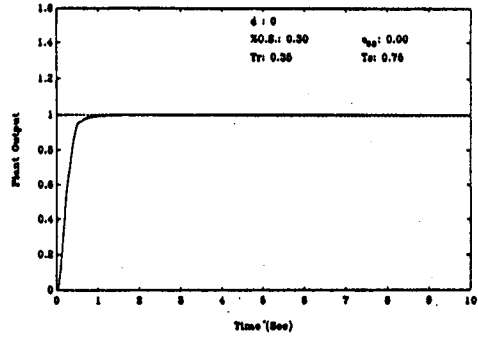


그림 3 함수  $F(e(t), 0) * y_m(t)$ 와  $y_m(t) - e(t)$ 의 그래프  
Fig. 3 Graph of Function  $F(e(t), 0) * y_m(t)$  and  $y_m(t) - e(t)$



(a)

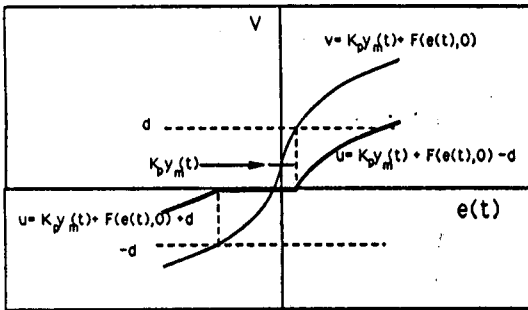
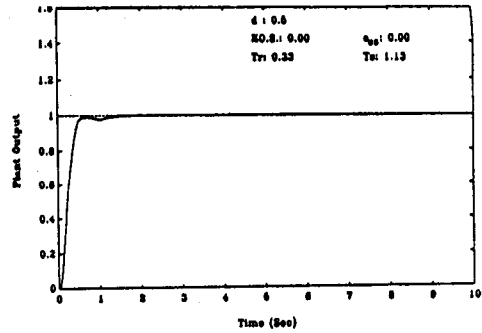


그림 4 사구간을 가진 구동기의 출력  $u(t)$   
Fig. 4 Output  $u(t)$  of Actuator with Deadzone



(b)

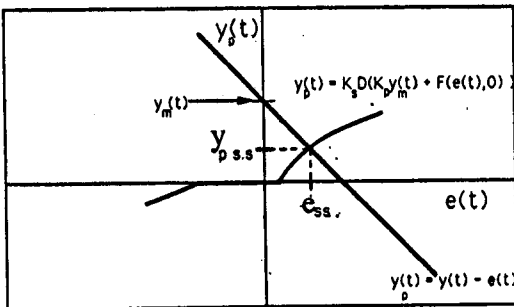
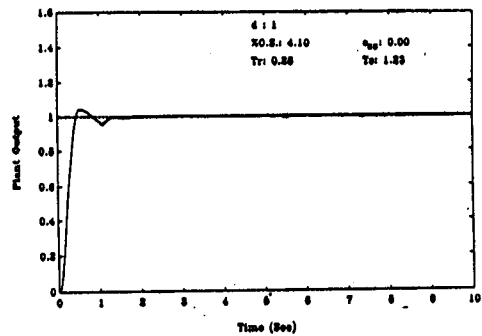


그림 5 Fuzzy PD 제어기의 정상상태  
Fig. 5 Steady state of Fuzzy PD Controller



(c)

그림 7 제안된 Fuzzy제어기의 시간응답  
Fig. 7 Time Respose of Proposed Fuzzy Controller