

직접 적응 제어기의 시스템 성능 개선에 관한 연구

·차 종환*, 이 형찬*, 김 홍필**, 양 해원*

*한양대학교 전기공학과

**경북산업대학 전기공학과

A Study on the Improvement of System Performances of a Direct Adaptive Controller

·Jong-Hwan Cha*, Hyung-Chan Rhee*, Hong-Phil Kim**, Hai-Won Yang*

*Dept. of Electrical Eng. Han Yang Univ.

**Dept. of Electrical Eng. Kyungpook Sanup Univ.

Abstract/The proposed algorithm uses a modified adaptive law which consists of switching σ -modification, normalized augmented error and low-pass filtered signal of output tracking error, furthermore, the proportional term that is a product of the output tracking error and the bounded signal having an information of output tracking error is added to the conventional control law for improvement of robustness and performance of an adaptive system. For the arbitrary n th order system, mathematical analysis and computer simulation are used to demonstrate improvement of output error characteristics, guaranteeing boundedness of all signals in the overall system.

1. 서론

80년대 초반 이후 제어하고자 하는 시스템을 설계할 때 비모형화 특성이나 외란이 존재하는 경우에도 강인성 및 시스템 성능을 향상시키기 위한 적응 알고리즘 방법들이 연구되어왔다. 최근의 연구 결과들은 i) 섭동이 존재하는 경우에 기존의 적응식을 변형시켜 주므로써 강인성을 향상시켜 주거나 ii) 적응칙에 i)의 적응칙을 그대로 사용하고 기존의 제어칙을 적절하게 변형시켜 주므로써 시스템의 성능을 향상시키는 두 가지의 적응 알고리즘들로 나누어 볼 수 있다. 이들은 Narendra 등[1]이 제시한 구조에 적응칙이나 제어칙을 각각 또는 동시에 적절히 변형시켜 주므로써 비모형화 특성이나 외란이 존재하는 경우에도 소기의 목적을 달성할 수가 있다. 전자의 알고리즘들[2]-[6]은 파라미터 적응칙을 적절하게 변형시켜 주므로써 기생(parasitic)이 존재하는 경우 큰 영향을 받지 않도록 강인성을 향상시켜주었다. 그러나 이들의 알고리즘들은 플랜트의 응답 특성이 충분히 만족하다고 볼 수 없으므로 Muftic[7], Bai & Salam[8] 등의 최근 연구결과를 보면 적응칙에 전자의 알고리즘을 사용하고 동시에 기존의 제어칙을 적절히 변형시켜 주므로써 응답 특성을 개선시키는 적응 알고리즘을 제시하였다. 이에 Muftic[7]는 적응칙에 σ -수정법[4] 및 ϵ -변형법[5]을 각각 이용하였으며 제어칙에는 플랜트의 출력오차와 출력의 제곱에 비례하는 항을 기존의 제어칙에 더해 주었고, Bai & Salam[8]은 적응칙에 switching σ -변형법[3]을 이용하였으며 동시에 제어칙에는 외란과 서로 상쇄되는 항을 기존의 제어칙에 추가시켜 주므로써 섭동을 고려하지 않고 입력측의 외란에 대해서만 Lyapunov 방법을 통하여 안정도를 입증하였다. 따라서 본 논문에서는 비모형화 특성을 고려할 때 전체 플랜트가 비최소 위상일 수도 있고, 차수를 모를 수도 있는 이러한 계통을 강인하게 제어하기 위해 정규화 신호 $m(t)$, switching σ -변형법[6]과 비모형화 특성과 밀접한 관계를 갖고 있는 출력오차를 저역 필터링한 신호로 적응칙을 구성함으로써 강인성을 부여한다. 그러나 앞서와 같이 적응칙 변형 만으로는 출력오차 특성이 만족하다고 볼 수 없으므로 기존의 제어칙에 출력오차와 그 신호를 정보로 하는 유계인 신호의 곱에 비례하는 항을 추가해 주어 플랜트의 출력오차 특성이 향상됨을 보인다. 그리고 임의의 n 차 플랜트에 대해서도 곱해지는 형태도 존재하는 비모형화 특성에 대한 강인성을 수학적 해석을 통하여 입증하고 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 제시한 알고리즘의 효용성을 보인다.

2. 플랜트와 제어목적

다음의 단일 입.출력 플랜트를 생각하기로 한다.

$y(s)/u(s) = G(s) = G_0(s)[1 + \mu\Delta_2(s)] + \mu\Delta_1(s)$ (2-1)
여기서 $G(s)$ 는 strictly proper이며, $G_0(s) = k_p Z_0(s)/R_0(s)$ 로서 플랜트의 모형화된 부분이며, $\mu\Delta_1(s)$ 와 $\mu\Delta_2(s)$ 는 각각 플랜트에 더해지고, 곱해지는 섭동으로서 플랜트의 모형화 되지 않는 부분이다.

모형화된 부분에 대한 가정은 다음과 같다.

M1: $R_0(s)$ 는 monic이며, 차수는 n 이다.
M2: $Z_0(s)$ 는 monic이고, 안정한 다항식이며, 차수는 m ($m < n$)이다.
M3: k_p 의 부호와 m, n 의 값은 같다. 이후로는 k_p 의 부호를 알고 있으므로 $k_p > 0$ 이라고 가정해도 전체 시스템의 안정도 해석에는 지장이 없으므로 $k_p > 0$ 이라고 가정하기로 한다.

비모형화 부분에 대한 가정은 다음과 같다.

U1: $\Delta_1(s)$ 는 strictly proper이며, 안정한 전달함수이다.
U2: $\Delta_2(s)$ 는 안정한 전달함수이다.
U3: $\Delta_1(s-p)$ 와 $\Delta_2(s-p)$ 의 극이 안정하기 위한 안정도 여유 $p > 0$ 의 하한값 $p_0 > 0$ 은 안다. 식(2-1)로부터 주어진 플랜트에 대한 적응제가 문제는 다음과 같이 기준모델로 놓을 수 있다.

$$y_m(s)/r(s) = W_m(s) = k_m/D_m(s)$$
 (2-2)

여기서 $D_m(s)$ 는 monic이고, 안정한 다항식으로 차수는 $n^* = n - m$ 이며, $r(t)$ 는 유계인 기준입력, $y_m(t)$ 는 기준모델의 출력, k_m 은 k_p 와 같은 부호를 갖는 상수이다. 식(2-2)로부터 주어진 기준모델에 대하여 비모형화 특성을 고려한 플랜트가 안정도를 유지하면서, 기준모델의 출력에 가능한 가깝게 따라가도록 하는 것이 본 논문에서의 제어 목적이다.

3. 적응 제어 시스템의 구조

파라미터 적응칙 및 제어칙에 쓰이는 $(2n-1)$ 차원의 보조벡터 $w^T(t) = [w_1^T(t), w_2^T(t), y^T(t)]$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$w_1(t) = F w_1(t) + q u(t), w_2(t) = F w_2(t) + q y(t)$$
 (3-1)

여기서 F 는 안정한 행렬이며, (F, q) 는 가제어 쌍이다. 본 논문에서 제시하는 제어칙은 다음과 같다.

$$u(t) = \theta^T(t)w(t) + c_0(t)r(t) - \beta A(t)e_1(t)$$
 (3-2)

$$A(t) = 1 - \exp(-\alpha|e_1(t)|), \alpha > 0$$
 (3-3)

여기서 $\theta^T(t) = [\theta_1^T(t), \theta_2^T(t), \theta_3(t)]$ 으로 $(2n-1)$ 차원의 제어기 파라미터 벡터이고, $c_0(t)$ 는 전항 파라미터로서 스칼라, $\beta > 0$ 인 상수, $\beta A(t)e_1(t)$ 은 출력오차 특성을 개선시키고자 추가한 항으로 $e_1(t) = y(t) - y_m(t)$ 인 출력오차와 이를 정보로 하는 유계인 신호 $A(t)$ 의 곱으로 구성된 비례작용 항이다. 그리고 제어기 파라미터를 추정하기 위해 제시한 적응칙은 다음과 같다.

$$\dot{\theta}(t) = -\frac{\Gamma e_1(t)w(t)}{m^2(t)} - \frac{\lambda \Gamma y(t)z(t)}{m^2(t)} - \sigma \Gamma \theta(t)$$

$$\sigma = \begin{cases} 0 & \text{if } \|\theta(t)\| < M_0 \\ \sigma_0 (\|\theta(t)\|/M_0 - 1) & \text{if } M_0 \leq \|\theta(t)\| \leq 2M_0 \\ \sigma_0 & \text{if } \|\theta(t)\| > 2M_0 \end{cases}$$
 (3-4)

여기서 $\sigma_0 > 0$ 는 상수이고, Γ 는 $(2n-1) \times (2n-1)$ 차원의 대각행렬 $\Gamma = \Gamma^T > 0$ 이다.

$$e_1(t) = y(t) - y_m(t) + \theta^T(t)z(t) - \nu(t),$$
 (3-5)

$$z(t) = W_m(s)I_w(t), \nu(t) = W_m(s)\theta^T(t)w(t),$$

$$\dot{z}(t) = -a_{\sigma} z(t) + e_1(t), a_{\sigma} > 0,$$
 (3-6)

$$\dot{m}(t) = -\delta_0 m(t) + \delta_1 (|u(t)| + |y(t)| + 1), m(0) \geq \delta_1 / \delta_0$$
 (3-7)

δ_0 와 $z(t)$ 의 차원은 각각 $(2n-1)$ 이며, 식(3-4)의 적응칙은 확장 오차신호 뿐만 아니라 비모형화 특성과 밀접한 관계를 갖고 있는 출력오차에 대해 저역 필터링한 신호를 각각 $m^2(t)$ 로 정규화 한 항과 원하는 제어기 파라미터 벡터 $\|\theta^*\|$ 에 대한 상한값 M_0

를 사전정보로 하는 $-\sigma\theta(t)$ 항으로 이루어 진다. 다음 Lemma를 통해서 제어입력을 제외한 모든 신호들은 정규화 신호 $m(t)$ 에 대하여 상대적으로 유계가 됨을 보인다.

Lemma[6]: 다음과 같은 시스템을 생각하기로 하자.

$$Z(t) = W(s)U(t) \quad (3-8)$$

여기서 $U(t) \leq |u(t)| + |y(t)| + m(t)$ 이며, $W(s)$ 는 strictly proper이고, 안정한 전달함수이고, 그 극 P_j 는 다음과 같은 관계를 만족한다.

$$\delta_0 + \delta_2 \leq \min_j |\operatorname{Re}(P_j)| \quad (3-9)$$

그러면 아래의 관계를 만족하는 상수 $c_1 > 0$ 이 존재한다.

$$|Z(t)|/m(t) \leq c_1 + \varepsilon_t \quad (3-10)$$

여기서 ε_t 는 초기조건에 따라 적어도 $\exp(-\delta_0 t)$ 만큼 빠르게 0으로 지수함수적으로 감소하는 항이다.

4. 안정도 해석

이 절에서는 제어기 파라미터 추정치의 유계성 및 전체 적용제어 시스템의 안정도에 대한 수학적인 해석을 제시한다. 편의상 $k_p = 1$, $(c_0^* = 1)$ 에 대해서 해석한다.

정리: 기준입력 $r(t)$ 가 유계일 때 $\mu \in (0, \mu^*]$, $\lambda \in (0, \lambda^*]$, $\beta \in (0, \beta^*]$ 에 대하여 식(3-1)~(3-7)의 제어기를 갖는 플랜트의 모든 신호들이 유계가 되는 μ^* , λ^* , β^* 가 존재한다.

증명) I) 제어기 파라미터 추정치의 유계성.

적용칙에 사용된 식(3-5)의 확장오차는 아래와 같이 유도된다.

$$e_1(t) = \phi^T(t)\zeta(t) - \beta r(t) + \mu\eta(t) \quad (4-1)$$

$$\tau(t) = A(t)W_m(s)e_1(t) \text{ 이고,}$$

따라서 적용칙은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\phi}(t) &= -\frac{\Gamma\phi^T(t)\zeta(t)\zeta(t)}{m^2(t)} - \sigma\theta(t) - \mu\eta(t) - \frac{\Gamma\zeta(t)}{m^2(t)} \\ &\quad - \lambda\ddot{x}(t) - \frac{\Gamma\zeta(t)}{m^2(t)} + \beta r(t) - \frac{\Gamma\zeta(t)}{m^2(t)} \end{aligned} \quad (4-2)$$

Positive definite function을 다음과 같이 선정하자.

$$V(t) = 1/2\phi^T(t)\Gamma^{-1}\phi(t) \quad (4-3)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -\frac{(\phi^T(t)\zeta(t))^2}{m^2(t)} - \sigma\theta^T(t)\phi(t) - \mu\eta(t) - \frac{\phi^T(t)\zeta(t)}{m^2(t)} \\ &\quad - \lambda\ddot{x}(t) - \frac{\phi^T(t)\zeta(t)}{m^2(t)} + \beta r(t) - \frac{\phi^T(t)\zeta(t)}{m^2(t)} \end{aligned} \quad (4-4)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -\frac{1}{4} \frac{(\phi^T(t)\zeta(t))^2}{m^2(t)} - \sigma\theta^T(t)\phi(t) \\ &\quad - \frac{1}{4} \left[\frac{|\phi^T(t)\zeta(t)|}{m(t)} - \frac{2\mu|\eta(t)|}{m(t)} \right]^2 - \frac{1}{4} \left[\frac{|\phi^T(t)\zeta(t)|}{m(t)} - \frac{2\lambda|\ddot{x}(t)|}{m(t)} \right]^2 \\ &\quad - \frac{1}{4} \left[\frac{|\phi^T(t)\zeta(t)|}{m(t)} - \frac{2\beta|r(t)|}{m(t)} \right]^2 + \mu^2\gamma_2 + \lambda^2\gamma_3 + \beta^2\gamma_4 \end{aligned} \quad (4-5)$$

여기서 $\gamma_2 \geq 1/2\sigma|\eta(t)|^2/m^2(t)$, $\gamma_3 \geq 1/2\lambda|\ddot{x}(t)|^2/m^2(t)$, $\gamma_4 \geq 1/2\beta|r(t)|^2/m^2(t)$ 및 식으로부터 알 수 있듯이 $\|\theta(t)\| \leq M_0$ 에 대해서 $\sigma\theta^T(t)\phi(t) > 0$ 이고, $\|\theta(t)\| \leq M_0$ 에 대해서는 $\sigma\theta^T(t)\phi(t) = 0$ 이므로 어떤 고정된 양의 상수 V_0 에 대해서 $V(t) > V_0$ 일때마다 $V(t) < 0$ 이 된다. 그래서 파라미터 추정오차 벡터는 유계가 보장됨을 알 수 있다.

II) 적용루프내의 신호들의 유계성.

여기서 출력오차 방정식의 안정도 성질을 해석하고 적용루프내의 모든 신호들의 유계성에 대하여 논하기로 한다. 출력오차 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{e}(t) = A_e e(t) + b_e(\phi^T(t)\omega(t) - \beta A(t)h_e^T e(t) - \mu\beta A(t)\eta_1(t)) + \mu b_{e2}\eta_2(t) \quad (4-6)$$

$$e_1(t) = h_e^T e(t) + \mu\eta_1(t) \quad (4-6)$$

여기서 $\eta_1(t) = \Delta_1(s)u(t)$, $\eta_2(t) = \Delta_2(s)u(t)$, A_e 는 안정한 행렬이고, $\Delta_2(s)$ 는 proper, $\Delta_2(s)$ 의 극들은 안정하다.

A_e , b_e , h_e 는 문헌[6]에서 정의한 것과 같으며, $b_{e1}^T = [b^T, q^T\theta_3^*, q^T]$, $b_{e2}^T = [b^T, 0, 0]$ 이다.

Positive definite function을 다음과 같이 선정하자.

$$W(t) = K_1 e^T(t)P e(t) + \frac{1}{2}m(t)^2 \quad (4-7)$$

여기서 $K_1 > 0$ 은 선택해야 하는 어떤 상수이고, $P = P^T > 0$ 은 $P A_e + A_e^T P = -I$ (4-8)

를 만족한다. 식(4-7)을 시간에 관하여 미분하면,

$$\begin{aligned} \dot{W}(t) &= -K_1 \|\dot{e}(t)\|^2 + 2K_1 e^T(t)P b_e \phi^T(t)\omega(t) \\ &\quad - 2\mu K_1 e^T(t)P b_e A(t)h_e^T e(t) - 2\mu\beta K_1 e^T(t)P b_e A(t)\eta_1(t) \\ &\quad + 2\mu K_1 e^T(t)P (b_{e1}\eta_1(t) + b_{e2}\eta_2(t)) \\ &\quad - \delta_0 m^2(t) + \delta_1 m(t)(|u(t)| + |y(t)| + 1) \end{aligned} \quad (4-9)$$

$$\dot{W}(t) \leq -\frac{K_1}{2} \|\dot{e}(t)\|^2 - \frac{\delta_0}{2} m(t)^2 - \frac{1}{4} \|\dot{e}(t)\|^2 (1 - 4\beta g_3)$$

$$\begin{aligned} &+ \sqrt{K_1} g_1 \frac{|\phi^T(t)\omega(t)|}{m(t)} W(t) - \frac{\delta_0}{12} \left[m(t) - \frac{6\mu\beta K_1 g_1}{\delta_0} \|\dot{e}(t)\| \right]^2 \\ &+ \left[m(t) - \frac{6\mu K_1 g_2}{\delta_0} \|\dot{e}(t)\| \right]^2 + \left[m(t) - \frac{6\delta_1 g_3}{\delta_0} \right]^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \left[m(t) - \frac{6\delta_1 g_5}{\delta_0} \|\dot{e}(t)\| \right]^2 + \left[m(t) - \frac{6\delta_1 g_8}{\delta_0} \|\dot{e}(t)\| \right]^2 \\ &+ \left[1 - \frac{12\mu\delta_1 K_{n1} g_7}{\delta_0} - \frac{12\mu\delta_1 K_{n1}}{\delta_0} m^2(t) \right] + \frac{3\delta_1^2 g_9^2}{\delta_0} \\ &- \frac{1}{4} \left[K_1 - \frac{12\mu^2 \beta^2 K_1^2 K_{n1}^2 g_1^2}{\delta_0} - \frac{12\mu^2 K_1^2 g_2^2}{\delta_0} - \frac{12\delta_1^2 g_5^2}{\delta_0} \right. \\ &\quad \left. - \frac{12\delta_1^2 \delta_1^2 g_8^2}{\delta_0} \right] \|\dot{e}(t)\|^2 \end{aligned} \quad (4-10)$$

이때 식(4-10)로부터 K_1, β, μ 를 아래와 같이 되도록 선택하고

$$K_1 = \frac{24\delta_1^2 g_5^2 + 24\delta_1^2 \delta_1^2 g_8^2}{\delta_0}, \quad 0 < \beta \leq \frac{1}{4g_3}, \quad \mu_0 = \min \left\{ \frac{\delta_0}{12\delta_1 K_{n1} (g_7 + \beta)}, \frac{\delta_0}{12(\beta^2 K_{n1}^2 g_1^2 + g_2^2)(\delta_1^2 g_5^2 + \beta^2 \delta_1^2 g_8^2)} \right\}$$

식(4-10)의 우변에 $\beta W(t)$ 를 더해주고 빼주면 $\mu \in (0, \mu_0]$ 에 대해서 다음 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \dot{W}(t) &\leq -\beta W(t) + \sqrt{K_1} g_1 \frac{|\phi^T(t)\omega(t)|}{m(t)} W(t) + \frac{3\delta_1^2 g_9^2}{\delta_0} \\ &\quad - K_1 \|\dot{e}(t)\|^2 \left[\frac{1}{2} - \beta W(t) \right] - \frac{m^2(t)}{2} (\delta_0 - \beta W(t)) \end{aligned} \quad (4-11)$$

$\beta W = \min(1/2W(t), \delta_0)$ 를 선택하고, $\beta K_1 = \sqrt{K_1} g_1$, $\beta g_1 = 3\delta_1^2 g_9^2 / \delta_0$ 와 같이 놓으면, 식(4-12)과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\dot{W}(t) \leq -\beta W(t) + \beta K_1 \frac{|\phi^T(t)\omega(t)|}{m(t)} W(t) + \beta g_1 \quad (4-12)$$

이때 $W_0(t_0) = W(t_0)$ 를 갖는 식(4-13)의 시스템을 생각하자.

$$\dot{W}_0(t) = -\beta W_0(t) + \beta K_1 \frac{|\phi^T(t)\omega(t)|}{m(t)} W_0(t) + \beta g_1 \quad (4-13)$$

이때 식(4-13)의 homogeneous part는 식(4-14)로 나타내고

$$\dot{W}_0(t) = -\beta W_0(t) + \beta K_1 \frac{|\phi^T(t)\omega(t)|}{m(t)} W_0(t) \quad (4-14)$$

그러므로 식(4-14)에서 $W_0(t)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} W_0(t) &= W_0(t_0) \exp \left[- \int_{t_0}^t \left(\beta W - \beta K_1 \frac{|\phi^T(\tau)\omega(\tau)|}{m(\tau)} \right) d\tau \right] \\ &\quad \forall t \geq t_0 \geq 0 \end{aligned} \quad (4-15)$$

식(4-15)의 지수적 안정도를 알아보기 위해 식(4-5)로부터 $\int_{t_0}^t \frac{|\phi^T(\tau)\omega(\tau)|^2}{m^2(\tau)} + \sigma\theta^T(\tau)\phi(\tau) d\tau \leq \frac{g_5}{T} + \mu^2\gamma_2 + \lambda^2\gamma_3 + \beta^2\gamma_4$

$$\forall t \geq 0, T > 0 \quad (4-16)$$

여기서 $g_5 = \sup[V(t_0) - V(t_0 + T)]$, $\gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ 는 식(4-5)에서와 같다. 따라서 식(4-21)로부터 문헌[6]과 유사한 방법으로 식(4-17)을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^t \frac{|\phi^T(\tau)\omega(\tau)|}{m(\tau)} d\tau &\leq \frac{\gamma_9}{\varepsilon_0^2} + \left[\mu^2 \frac{\gamma_2}{\varepsilon_0^2} + \lambda^2 \frac{\gamma_3}{\varepsilon_0^2} + \beta^2 \frac{\gamma_4}{\varepsilon_0^2} \right. \\ &\quad \left. + \mu \frac{\gamma_{13}}{\sqrt{\varepsilon_0}} + \lambda \frac{\gamma_{14}}{\sqrt{\varepsilon_0}} + \beta \frac{\gamma_{15}}{\sqrt{\varepsilon_0}} + \gamma_{16} \varepsilon_0 \right] (t - t_0) \end{aligned} \quad \forall t \geq t_0 \geq 0 \quad (4-17)$$

여기서 $\rho, \gamma_9 \sim \gamma_{16}$ 은 양의 상수, $\varepsilon_0 \in (0, 1]$ 는 임의의 상수이다. 식(4-15), (4-17)의 결과를 볼 때, 만일

$$\beta W > \beta K_1 \left[\mu^2 \frac{\gamma_2}{\varepsilon_0^2} + \lambda^2 \frac{\gamma_3}{\varepsilon_0^2} + \beta^2 \frac{\gamma_4}{\varepsilon_0^2} + \mu \frac{\gamma_{13}}{\sqrt{\varepsilon_0}} + \lambda \frac{\gamma_{14}}{\sqrt{\varepsilon_0}} + \beta \frac{\gamma_{15}}{\sqrt{\varepsilon_0}} + \gamma_{16} \varepsilon_0 \right]$$

이런 $W_0(t) = 0$ 의 평형상태가 지수적으로 안정함을 알 수 있다. ε_0 를 $0 < \varepsilon_0 \leq \min(\beta W / 8\beta K_1 \gamma_{16}, 1)$ 으로 고정하고, $\mu^*, \lambda^*, \beta^*$ 를 다음과 같이 설정하자.

$$\mu^* = \min \left\{ \sqrt{\frac{\beta W}{8\beta K_1 \gamma_{10}}}, \frac{\beta W}{8\beta K_1 \gamma_{13}}, \frac{\beta W}{\sqrt{\varepsilon_0}}, \mu_0 \right\}$$

$$\lambda^* = \min \left\{ \sqrt{\frac{\beta W}{8\beta K_1 \gamma_{11}}}, \frac{\beta W}{8\beta K_1 \gamma_{14}}, \frac{\beta W}{\sqrt{\varepsilon_0}} \right\}$$

$$\beta^* = \min \left\{ \sqrt{\frac{\beta W}{8\beta K_1 \gamma_{12}}}, \frac{\beta W}{8\beta K_1 \gamma_{15}}, \frac{\beta W}{\sqrt{\varepsilon_0}}, \frac{1}{4g_3} \right\}$$

그러면 각각의 $\mu \in (0, \mu^*]$, $\lambda \in (0, \lambda^*]$, $\beta \in (0, \beta^*]$ 에 대하여

$$\begin{aligned} \dot{W}_0(t) &\leq W_0(t_0) \exp \left[\frac{\beta K_1 \gamma_9}{\varepsilon_0^2} \right] \exp \left[- \frac{\beta W}{8} (t - t_0) \right] \\ &\quad \forall t \geq t_0 \geq 0 \end{aligned} \quad (4-18)$$

따라서, $W_0(t) = 0$ 는 지수적으로 안정하므로 $W_0(t)$ 는 유계이다. comparison theorem[9, pp. 57]을 이용하면 $W(t)$ 가 유계이고 그러므로 $m(t)$, $e(t)$ 또한 유계이다. $m(t)$ 의 유계성으로 인하여 적용 루프내의 모든 신호들이 유계가 됨을 알 수 있다.

5. 시뮬레이션 결과

이 절에서는 제안한 알고리즘의 타당성을 알아보기 위해 문헌[6]과 비교 검토하기로 한다. 시뮬레이션에서 사용된 플랜트와 기준모델은 다음과 같다. 비최소 위상 플랜트에 대하여

$$y(s)/u(s) = (1-\mu s)/s(s-1) \quad (5-1)$$

여기서 $\mu > 0$ 이며, 식(5-1)에서 주어진 플랜트는 불안정한 영점을 가지며 이 때 μs 는 플랜트에 곱해지는 섭동으로서 모형화되지 않은 부분으로 간주할 수 있다. 따라서 모델화된 부분에 대해 기준모델은 다음과 같다.

$$y_m(s)/r(s) = 1/(s+1)(s+2) \quad (5-2)$$

설계파라미터는 $F=-1, a=1, \gamma=10, \sigma_0=0.1, \alpha=0.05, \delta_0=0.7, \delta_1=1.0, \alpha=0.01, \beta=10, \lambda=20, a_p=15$ 로 하였다. 이 때 파라미터 벡터의 실제값은 $\theta^* = [-4.8, -10]$ 이고 파라미터 추정치 벡터의 초기값은 $\theta^T(0) = [-2, 1, -4]$ 로 하였다. 그림 1.은 기준입력 $r(t) = 10 \sin(0.5t)$ 이고, 섭동상수 $\mu = 0.02$ 일 때 문헌[6]의 알고리즘과 제시한 알고리즘의 출력오차 특성에 대한 결과를 보였다. 그림 2.는 적응칙의 정규화 신호 $m(t)$ 에 대한 시뮬레이션 결과이다. 그림 3.은 문헌[6]에서 결과를 보이지는 않았지만 추가된 신호들의 효용성을 보이기 위해 유계인 외란과 비모형화 특성이 동시에 존재하는 경우의 시뮬레이션 결과이다. 설계파라미터는 앞에서 주어진 것과 같으며, 이 때 기준입력 $r(t) = 10 \sin(0.5t), d(t) = 3 \cos(2t)$ 이며 섭동상수 $\mu = 0.02$ 에서 0.1로 증가시켜 보았을 때의 시뮬레이션 결과이다. 보는 바와 같이 출력오차 특성이 매우 향상됨을 보였다. 그림 4.의 결과와 비교하여 유사하다. 따라서 그림 1.- 4.의 결과들을 볼 때 제시한 알고리즘은 비모형화 특성 뿐만 아니라 유계인 외란이 동시에 존재하는 경우에도 큰 영향을 받지 않도록 강인성을 부여함과 동시에 플랜트의 출력오차 특성이 향상됨을 보였다.

6. 결론

본 논문은 임의의 상대차수를 갖는 선형 시불변 연속시간 플랜트에 대해지고, 곱해지는 형태로 존재하는 비모형화 특성을 고려한 강인한 직접 적응 제어를 다루었다. 비모형화 특성으로 인하여 전체 플랜트가 비최소 위상일 수도 있고, 차수를 모를 수도 있는 이러한 계통을 강인하게 제어하기 위해서 정규화 신호 $m(t)$, switching σ -변형법과 비모형화 특성과 밀접한 관계를 갖고 있는 출력오차를 저역 필터링한 신호로 적응칙을 구성하고, 기존의 제어식에 출력오차와 그 신호를 정보로 하는 유계인 신호의 곱에 비례하는 항을 추가해 줌으로써 유계인 외란이나 비모형화 특성이 존재하여도 큰 영향을 받지 않도록 강인성을 부여함과 동시에 시스템 성능이 향상됨을 보였다. 그리고 임의의 n 차 플랜트에 대한 적응루프 내의 모든 신호들이 유계가 됨을 수학적 해석을 통하여 입증하고 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 제시한 알고리즘의 효용성을 보였다.

부록: 적응루프의 신호들의 $m(t)$ 에 대한 상대적 유계성의 고찰.

Lemma와 파라미터 추정치의 유계성을 통해서 다음 관계를 만족하는 양의 상수 $K_y, K_u, K_n, K_v, K_r, K_p, K_d, a_i, i=1, 2, \dots, n^*+1$, 그리고 $\tau_i, i=0, 1, \dots, n^*$ 가 존재한다.

$$\begin{aligned} \text{i)} & \|r(t)\|/m(t) \leq K_y + \epsilon_t & \text{ii)} & \|\omega_1(t)\|/m(t), \|\omega_2(t)\|/m(t) \leq K_u + \epsilon_t \\ \text{iii)} & \|y(t)\|/m(t) \leq K_n + \epsilon_t & \text{iv)} & \|y(t)\|/m(t) \leq K_v + \epsilon_t \\ \text{v)} & \|r(t)\|/m(t) \leq K_r + \epsilon_t & \text{vi)} & \|f(t)\|/m(t) \leq K_p + \epsilon_t \\ \text{vii)} & \|u(t)\|/m(t) \leq K_d + \epsilon_t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{viii)} & \|z(i)\|/m(t) \leq a_i + \epsilon_t, \quad i = 1, 2, \dots, n^*+1 \\ \text{ix)} & \left| \frac{d}{dt} \left(\frac{\phi^T(t) \zeta(i)(t)}{m(t)} \right) \right| \leq \tau_i + \epsilon_t, \quad i = 0, 1, \dots, n^* \end{aligned}$$

증명) i), ii), iii), iv), vii), ix)의 증명은 문헌[6]에서의 유사하며, v), vi)의 증명은 식(3-6), (4-4)로부터 다음과 같다.

$$\|r(t)\|/m(t) \leq \|m(s)\|/m(t) + \|y_m(t)\|/m(t)$$

이때 iv)와 식(3-9)의 조건을 만족하는 a_p 를 설정해 주므로 Lemma에 의해 유계가 됨을 알 수 있다. vii)의 증명은 식(3-2)의 제어입력을 아래와 같이 나타낼 수 있으므로

$$\begin{aligned} |u(t)|/m(t) & \leq \|\theta(t)\|(\|\omega_1(t)\|/m(t) + \|\omega_2(t)\|/m(t) + |y(t)|/m(t)) \\ & + |c_0(t)|\|r(t)\|/m(t) + \beta|y(t)|/m(t) + \beta|y_m(t)|/m(t) \end{aligned}$$

식(4-8)에 의한 파라미터 추정치 $\|\theta(t)\|$ 의 유계성과 ii), iv)로부터 제어입력 신호도 $m(t)$ 에 의해 유계가 됨을 알 수 있다.

참고 문헌

- [1] K.S.Narendra, Y.H.Lin and L.S.Valavani, "Stable Adaptive Controller Design, Part II: Proof of Stability.", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-25, No. 3, pp. 440-448, 1980.
- [2] B.Peterson, K.S.Narendra, "Bounded Error Adaptive Control.", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-27, No. 6, pp. 1161-1168, 1982.
- [3] G.Kreisselmeier and K.S.Narendra, "Stable Model Reference Adaptive Control in the Presence of Bounded Disturbances.", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-27, No. 6, pp. 1169-1176, 1982.

- [4] P.A.Ioannou and P.V.Kokotovic, "Robust Redesign of Adaptive Control.", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-29, No. 3, pp. 202-211, 1984.
- [5] K.S.Narendra and A.M.Annaswamy, "A New Adaptive Law for Robust Adaptation Without Persistent Excitation.", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-32, No. 2, pp. 134-145, 1987.
- [6] P.A.Ioannou and K.S.Tsakalis, "A Robust Direct Adaptive Controller.", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-31, No. 11, pp. 1033-1043, 1986.
- [7] I.H.Mufti, "An Improved Adaptive Control for Robust Adaptation.", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-34, No. 3, pp. 339-343, 1989.
- [8] S.Bai and F.M.A.Salam, "A Robust Adaptive Controller for Linear Time Invariant Plants with External Disturbances" In Proc. 1989, Amer. Contr. Conf. Pittsburgh, Pennsylvania, pp. 2321-2326.
- [9] A.Michel and R.Miller, Qualitative Analysis of Large Scale Dynamical Systems. New York: Academic, 1977.

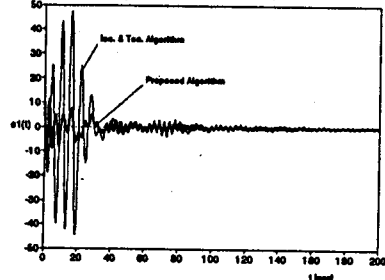


그림 1. 기준입력 $r(t)=10 \sin(0.5t), \mu = 0.02$ 일때의 출력오차.
Fig. 1. The output tracking error when $r(t)=10 \sin(0.5t), \mu = 0.02$.

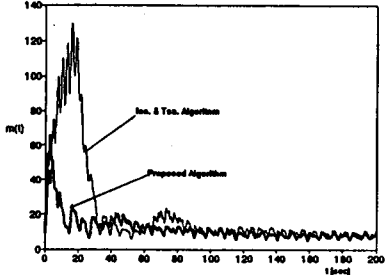


그림 2. 기준입력 $r(t)=10 \sin(0.5t), \mu = 0.02$ 일때의 정규화 신호 $m(t)$
Fig. 2. The normalizing signal $m(t)$ when $r(t)=10 \sin(0.5t), \mu = 0.02$.

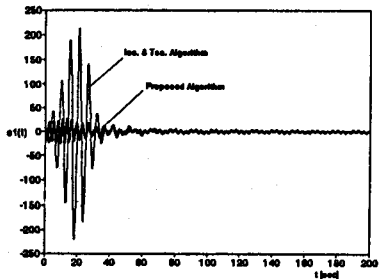


그림 3. 기준입력 $r(t)=10 \sin(0.5t), d(t)=3 \cos(2t), \mu = 0.1$ 일때의 출력오차.
Fig. 3. The output tracking error when $r(t)=10 \sin(0.5t), d(t)=3 \cos(2t), \mu = 0.1$.

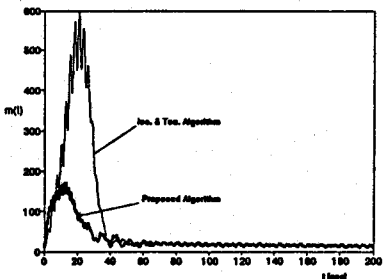


그림 4. 기준입력 $r(t)=10 \sin(0.5t), d(t)=3 \cos(2t), \mu = 0.1$ 일때의 정규화 신호 $m(t)$
Fig. 4. The normalizing signal $m(t)$ when $r(t)=10 \sin(0.5t), d(t)=3 \cos(2t), \mu = 0.1$.