

매개변수 섭동에 대한 제어계의 성능 평가 및 시뮬레이션

윤경한*, 이종건**, 허명준***, 김영철*

*충북대학교 전자공학과, **충북대학교 전기공학과, ***순천향대학교 전기공학과

Performance evaluation and simulations of control systems with parameter perturbation

Kyong-Han Yun*, Jong-Gun Lee**, Myung-Joon Hur**, Young-Chol Kim*
*Chungbuk National Univ., **Soonchunhyang Univ.

Abstract

This paper tries to evaluate the control performance of systems in cases of parameter perturbations. Six cases of the root distribution and location changes of each characteristic roots by the parameter perturbation are considered as evaluation factors. A qualitative evaluation is performed through several simulations. These results will be used as a basic data for the complete analysis of the control performance.

1. 서론

제어계의 불확실성에 대한 안정도 해석 및 강인한 제어기 설계에 관한 연구는 주파수 영역에서의 해석 방법과[1-3] 매개변수 공간에서의 접근 방식으로 대강 분류할 수 있다. 후자의 경우에는, 특성다항식의 근과 매개변수 섭동과의 직접적인 관계를 대수적으로 해결하려는 기법이나 Lyapunov의 직접법을 이용하는 방법과 Kharitonov의 정리를 이용하는 방법 등이 연구되어 왔다[4-7]. 그리고, 폴린트 전달함수의 특정계수가 한정된 범위 내에서 섭동을 갖는 선형 시변 시스템의 강인한 상수 이득 제어기의 구성을 위하여, 매개변수 공간에서의 대수적인 접근 방식인 Kharitonov 안정도를 이용한 극배치 영역의 결정에 관한 한 방법도 제시되었다[8-9].

그런데, 이 영역 결정 방법은, 매개변수 섭동이 있음에도 불구하고, 요구되는 안정도여유와 감쇠특성을 만족시키기 위한 방법이며, 매개변수 섭동에 따른 제어성능의 정성적 혹은 정량적 해석은 아직 체계적으로 이루어진 바가 없다.

그래서, 이와 같은 제어계 설계에 관한 매개변수적 접근 방법의 일환이며, 매개변수 섭동과 제어성능과의 관계를 체계적으로 해석하기 위한 시작 단계로서, 우선 기본적인 개념을 정리하기 위하여, 특정 폴린트나 제어계로부터 주어지는 제한된 섭동 조건이 아닌, 일반화된 임의의 섭동조건을 가정하고, 그 섭동에 따른 제어성능을 정성적으로 고찰해 보는 식으로 접근해 나아가고자 한다.

이와같은 매개변수적 접근 방법은, 폴린트에 대해 경험적으로 알고 있거나 상정할 수 있는 물리적인 상수들의 불확실성을 고려해 줄 수 있다는 측면에서, 그리고, 주어진 특정 제어계의 제어성능을 미리 예측해 보는 한 지침을 갖을 수 있다는 측면에서 실용적일 수 있을 것으로 예상된다.

2. 섭동조건 설정

대상 시스템이 3차, 즉, 특성다항식이 하나의 실근과 공역

복소근을 갖고, 모두 s-평면의 좌반면에 위치한다고 가정하고, 매개변수 섭동의 영향이 실근 및 공역복소근에 동시에 미치므로, 매개변수 섭동에 따라 이 근들의 분포 형태도 따라서 변화하는데, 주어지는 제어시스템의 구조에 따라 그 변화 형태가 매우 다양할 것이므로, 여기에서는 특정 구조의 제어시스템이나 특성다항식의 경우로 한정하지 않고, 일반화하여 우선 실근과 복소근의 위치 변화가 독립적으로 일어난다고 가정한다. 그래서, 실근은 실수축상에서 임의의 변화범위를 갖고, 공역복소근은 임의의 반지름을 갖는 원의 내부에서만 변화하는 것으로 상정하여, 다음과 같이 6가지의 경우로 나누어 생각한다. 6가지 경우로 나눈 것은 일반적으로 가능한 근의 분포 형태를 종합적으로 고려하기 위함이다.

- 경우1: 실근과 복소근의 실수값의 변화범위가 중복되고, 실근이 복소근 좌측에 치우쳐서 위치.
- 경우2: 실근과 복소근의 실수값의 변화범위가 중복되지 않고, 실근이 복소근 좌측에 위치.
- 경우3: 실근과 복소근의 실수값의 변화범위가 중복되고, 실근이 복소근 우측에 치우쳐서 위치.
- 경우4: 실근과 복소근의 실수값의 변화범위가 중복되지 않고, 실근이 복소근 우측에 위치.
- 경우5: 복소근이 실근에서 좌측으로 원거리에 위치.
- 경우6: 복소근의 변화범위가 큰 경우.

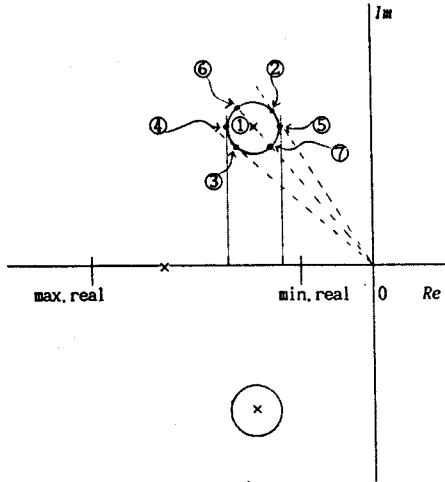
이상의 6가지 경우에 대한 검토를 위하여, 변화범위를 다음과 같이 가정한다.

	원중심	원반경	실근변화범위
경우1	(-5, 5), (-5, -5)	1	[-9, -3]
경우2	(-5, 5), (-5, -5)	1	[-14, -8]
경우3	(-10, 10), (-10, -10)	1	[-12, -6]
경우4	(-10, 10), (-10, -10)	1	[-7, -1]
경우5	(-25, 25), (-25, -25)	1	[-9, -3]
경우6	(-6, 6), (-6, -6)	3	[-9, -3]

각각의 경우마다에서, 또 다시, 복소근의 변화위치 중에서는 <그림1>과 같은 7가지 위치와, 실근의 절댓값의 변화위치

중에서는 최대값 및 최소값의 위치를 조합하여, 14가지의 경우에 대한 응답특성을 고찰한다. 나머지 다른 위치에 따른 응답특성은, 이 14가지 응답특성의 중간적인 특성을 갖을 것으로 추정한다.

<그림1>의 복소근의 각각의 변화 위치는 ① nominal value, ② maximum ζ , ③ minimum ζ , ④ maximum ζ_{ω_n} , ⑤ minimum ζ_{ω_n} , ⑥ maximum ω_n , ⑦ minimum ω_n 을 대표하게 된다.



<그림1>

3. 시뮬레이션 및 검토

이상의 경우들에 대한 계단응답을 구하여, 이 응답의 정상상태오차, 최대 overshoot, settling time, 및 integral square error를 구하여 보았다. (<그림2>, <그림3>, <그림4>, <그림5>; <그림6>이하는 생략.)

시뮬레이션 결과, 정상상태오차는 ⑦ minimum ω_n 의 점에 복소근이 위치하였을 때 가장 컸고, ⑥ maximum ω_n 의 점에 위치한 경우가 가장 작았다. 나머지 점들에서는 이 두 점의 응답특성의 중간 값이었다. 최대 overshoot의 경우는 ⑤ minimum ζ_{ω_n} 의 점에 복소근이 위치하였을 때 가장 컸고, ② maximum ζ 의 점에 위치한 경우에 가장 작았다. settling time은 ⑤ minimum ζ_{ω_n} , 또는 ② maximum ζ 의 점에 위치한 경우에 큰 값을 갖게 되나, 가장 큰 값은 전체적인 근의 분포에 따라 달랐다. integral square error는 ⑦ minimum ω_n 의 점에 위치한 경우에 가장 컸다.

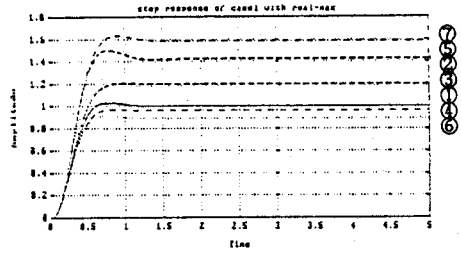
이상의 시뮬레이션 결과를 대강 종합해 보면, 각 6가지 경우의 근 분포에서, 실근의 절대 값이 최소인 경우가 최대인 경우보다 큰 정상상태오차를 나타냈다. 그리고, 최대 overshoot, settling time, 및 integral square error의 각각에 대해서 가장 나쁜 성능을 나타내는 근의 위치 점을 찾을 수는 있었지만, 성능평가 전체에 대하여 최악 또는 최선의 성능을 나타내는 근의 분포에 대해서는, 이상의 검토 과정만으로는 결론을 내릴 수 없었다. 특정의 시스템(단차척 보상 시스템)에 대하여 동일한 방법으로 성능평가를 해 보았으며, 동일한 결과를 얻었다.

4. 결론

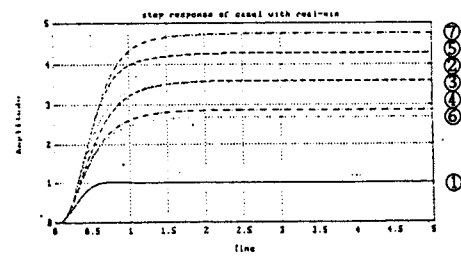
실근 및 공액복소근을 갖는 3차 시스템에 대하여, 매개변수 섭동에 의하여 근의 위치가 변화하는 경우에 계단 응답 특성의 성능평가를 시도하였다. 시뮬레이션에 의한 정성적 평가 결과, 각 평가 항목별 최악 및 최선의 응답을 나타내는 근의 변화 위치를 찾을 수 있었으나, 전체적인 근의 분포와의 관련성은 이

상의 과정만으로는 결론을 내릴 수 없었다.

이 결과를 토대로하여, 향후로는 섭동의 구조적 특성과 근의 분포, 제어목표와의 관련성을 정량적으로 검토하여, 섭동의 제한조건 등을 해석적으로 도출하고, 궁극적으로는 섭동과 제어성능과의 직접적인 관련성을 해석해 보고자 한다.

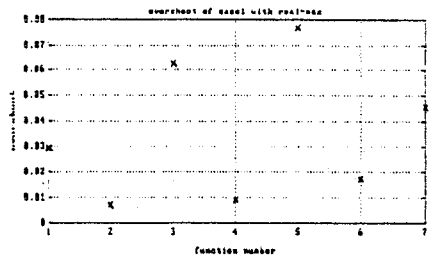


(a)

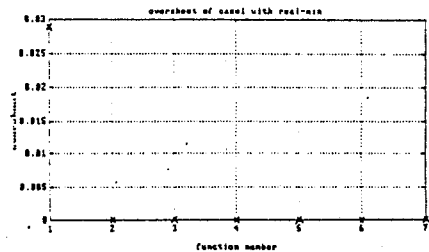


(b)

<그림2> (a) 최대 실근일 때의 계단 응답(경우1)
(b) 최소 실근일 때의 계단 응답(경우1)

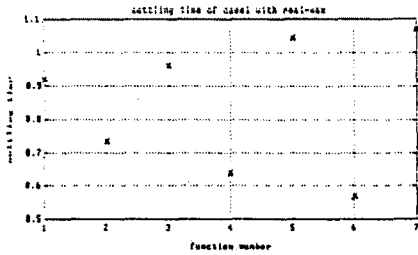


(a)

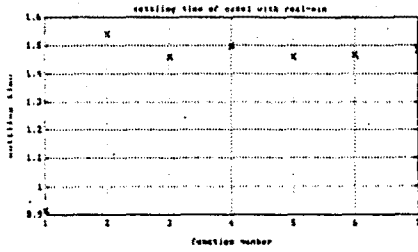


(b)

<그림3> (a) 최대 실근일 때의 overshoot(경우1)
(b) 최소 실근일 때의 overshoot(경우1)

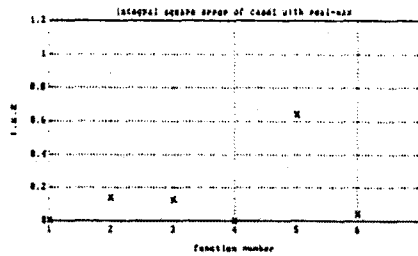


(a)

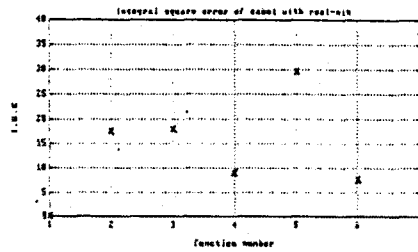


(b)

<그림4> (a) 최대 실근일 때의 settling time(경우1)
(b) 최소 실근일 때의 settling time(경우1)



(a)



(b)

<그림5> (a) 최대 실근일 때의 ISE(경우1)
(b) 최소 실근일 때의 ISE(경우1)

References

- [1] J. Doyle, "Multivariable feedback design: Concepts for a classical/modern synthesis", IEEE Trans. Automat. Contr., vol.AC-26, no.1, pp.4-6, 1981.
- [2] J. Doyle, "Analysis of feedback systems with structured uncertainties", IEE Proc.-D., vol.129, no.6, pp.242-250, 1982.
- [3] M. Bidiyagar, Control Systems Synthesis: A Factorization Approach, M.I.T. Press, 1985.
- [4] V.L. Kharitonov, "Asymptotic stability of an equilibrium position of a family of systems of linear differential equations", Differential'nye Uravneniya, vol.14, no.11, pp.2086-2088, 1978.
- [5] D.D. Siljak, "Parameter space methods for robust control design: A guided tour", IEEE Trans. Automat. Contr., vol.AC-34, no.7, pp.674-688, 1989.
- [6] B.R. Barmish, "New tools for robustness analysis", Proc. IEEE Conf. Decision Contr., Austin, pp.1-6, 1988.
- [7] 김영철, "Robust stability에 대한 매개변수적 접근 방식의 연구 동향: Kharitonov 정리와 그 확장", 전자공학회지, 제17권, 제3호, 1990.
- [8] 김영철, 박용식, 양홍석, "구조적 불확실성을 갖는 프로세스의 Robust control", '89한국자동제어학술회의논문집, Vol.1, pp.457-460, 1989.
- [9] 김영철, "구조적 불확실성을 갖는 선형계의 강인한 극배치 제어", 대한전기학회논문지, 제41권, 제3호, 1992.3.