

수정된 Ziegler-Nichols 방법에 의한 PID 제어의 자동 동조

구진호, 양원영
 중앙대학교 전기공학과

An Automatic tuning of PID Controls by Refined Ziegler-Nichols Methods

J. H. Koo*, W. Y. Yang
 Dept. of Electrical Eng., Chung-Ang Univ.

Abstract - This paper deals with the tuning method of PID controls for process controls.

It introduces the normalized process gain and the normalized process dead-time for processes based on Ziegler-Nichols tuning methods. In the case of PID auto-tuning, the first, this method applies Ziegler-Nichols tuning method and introduces the set-point weighting for reducing overshoot in the large normalized process gain or small normalized process dead-time, the second, this method is modified and includes the set-point weighting in the small normalized process gain or large normalized process dead-time. In the case of PI auto-tuning, this method is modified for reducing overshoot. This paper obtains empirical data with Ziegler-Nichols methods for refined Ziegler-Nichols tuning methods

1. 서론

PID 제어기는 공정 제어 분야에서 많이 사용되는 알고리즘이다.

PID 제어 변수를 구하는 방법으로 시행착오를 통해 최적값을 구할 수 있다. 그러나 이러한 방법은 프로세스의 특성이 달라질 때 마다 다시 구해야하며 시간이 많이 소비되는 단점이 있다. 따라서 체계적인 동조 방법으로는 Ziegler-Nichols 동조 방법[1942]이 제안되었으며 일차 지연(first order lag)과 지연 시간(dead time)을 갖는 프로세스에 적용하여 PID 변수를 구하는 Cohen-Coon 동조 방법[1953], Åström과 Hägglund의 릴레이 피드백에 의한 방법[1984][1], 손실 함수(ISE, ITAE, IAE 등)의 최소가 되도록 하여 제어 변수를 결정하는 방법, Nishikawa 등의 가중치 ISE(Weighted ISE)에 의한 최적 변수 결정 방법[1984][3] 그리고 Åström 등의 정규화된 프로세스 이득과 정규화된 프로세스 지연 시간에 의해 수정된 Ziegler-Nichols 동조 방법[1992][2] 등이 있다.

본 논문에서는 Ziegler-Nichols 동조 방법을 소개하고, Åström 등의 정규화된 프로세스 이득과 정규화된 프로세스 지연 시간을 통해 체계적인 동조 방법을 구하여, 시뮬레이션을 통해 우수함을 보였다.

2. Ziegler-Nichols 동조 방법

계단 입력에 대한 계루프 응답으로부터 PID 변수를 구하는 방법과 비례 이득만으로 프로세스의 계루프 응답에서 임계 이득(Kc)과 임계 주기(Tc)로부터 PID 변수를 구하는 방법이 있다. 후자의 방법은 주파수 응답으로부터 나이퀴스트 선도에서 이득 여유와 위상 여유로부터 구할 수 있다.

다음은 주파수 응답에 의해 임계 이득과 임계 주기로 부터 구하는 방법이다.

표 1 Ziegler-Nichols 주파수 응답 방법

	Kp	Ti	Td
PI	0.45Kc	0.85Tc	
PID	0.6Kc	0.5Tc	0.125Tc

PID 제어기는 다음과 같이 적용된다.

$$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt - T_d \frac{dy(t)}{dt} \right] \quad (1)$$

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (2)$$

$$Y_f(s) = \frac{1}{1 + sT_d/N} Y(s) \quad (3)$$

단, $u(t)$, $y(t)$, $r(t)$ 는 각각 제어기 출력, 프로세스 출력, 셋 포인트이다. N 은 고주파수 영역에서 노이즈를 제거하는 필터링 상수이다. N 은 실험적으로 3에서 20의 범위에 있으며 본 논문에서는 $N=10$ 으로 계산했다.

3. 릴레이 피드백에 의한 자동 동조 방법[1]

Ziegler-Nichols 주파수 동조 방법은 임계점까지의 비례 이득을 증가시키는 과정에서 시스템이 불안정하게될 수 있다. 이러한 방법으로는 자동 동조를 하기가 어렵다. 이러한 단점을 보완하기 위해 릴레이 동조기와 PID 제어기로 구성된 시스템을 그림 1에 나타내었다. 다음과 같은 식으로 임계 이득과 임계 주기를 구할 수 있다.

$$u(t) = \begin{cases} d & e(t) < 0 \\ -d & e(t) \geq 0 \end{cases} \quad (4)$$

단, d 는 릴레이 크기이다.

$$a = \frac{4d}{\pi} |G_p(j2\pi f_c)| \quad (5)$$

단, a 는 릴레이 출력이며 푸리에 급수에 의한 제 1 고조파 성분이다.

$$K_c = \frac{1}{\pi a} = \frac{1}{|G_p(j\omega_c)|}, \quad \arg G_p(j\omega_c) = -\pi \quad (6)$$

식 (6)으로부터 임계 이득(K_c)과 임계 주기(T_c)를 구하여 Ziegler-Nichols 동조 방법(표 1)에 적용하여 PID 제어 변수를 구할 수 있다.

4. 프로세스 동역학 특성

본 장에서는 Ziegler-Nichols 동조 방법에 의해 PID 또는 PI 제어기를 일반적으로 지연 요소를 갖는 프로세스에 적용하여 프로세스의 동역학 특성을 구하였다. 적용한 프로세스는 다음과 같다.

• 프로세스 I (지연 시간을 갖는 프로세스)

$$G_1(s) = \frac{1}{(1+s)^2} e^{-Ls}, \quad 0.1 \leq L \leq 3 \quad (7)$$

• 프로세스 II (다중 지연(multiple lag) 프로세스)

$$G_2(s) = \frac{1}{(1+s)^n}, \quad 3 \leq n \leq 10 \quad (8)$$

• 프로세스 III (비최소 위상(nonminimum phase) 프로세스)

$$G_3(s) = \frac{1 - \alpha s}{(1+s)^2}, \quad 0 \leq \alpha \leq 2 \quad (9)$$

위 세 가지 프로세스에 다음과 같은 지연 시간을 갖으며 극점이 변하는 프로세스에 적용하였다.

• 프로세스 N

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)(1+Ts)} e^{-Ls}, \quad 0.1 \leq L \leq 3, \quad 0.1 \leq T \leq 10 \quad (10)$$

계단 입력에 대한 계보 응답으로부터 정규화된 지연 시간은 그림 2로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\theta = \frac{L}{T} = \frac{a}{K} \quad (11)$$

단, θ , L , T 는 각각 정규화된 프로세스 지연 시간, 지연 시간, 시간 상수이다.

정규화된 프로세스 이득은 다음과 같다.

$$\kappa = K K_c \quad (12)$$

단, κ , K , K_c 는 각각 정규화된 프로세스 이득, 정상 상태 이득, 임계 이득이다.

Ziegler-Nichols 동조 방법에 의해 구한 정규화된 프로세스 이득과 정규화된 프로세스 지연 시간의 관계를 각각의 프로세스에 적용하여 그림 3에 나타내어 다음과 같은 근사식을 얻었다.

$$\kappa = 2 \left(\frac{11\theta + 13}{37\theta - 4} \right) \quad (13)$$

4.1 PID 제어인 경우

Ziegler-Nichols 동조 방법에 의해 구한 PID 제어를 프로세스에 적용하여 다음과 같은 실험치를 얻었다. 그림 4은 정규화된 프로세스 이득과 정규화된 프로세스 지연 시간에 대한 퍼센트 오버슈트, 언더슈트의 관계를 나타내었다.

경우 1. 정규화된 프로세스 이득이 큰 경우 ($\kappa > 4$) 또는 정규화된 프로세스 지연 시간이 작은 경우 ($\theta < 0.3$). 오버슈트는 언더슈트의 약 4 배 정도가 되며 이것은 Ziegler-Nichols 동조 방법의 1/4 감쇠비에 일맞은 결과를 보여준다. 그러나 오버슈트가 크게 나타난다.

경우 2. $2 < \kappa < 4$ 또는 $0.3 < \theta < 0.6$ 인 경우. 오버슈트는 언더슈트에 비해 크지만 감쇠비는 줄어들게 된다.

경우 3. 정규화된 프로세스 이득이 작은 경우 ($\kappa < 2$) 또는 정규화된 프로세스 지연 시간이 큰 경우 ($\theta > 0.6$). 오버슈트에 비해 언더슈트가 상대적으로 커진다.

4.2 PI 제어인 경우

Ziegler-Nichols 동조 방법에 의해 구한 PI 제어를 각각의 프로세스에 적용하여 다음과 같은 결과를 얻었다. 그림 5는 정규화된 프로세스 이득과 정규화된 프로세스 지연 시간에 대한 퍼센트 오버슈트와 언더슈트의 관계를 나타내었다.

경우 1. 정규화된 프로세스 이득이 큰 경우 ($\kappa > 4$) 또는 정규화된 프로세스 지연 시간이 작은 경우 ($\theta < 0.3$). 언더슈트가 오버슈트와 거의 비슷하여 답핑이 좋지 못하며, 오버슈트와 언더슈트가 상당히 커서 시스템이 불안정하다.

경우 2. $2 < \kappa < 4$ 또는 $0.3 < \theta < 0.6$ 인 경우. 언더슈트가 오버슈트에 비해 커지며 답핑이 좋지 못하다.

경우 3. 정규화된 프로세스 이득이 작은 경우 ($\kappa < 2$) 또는 정규화된 지연 시간이 큰 경우 ($\theta > 0.6$). 오버슈트는 음의 값을 가지며 과제동되어 정상 상태에 도달하는 시간이 너무 길어진다.

5. 수정된 Ziegler-Nichols 동조 방법

5.1 PID 동조 방법

Ziegler-Nichols 동조 방법에 의해 구한 제어를 프로세스에 적용한 경우 정규화된 프로세스 이득이 크거나 정규화된 프로세스 지연 시간이 작은 경우에는 오버슈트를 감소시켜 주어야 한다. 정규화된 프로세스 이득이 작거나 정규화된 프로세스 지연 시간이 큰 경우에는 오버슈트가 작거나 음의 값을 가지기 때문에 정상 상태에 도달하는 시간이 길어진다. 따라서 안정 시간(settling time)을 감소시켜야 한다. 따라서 식 (1)을 다음과 같이 수정하였다.

$$u(t) = K_p \left[\beta r(t) - y(t) + \frac{1}{T_I} \int e(t) dt - T_d \frac{dy(t)}{dt} \right] \quad (14)$$

단, β 는 셋포인트 가중치이다.

경우 1. 정규화된 프로세스 이득이 큰 경우 ($2.25 < \kappa < 15$) 또는 정규화된 프로세스 지연 시간이 작은 경우 ($0.16 < \theta < 0.57$).

Ziegler-Nichols 동조 방법에 의해 구한 PID 제어를 프로세스에 적용하였을 경우 1/4 감쇠비를 유지하고 있기 때문에 Ziegler-Nichols 동조 방법을 사용할 수 있다. 그러나 오버슈트가 상당히 크기 때문에 감소시켜야 하며 오버슈트가 10% 또는 20%의 조건을 갖도록 셋포인트 가중치를 조정하므로써 β 와

κ 에 대한 결과를 그림 6에 나타내어 다음과 같은 근사식을 얻었다.

• 퍼센트 오버슈트가 10% 인 경우.

$$\beta = \frac{15 - \kappa}{15 + \kappa}, \quad 2.25 < \kappa < 15 \quad (15)$$

• 퍼센트 오버슈트가 20% 인 경우.

$$\beta = \frac{36}{27 + 5\kappa}, \quad 2.25 < \kappa < 15 \quad (16)$$

경우 2. 정규화된 프로세스 이득이 작은 경우 ($1.5 < \kappa < 2.25$) 또는 정규화된 프로세스 지연 시간이 큰 경우 ($0.57 < \theta < 0.96$).

Ziegler-Nichols 동조 방법에 의해 구한 PID 제어를 프로세스에 적용하였을 경우 언더슈트가 오버슈트에 비해 크기 때문에 언더슈트를 감소시켜 주어야 한다. 따라서 비례 이득과 미분 시간은 Ziegler-Nichols 동조 방법을 적용하고 언더슈트를 감소시키기 위해 적분 시간만을 조정하고, 셋포인트 가중치를 적용함으로써 정상 상태에 도달하는 시간을 단축시켰다. 여기서 수정된 적분 시간은 다음과 같다.

$$T_I = 0.5 \mu T_c \quad (17)$$

단, μ 는 Ziegler-Nichols 동조 방법의 적분 시간에 대한 수정된 방법의 적분 시간의 비이다. 그림 7(a)는 20%의 오버슈트를 갖도록 함으로써 β 와 κ 의 관계를 나타낸 것이며, 그림 7(b)는 10%의 언더슈트를 갖도록 함으로써 μ 와 κ 의 관계를 나타낸 것이다. 이러한 결과로부터 β 와 κ , μ 와 κ 에 대한 근사식 다음과 같이 얻었다.

$$\beta = \frac{8}{17} \left[\frac{4}{9} \kappa + 1 \right], \quad 1.5 < \kappa < 2.25 \quad (18)$$

$$\mu = \frac{4}{9} \kappa, \quad 1.5 < \kappa < 2.25 \quad (19)$$

5.2 PI 동조 방법

Ziegler-Nichols 동조 방법에 의해 구한 PI 제어를 각각의 프로세스에 적용하였을 때 정규화된 프로세스 지연 시간이 작은 경우 ($\theta < 0.3$ 또는 $\kappa > 4$)는 오버슈트가 언더슈트와 거의 일치하며 오버슈트가 상당히 크다. θ 가 0.3에서 0.6 (또는 $2 < \kappa < 4$)에서는 언더슈트가 오버슈트보다 커지며 θ 가 0.6 (또는 $\kappa < 2$)보다 커지면 오버슈트가 음의 값을 갖으며 이 경우 과제동되어 정상 상태에 이르는 시간 너무 길어진다. 그러므로 지연 요소를 갖는 프로세스에 대하여 Ziegler-Nichols 동조 방법을 수정해야 한다. Ziegler-Nichols 동조 방법에 의해 구한 PI 제어를 10% 오버슈트와 3% 언더슈트를 갖도록 수정함으로써 이에 대한 κ 의 K_p/K_c 및 T_p/T_c 간의 관계를 그림 8에 나타내어 다음과 같은 근사식을 얻었다.

$$\frac{K_p}{K_c} = \frac{5}{6} \left[\frac{12 + \kappa}{15 + 14\kappa} \right], \quad 1.2 < \kappa < 15 \quad (20)$$

$$\frac{T_I}{T_c} = \frac{1}{5} \left[\frac{4}{15} \kappa + 1 \right], \quad 1.2 < \kappa < 15 \quad (21)$$

6. 시뮬레이션

본 장에서는 제 4장에서 지연 요소를 갖는 프로세스(7-10)에 대하여 Ziegler-Nichols 동조 방법에 의한 PID와 PI 제어를 적용한 경우와 수정된 Ziegler-Nichols 동조 방법에 의한 프로세스 출력을 비교 검토하였다.

7. 결론

본 논문은 Ziegler-Nichols 주파수 동조 방법에 여러가지 지연 요소를 갖는 프로세스를 적용하여 정규화된 프로세스 이득과 정규화된 프로세스 지연 시간을 구하여 수정된 Ziegler-Nichols 동조 방법을 적용하였다. Ziegler-Nichols 방법은 자동적으로 동조가 어렵기 때문에 릴레이 피드백을 도입하여 여기서 구한 임계 이득과 임계 주기를 수정된 방법에 적용하여 시뮬레이션을 통해 우수함을 보였다.

참고문헌

1. Åström, K.J. and Hägglund, T., "Automatic Tuning of Simple Regulators with Specifications on Phase and Amplitude Margins," *Automatica*, Vol. 20, No. 5, pp. 645-651, 1984.
2. Åström, K.J., et al., "Towards Intelligent PID Control," *Automatica*, Vol. 28, No. 1, pp. 1-9, 1992.
3. Nishikawa, Y., et al., "A Method for Auto-tuning of PID Control Parameters," *Automatica*, Vol. 20, No. 3, pp. 321-332, 1984.

4. Åström, K.J. and Hägglund, T., "Automatic Tuning of PID Controllers," ISA, 1988.
 5. Deshpande, P.B., and Ash, R.H., "Computer Process Control," ISA, 1981.

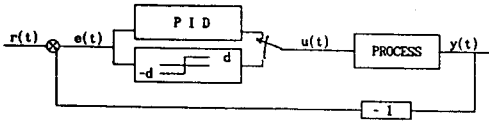


그림 1. 릴레이 피드백에 의한 블록 선도

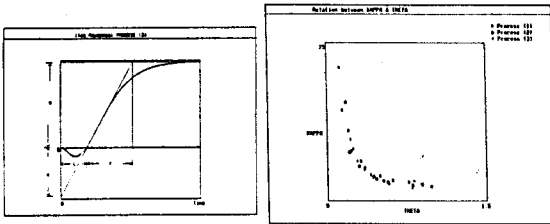


그림 2. 개루프 계단 응답

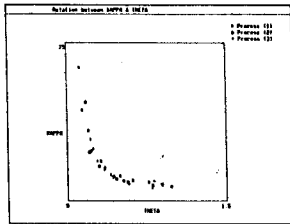


그림 3. K_p 와 T 의 관계

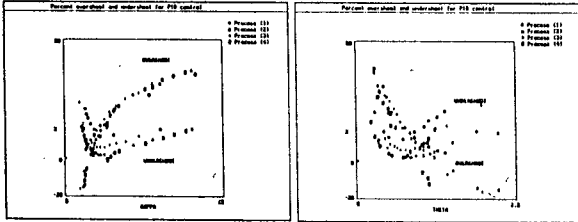


그림 4. PID 제어에서의 퍼센트 오버슈트와 언더슈트.
 (a) 정규화된 프로세스 이득에 대한 경우.
 (b) 정규화된 프로세스 지연 시간에 대한 경우.

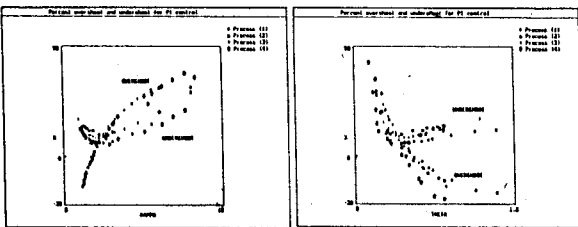


그림 5. PI 제어에서의 퍼센트 오버슈트와 언더슈트.
 (a) 정규화된 프로세스 이득에 대한 경우.
 (b) 정규화된 프로세스 지연 시간에 대한 경우.

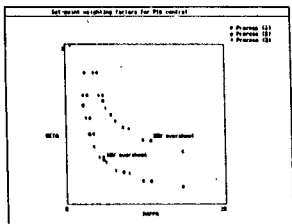


그림 6. 10%, 20%에 대한 β 와 K_c 의 관계

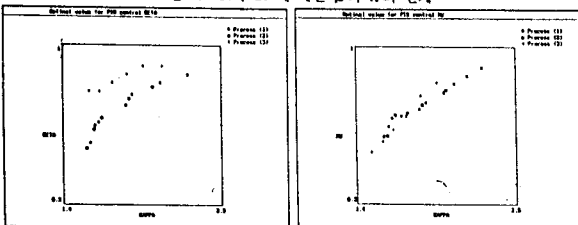


그림 7 (a) 20% 오버슈트를 갖도록 조정된 β 와 K_c 의 관계.
 (b) 10% 언더슈트를 갖도록 조정된 μ 와 K_c 의 관계.

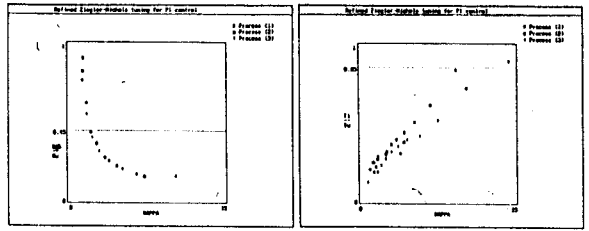


그림 8. PI 제어에서 수정된 Ziegler-Nichols 동조 방법.
 (a) K_c 에 대한 K_p/K_c
 (b) K_c 에 대한 T_p/T_c

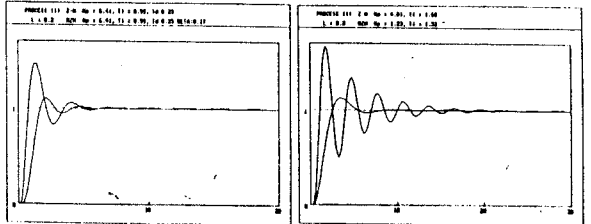


그림 9. 프로세스 (1)에서 $L=0.2$ 인 경우.
 (a) PID (b) PI

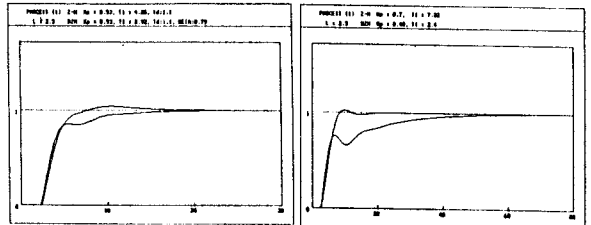


그림 10. 프로세스 (1)에서 $L=2.5$ 인 경우.
 (a) PID (b) PI

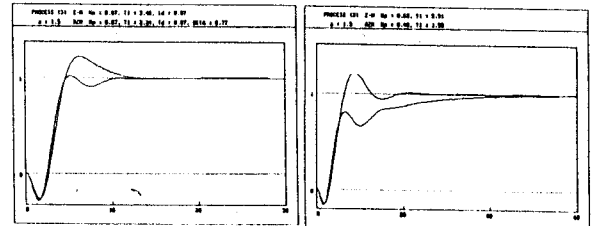


그림 11. 프로세스 (3)에서 $\alpha=1.8$ 인 경우.
 (a) PID (b) PI

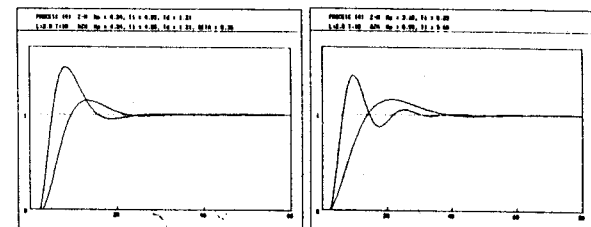


그림 12. 프로세스 (4)에서 $L=2.0, T=10$ 인 경우.
 (a) PID (b) PI

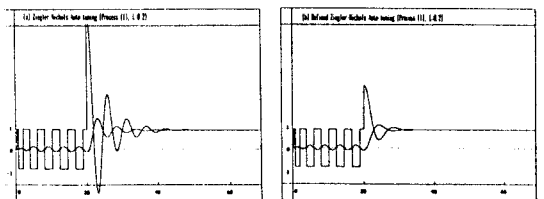


그림 13. 릴레이 피드백에 의한 PI 제어의 자동 동조
 (a) Ziegler-Nichols 방법
 (b) 수정된 Ziegler-Nichols 방법