

로봇 매니퓰레이터의

강인한 하이브리드 제어

구근모, 명현, 김중환
한국과학기술원 전기 및 전자공학과

Robust Hybrid Control for Robot Manipulators

Keun-Mo Koo, Hyeon Myeong and Jong-Hwan Kim
Dept. of Elec. Eng., KAIST

Abstract - In this paper a robust hybrid control algorithm for n -link nonredundant robot manipulators is proposed. This scheme includes an estimation law for the upper bound on the uncertainty such that robust control input is updated as a function of the estimated upper bound. The uniform ultimate boundedness of the tracking error is generated by the Lyapunov based theory.

I 서론

로봇 매니퓰레이터의 위치 제어 문제에서, end effector와 주변간에 접촉없이 매니퓰레이터가 움직일 때에는 고이득 폐환으로서 불확실성이 보상된다. 이 고이득 폐환기법은 위치 servo를 매우 stiff하게 한다. End effector와 주변간에 접촉이 있을 때에는 어떤 작업의 동작을 부드럽게 하기가 힘들게 된다. 왜냐하면, 작은 위치 오차는 큰 토크 즉, 바람직하지 않은 큰 접촉력을 만들기 때문이다. 만약 접촉력에 관한 정보가 있다면 이 접촉력의 제어는 위치의 정확도를 증가시킨다. 매니퓰레이터의 힘 제어는 많이 연구되어 왔다[1], [3], [8]에 제안된 하이브리드 위치/힘 제어의 구조는 개념상 명확하고, 모델링이 정확하다면 응용하기에도 알맞다. 로봇 매니퓰레이터 제어가 설계에 있어서의 심각한 문제는 모델의 불확실성이다. 만족스러운 하이브리드 제어를 위해서는 불확실성과의 한도 고려되어야 한다. 최근에 Chen 과 Pandey [2]는 로봇 매니퓰레이터의 불확실성이 제한된 가정하에서의 하이브리드 제어를 했다. 그러나, 그들의 제안에서는 제어가 설계에 앞서서 가능한 불확실성의 범위를 알아야만 한다. 이 논문에 제안된 제어 구조의 현저한 특징은 불확실성의 존재에 대한 강인성이다. 이 구조에서는 불확실성의 상한선이 추정되고, 추정된 상한선의 함수로서 제어 입력이 조절된다. 그러므로, 이 구조에서는 불확실성에 관한 선행 정보가 필요없다. Lyapunov의 이론에 근거하여 추적 오차의 uniform ultimate boundedness가 증명된다.

II 하이브리드 제어기

II.1 로봇 동역학

n -링크 로봇의 동역학식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) \quad (1)$$

τ 는 $n \times 1$ 조인트 토크 벡터, $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ 는 각각 $n \times 1$ 조인트 위치, 속도, 가속도 벡터이다. $M(\theta)$ 는 $n \times n$ 관성 행렬이고, $H(\theta, \dot{\theta})$ 는 원심력, 전향력, 중력, 마찰력을 나타내는 $n \times 1$ 벡터이다. 로봇이 주위와 접촉할때 로봇이나 주변이 변형되며, end effector에서의 반응력이 각 조인트에 전달될 것이다. 만약 R 이 직교 좌표계에서의 end effector에서의 반응력이라면 (1)의 동역학식은 다음의 형태를 갖는다.

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) + J^T R. \quad (2)$$

직교 좌표계에서 (2)는 다음처럼 표현된다.

$$F = M_x(\theta)\ddot{x} + H_x(\theta, \dot{\theta}) + R \quad (3)$$

x 는 end effector의 직교 좌표 위치 벡터이고, F 는 직교 좌표계에서의 힘 벡터이다. 동역학식 (2)는 다음과 같은 관계에 의해서 (3)으로 변환될 수 있다.

$$\dot{x} = J\dot{\theta}, \quad \ddot{x} = J^{-1}\ddot{x} - J^{-1}\dot{J}\dot{\theta}, \quad \tau = J^T F. \quad (4)$$

II.2 하이브리드 제어 법칙

만일 매니퓰레이터의 동역학을 완전히 안다면, 변수 비결합되고 선형화된 식들을 얻기위해 비선형 폐환 제어가 이용될 수 있다. k 가 위치 제어하에 있는 end effector의 카테시안 좌표계의 갯수를 나타내고 h 가 힘 제어 좌표계의 갯수를 나타낸다고 하자. k 와 h 의 합은 n 과 같아야 한다. 위치 제어하에 있는 카테시안 좌표계는 첨자 i , 힘 제어 좌표계는 j 를 쓰기로 하자.

Hand 좌표계에서의 힘은 로봇이나 주변의 변형에 의해서 생기고, j 번째 좌표계의 stiffness는 K_j 라고 가정하자. 그러면, j 번째 좌표계의 반응력 f_j 는 다음처럼 표현된다.

$$f_j = K_j(x_j - x_j^d), \quad j = 1, \dots, h$$

x_j^d 는 주변을 접촉하지 않고 손이 이동할 수 있는 거리를 나타낸다.

다음의 제어 법칙을 생각해 보자.

$$F = M_x(\theta)u + H_x(\theta, \dot{\theta}) + R - \frac{1}{2}\dot{M}_x(\theta, \dot{\theta})r - \Lambda r \quad (5)$$

그리고

$$\begin{aligned} u_i &= \ddot{x}_{di} - \lambda \dot{\tilde{x}}_i, \quad i = 1, \dots, k \\ u_j &= (\ddot{f}_{dj} - \lambda \dot{\tilde{f}}_j)/K_j, \quad j = 1, \dots, h \\ r_i &= \dot{\tilde{x}}_i + \lambda \tilde{x}_i, \quad i = 1, \dots, k \\ r_j &= (\dot{\tilde{f}}_j + \lambda \tilde{f}_j)/K_j, \quad j = 1, \dots, h \end{aligned} \quad (6)$$

$\tilde{x}_i = x_i - x_i^d$ 는 위치 오차, $\tilde{f}_j = f_j - f_j^d$ 는 힘 오차, 그리고 Λ 는 양의 정치 대각 행렬이다. 또한, x_i^d , \dot{x}_i^d , \ddot{x}_i^d 는 각각 i 번째 좌표계의 원하는 위치, 속도, 가속도의 궤적이다. 마찬가지로, f_j^d , \dot{f}_j^d , \ddot{f}_j^d 는 j 번째 좌표계의 원하는 힘, 힘의 증가율, 힘 궤적의 이차 미분이다. (3)과 (5)로부터 다음식이 얻어진다.

$$M_x(\theta)\dot{r} = -\frac{1}{2}\dot{M}_x(\theta, \dot{\theta})r - \Lambda r \quad (7)$$

(7)의 시스템에 대한 Lyapunov function candidate를 다음과 같이 정의하자.

$$V = \frac{1}{2}r^T M_x(\theta)r. \quad (8)$$

(8)을 시간에 대해 미분하고 (7)을 이용하면, 다음 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= r^T M_x(\theta)\dot{r} + \frac{1}{2}r^T \dot{M}_x(\theta)r \\ &= -r^T \Lambda r \leq 0. \end{aligned}$$

이는 $r \in L_2$ 이고 $\dot{r} \in L_\infty$ 를 의미하므로 Barbalat's lemma에 의해 $\lim_{t \rightarrow \infty} r = 0$ 이 된다.

II.3 강인한 하이브리드 제어 법칙

표기를 간단히 하기 위해 지금부터 인수는 생략하기로 한다. 일반적으로 매니퓰레이터의 완전한 모델은 얻기 어려우므로 M_x , H_x , R 를 각각 \hat{M}_x , \hat{H}_x , \hat{R} 라고 가정하자.

제어의 목적은 추적오차를 미리 지정된 한계안에 있도록 유지하는 것이다. 매니퓰레이터에 대한 가정을 이용하는 다음과 같은 제어 법칙을 제안한다.

$$F = \hat{M}_x u + \hat{H}_x + \hat{R} - \frac{1}{2}\dot{\hat{M}}_x r - \Lambda r + p(t) \quad (9)$$

u 와 r 은 (6)과 같이 정의된다. 강인한 제어 입력 $p(t)$ 는 나중에 정의된다.

(3)의 F 에 (9)를 대입하면,

$$M_x \dot{r} = \tilde{M}_x u + \tilde{H}_x + \tilde{R} - \frac{1}{2}\dot{\tilde{M}}_x r - \Lambda r + p(t) \quad (10)$$

여기서 $\tilde{M}_x = \hat{M}_x - M_x$, $\tilde{H}_x = \hat{H}_x - H_x$, $\tilde{R} = \hat{R} - R$ 이다. 불확실성의 범위를 quadratically bounded function으로 나타낼 수 있고 [2], [6], 적당한 양의 상수 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 에 대하여 - 여기서 $e = [\tilde{x}_i \ \tilde{f}_j/K_j]$, $\dot{e} = [\dot{\tilde{x}}_i \ \dot{\tilde{f}}_j/K_j]$, $i = 1, \dots, k, j = 1, \dots, h$, $\alpha = (\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ \alpha_4)^T$, $w = (1 \|e\| \|\dot{e}\| \|\dot{e}\|^2)^T$ - 다음의 관계가 얻어진다.

$$\begin{aligned} \|\tilde{M}_x u + \tilde{H}_x + \tilde{R} - \frac{1}{2}\dot{\tilde{M}}_x r\| &\leq \alpha_1 + \alpha_2 \|e\| + \alpha_3 \|\dot{e}\| + \alpha_4 \|\dot{e}\|^2 \\ &= \alpha^T w \end{aligned}$$

α 의 추정치를 $\hat{\alpha}$ 이라고 하고 다음의 $\hat{\alpha}$ 에 대한 추정 법칙을 생각해 보자.

$$\dot{\hat{\alpha}} = \begin{cases} \Gamma w \|r\| & , \text{if } \|r\| > \epsilon \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

여기서 Γ 는 4×4 positive definite matrix이다. 강인한 제어 입력 $p(t)$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$p(t) = \begin{cases} -\frac{r}{\|r\|} \hat{\alpha}^T w & , \text{if } \|r\| > \epsilon \\ -\frac{r}{\epsilon} \hat{\alpha}^T w & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (12)$$

여기서 ϵ 은 ultimate error bound와 관계되는 양의 상수이다. 우리는 다음과 같은 형태의 Lyapunov function candidate를 이용하여 (9), (12)와 (11)의 추정 법칙이 제어 목적을 만족함을 증명할 것이다.

$$V = \frac{1}{2}r^T M_x r + \frac{1}{2}\hat{\alpha}^T \Gamma^{-1} \hat{\alpha} \quad (13)$$

여기서 $\hat{\alpha} = \alpha - \hat{\alpha}$ 이다. (13)을 (10)의 궤적을 따라 시간에 대해 미분하면 다음 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= r^T M_x \dot{r} + \frac{1}{2}r^T \dot{M}_x r - (\alpha - \hat{\alpha})^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{\alpha}} \\ &= -r^T \Lambda r + r^T (\tilde{M}_x u + \tilde{H}_x + \tilde{R} - \frac{1}{2}\dot{\tilde{M}}_x r) + r^T p(t) \\ &\quad - \alpha^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{\alpha}} + \hat{\alpha}^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{\alpha}} \\ &\leq -r^T \Lambda r + \|r\| \alpha^T w + r^T p(t) - \alpha^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{\alpha}} + \hat{\alpha}^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{\alpha}} \end{aligned}$$

그러므로 (11)과 (12)로부터 만약 $\|r\| > \epsilon$ 이라면

$$\dot{V} \leq -r^T \Lambda r < 0$$

그리고, 만약 $\|r\| \leq \epsilon$ 이라면

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -r^T \Lambda r + \|r\| \alpha^T w - \frac{\|r\|^2}{\epsilon} \alpha^T w \\ &\leq -r^T \Lambda r + \epsilon_0 \end{aligned}$$

여기서 $\epsilon_0 = \frac{(\alpha^T w)^2}{4\alpha^T w} \epsilon$ 이다. 그러므로 이 결과와 [7]의 결과를 이용해서 uniform ultimate boundedness가 증명된다.

III 컴퓨터 시뮬레이션

여로써 위의 기법을 동역학식이 [9]에 주어진 SCARA-type 로봇에 적용해 본다.

$$\begin{aligned} \tau_1 &= (m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1) \ddot{\theta}_1 + (m_2 l_{c2}^2 + I_2) (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \\ &\quad + m_2 l_1 l_{c2} [\cos(\theta_2) (2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_2) - \sin(\theta_2) (\dot{\theta}_2^2 + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2)] \\ \tau_2 &= (m_2 l_{c2}^2 + I_2) (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \\ &\quad + m_1 l_1 l_{c2} [\cos(\theta_2) \ddot{\theta}_1 + \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1^2] \end{aligned} \quad (14)$$

파라메타를 $P_1 = m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1$, $P_2 = m_2 l_{c2}^2 + I_2$, $P_3 = m_2 l_1 l_{c2}$ 로 한다면 로봇의 동역학식은 다음과 같다.

$$\tau = M(\theta) \ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) \quad (15)$$

여기서

$$\begin{aligned} M(\theta) &= \begin{bmatrix} P_1 + P_2 + 2P_3 \cos(\theta_2) & P_2 + P_3 \cos(\theta_2) \\ P_2 + P_3 \cos(\theta_2) & P_2 \end{bmatrix} \\ H(\theta, \dot{\theta}) &= \begin{bmatrix} -P_3 \sin(\theta_2) (\dot{\theta}_2^2 + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \\ P_3 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1^2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Jacobian matrix는

$$J = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(\theta_1) - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \quad (16)$$

위치 제어에는 x -방향을 쓰고 힘 제어에는 y -방향을 쓴다. 다음과 같은 값들이 로봇의 파라메타에 쓰여졌다.

$$\begin{aligned} m_1 &= 35\text{kg}, \quad m_2 = 6\text{kg}, \quad I_1 = 2\text{kgm}^2, \quad I_2 = 0.15\text{kgm}^2 \\ l_1 &= 0.3\text{m}, \quad l_2 = 0.25\text{m}, \quad l_{c1} = 0.15\text{m}, \quad l_{c2} = 0.11\text{m} \end{aligned}$$

원하는 위치 궤적은 다음과 같다.

$$x = 0.35 \cos\left(\frac{2\phi}{5}t\right) \text{ m}, \quad y = 0.35 \text{ m}$$

그리고, 원하는 힘 궤적은 다음에 의해 생성된다.

$$\ddot{f}_d + 6\dot{f}_d + 9f_d = 45$$

시뮬레이션에 쓰여진 상수들은 다음과 같다.

$$\Lambda = \text{diag}(10, 10), \quad \epsilon = 0.02, \quad \lambda = 10, \quad k = 200, \quad \Gamma = 50$$

그 결과는 Figure 2 ~ 3 에 보여진다. 여기에서 점선은 원하는 궤적이 고, 실선은 실제의 궤적이다.

IV 결론

본 논문에서는 불확실성을 가진 토보트 매니퓰레이터에 대한 강인한 하이브리드 제어 기법이 제안되었다. 이 기법에서는 불확실성의 상한선이 추정되고, 우리의 제어 목적을 위해 제한 이득이 추정된 상한선의 함수로써 조정된다. Lyapunov 이론에 근거하여 추적 오차의 uniform ultimate boundedness가 증명된다.

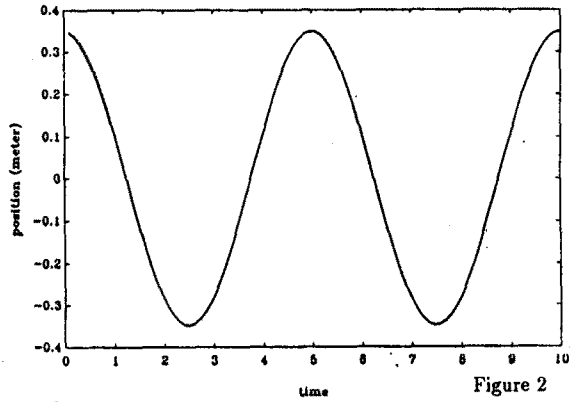


Figure 2

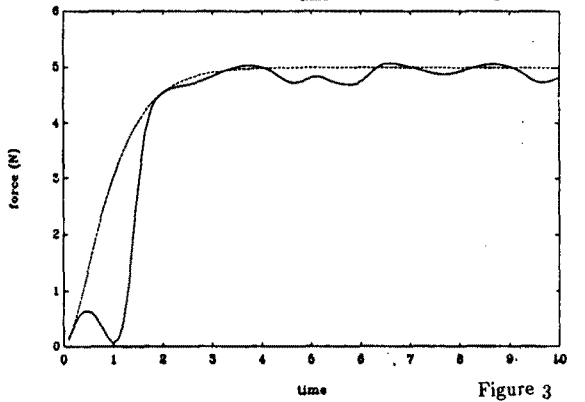


Figure 3

참고 문헌

- [1] D. E. Whitney, "Historical perspective and state of the art in robot force control," *Int. J. Robotics. Res.*, vol.6, no.1, pp.3-14, Spring 1987.
- [2] Y. H. Chen and S. Pandey, "Uncertainty bound-based hybrid control for robot manipulators," *IEEE Trans. Robotics Automat.*, vol.6, no.3, June 1990.
- [3] M. H. Raibert and J. J. Craig, "Hybrid position/force control of manipulators," *Trans. ASME, J. Dyn. Sys. Meas. Contr.*, vol.102, pp.126-133, June 1981.
- [4] R. Johansson, "Adaptive control of robot manipulator motion," *IEEE Trans. Robotics Automat.*, vol.6, no.4, pp.483-490, August 1990.
- [5] J. J. E. Slotine and W. Li, "Composite adaptive control of robot manipulators," *Automatica*, vol.25, no.4, pp.509-519, 1989.
- [6] S. N. Singh, "Adaptive model following control of nonlinear robotic systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.30, no.11, pp.1099-1100, 1985.
- [7] M. J. Corless and G. Leitmann, "Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.AC-26, pp. 1139-1144, Oct. 1981.
- [8] J. J. Craig, *Introduction to robotics:mechanics and control*, Addison-Wesley Inc., 1986.
- [9] M. W. Spong and M. Vidyasagar, *Robot dynamics and control*, John Wiley & Sons Inc., New York, 1989.