

## 스캘링 계수 자동조정을 통한 퍼지제어

\* 정 명 환, 정 희 태, 전 기 준

경북대학교 공과대학 전자공학과, 제어계측신기술연구센터(서울대)

## Fuzzy Control with Auto-Tuning Scaling Factor

Myung Hwan Chung, Hee Tae Chung, Gi Joon Jeon

Department of Electronics, Kyungpook National University, Taegu, Korea and  
Engr. Research Center for Adv. Control and Instr. of SNU by KOSEF

## ABSTRACT

This paper presents an autotuning algorithm of scaling factor in order to improve system performance. We define the scaling factor of fuzzy controller as a function of error and error change. This function is tuned by the output of performance evaluation level utilizing the error of overshoot and rising time. Simulation results show that the proposed algorithm has good tuning performance for a system with parameter change.

## 1. 서 론

퍼지이론이란 불분명한 수량적 정보를 다루는 수학적 기법의 일종으로서, 인간의 주관적 사고나 판단의 애매 모호성을 다루기 위하여 1965년 Zadeh[1]에 의해 제안되었다. 퍼지집합 이론에 관한 응용은 1974년 영국의 Mamdani[2]에 의한 스티븐슨 제어 연구의 성공으로 그 실용성의 가능성을 보여줌으로써 연구의 박차를 가하게 되었다. 이후 1980년에는 지하철 운전 제어 등 실제 현장에 이용되었고, 최근 일본을 중심으로 가전 제품을 비롯한 많은 분야에서 퍼지집합 이론을 이용하여 실제로 응용할 수 있는 연구를 해왔다[3]. 이처럼 퍼지제어가 활발하게 이용되고 있는 것은 전문가의 경험과 직관 등에 의한 규칙을 언어 변수로 표현하고 구현할 수 있으며 제어 대상 시스템의 수학적 모델링이 필요하지 않기 때문이다. 특히 실시간 제어를 위해서 모든 입력 변수와 출력값을 정량화하고 이들을 이용하여 추론을 통해 얻은 출력 값들을 룩업 테이블로 만들어 사용함으로써 추론하는 동안 소요되는 많은 시간을 절약할 수 있다[4,5]. 그러나 이와 같은 장점들을 이용

하여 제어를 설계하더라도 플랜트 파라미터가 갑자기 바뀌었을 경우 퍼지 제어를 구성하고 있는 요소들이 플랜트에 적합하지 않기 때문에 만족스럽지 못한 상승시간과 오버슈트 특성을 나타낸다.

본 연구에서는 기본적인 제어규칙에서 추론한 룩업 테이블을 이용하여 기억용량의 크기를 감소시키는 동시에 실시간 제어가 가능하도록 하였으며 만족스럽지 못한 성능을 개선하기 위하여 퍼지 제어기의 출력에 사용된 스캘링 계수(scaling factor)를 오차와 오차의 변화량에 대한 함수로 정의하여 제어가 만족할 만한 성능을 내도록 함수를 자동 조정하는 알고리즘을 제안한다. 제안한 알고리즘의 유용성을 입증하기 위해서 선형 플랜트에 적용하여 성능을 확인하였다.

## 2. 기본 퍼지제어기

퍼지제어기의 설계는 제어기 입출력변수 정의, 멤버십함수 및 퍼지제어규칙 설계, 퍼지추론, 그리고 비퍼지화와 같은 과정을 통해서 제어기의 출력을 계산해낸다. 본 연구에서는 제어기의 입력변수를 오차(e)와 오차의 변화량(ce)으로 선정하고, 출력변수는 제어입력(U)으로 선정하였으며 아래와 같이 정의한다.

$$e(k) = sp(k) - y(k) \quad (1)$$

$$ce(k) = e(k) - e(k-1) \quad (2)$$

여기서  $sp(k)$ 와  $y(k)$ 는 각각  $k$ 번째 샘플링 시간의 목표치(set point)와 플랜트 출력값이다. 퍼지제어규칙은 일반적으로 IF-THEN의 형태를 취하는  $N$ 개의 독립적인 제어규칙으로 구성된다.

$$R_i : \text{IF } e \text{ is } E_i \text{ and } ce \text{ is } CE_i \text{ THEN } u \text{ is } U_i \quad (3)$$

$$(i = 1, 2, \dots, N)$$

여기서  $E_i$ ,  $CE_i$ ,  $U_i$ 는 언어적 퍼지변수이다. 이때 언어적 퍼지변수는 각각 NB(negative big), NM(negative medium), NS(negative small), ZO(zero), PS(positive small), PM(positive medium), PB(positive big)의 7개로 구성되어 있으며 전체적인 제어규칙이 표 1에 나타나 있다. 그리고 제

표 1. 언어적 제어규칙  
Table 1. The linguistic control rules

ce \ e	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	ZE	PS	PS	PM	PM	PB	PB
NM	NS	ZE	PS	PS	PM	PM	PB
NS	NS	NS	ZE	PS	PS	PM	PM
ZO	NM	NS	NS	ZE	PS	PS	PM
PS	NM	NM	NS	NS	ZE	PS	PS
PM	NB	NM	NM	NS	NS	ZE	PS
PB	NB	NB	NM	NM	NS	NS	ZE

어규칙에 대한 멤버십 함수는 그림 1에 보여진 것과 같이 각각 삼각형 형태를 사용하고 있으며, 입출력변수에 대한 전체 집합(universe of discourse)을 13개 레벨로 양자화 했다.

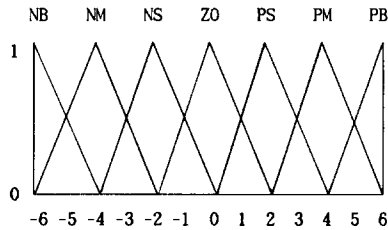


그림 1. 퍼지제어기의 멤버십 함수  
Fig. 1. Membership functions for the fuzzy controller

이러한 언어적인 제어규칙과 멤버십 함수로부터 출력값을 얻기 위해 퍼지추론을 해야한다.  $i$ 번째 제어규칙에 의하여 나타나는 퍼지연관행렬(relation matrix)은 다음과 같이 정의된다.

$$R_i = E_i \times CE_i \times U_i \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (4)$$

$$R = R_1 \cup R_2 \cup \dots \cup R_N = \bigcup_{i=1}^N R_i \quad (5)$$

여기서  $\times$ 는 카테시안 곱이고,  $\cup$ 는 MAX 연산자이다. 플랜트의 입력인 제어량은 연관행렬과 제어 입력변수로부터 합성연

산자에 의해 추론 되어진다.

$$U' = E \circ CE \circ R \quad (6)$$

여기서  $U'$ 는 추론된 제어량 퍼지변수이고,  $\circ$ 는 합성연산자이며 다음과 같은 MAX-MIN 합성연산자로 연관행렬과 추론을 계산한다.

$$\begin{aligned} \text{연관행렬} : \mu_R(e, ce, u) \\ = \max_i \{ \min[\mu_{E_i}(e), \mu_{CE_i}(ce), \mu_{U_i}(u)] \} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{추론} : \mu_U(u) \\ = \max_u \{ \min[\mu_E(e), \max[\min[\mu_{CE}(ce), \mu_R(e, ce, u)]]] \} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서  $\mu$ 는 멤버십 함수이다. 한편, 제어기출력은 비퍼지화(defuzzification) 방법을 이용하여 구할 수 있으며, 여기서는 다음과 같은 무게중심법(center of gravity)을 사용한다.

$$u^* = \frac{\sum_i (\mu_U(u_i) \cdot u_i)}{\sum_i \mu_U(u_i)} \quad (9)$$

본 연구에서는 실시간 제어를 위해서 모든 입력 변수와 출력값을 정량화하고 이들을 이용하여 추론 과정을 통해 얻은 출력값들을 표 2와 같이 룩업 테이블로 만들어 두어 추론하는 동안 소요되는 많은 시간을 절약할 수 있어 실시간 처리가 가능해진다.

표 2. 룩업 테이블  
Table 2. Look-up table

ce \ e	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
-6	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6
-5	-1	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6
-4	-1	-1	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5
-3	-2	-1	-1	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5
-2	-2	-2	-1	-1	0	1	1	2	2	3	3	4	4
-1	-3	-2	-2	-1	-1	0	1	1	2	2	3	3	4
0	-3	-3	-2	-2	-1	-1	0	1	1	2	2	3	3
1	-4	-3	-3	-2	-2	-1	-1	0	1	1	2	2	3
2	-4	-4	-3	-3	-2	-2	-1	-1	0	1	1	2	2
3	-5	-4	-4	-3	-3	-2	-2	-1	-1	0	1	1	2
4	-5	-5	-4	-4	-3	-3	-2	-2	-1	-1	0	1	1
5	-6	-5	-5	-4	-4	-3	-3	-2	-2	-1	-1	0	1
6	-6	-6	-5	-5	-4	-4	-3	-3	-2	-2	-1	-1	0

### 3. 스캘링 계수의 조정

본 절에서 제안하는 제어기는 기본적인 제어규칙으로부터 추론된 룩업테이블을 사용하고 입력에 사용된 스캘링 계수를

상수값으로 고정시킨 조건하에서 출력에 사용된 스텝링 계수를 오차와 오차의 변화량에 대한 함수로 정의하여 제어가 좋은 성능을 내도록 함수를 자동 조정하는 알고리즘을 제시하고자 한다.

제안한 퍼지 제어기의 블록선도는 그림 2와 같다.

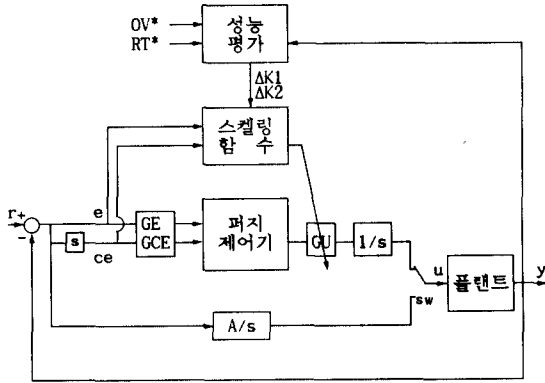


그림 2. 제안된 퍼지제어기의 블록선도  
Fig. 2. The block diagram of the proposed fuzzy controller

일반적으로 시스템의 계단응답은 그림 3과 같은 특성인데 오차와 오차의 변화량에 대한 부호에 따라서 다음과 같이 네 부분으로 나타낼 수 있다.

- I :  $e > 0$  이고  $ce < 0$
  - II :  $e < 0$  이고  $ce < 0$
  - III :  $e < 0$  이고  $ce > 0$
  - IV :  $e > 0$  이고  $ce > 0$
- (10)

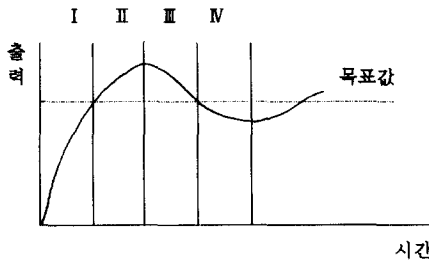


그림 3. 시스템 계단응답  
Fig. 3. Step response of a system

I 과 III의 영역과 II와 IV의 영역이 각각 같은 성질을 가지고 있으므로 절댓치를 사용하여 출력 스텝링 계수(GU)를 식 (11)과 (12)로 나타낼 수 있다.

$$I, III : GU = K1( |e| - a \cdot |ce| ) \quad (11)$$

$$II, IV : GU = K2( |e| - |ce| ) \quad (12)$$

여기서 식(11)은 표 1의 언어적 제어규칙에서 양의 오차와 음의 오차 변화량에 대한 영역과 음의 오차와 양의 오차 변화량에 대한 영역의 식으로서 오차가 크고 오차 변화량이 적으면 GU값을 크게하고 오차와 오차 변화량이 모두 크면 적은 GU값을 만들어낸다. 그리고 오차가 적고 오차 변화량이 크면 음의 GU값을 만들어내므로 상승시간은 빠르게하고 목표치 근처에서 큰 오버슈트를 억제시켜준다. 이때 사용된 a는 오차 변화량이 크게 변하면 GU값을 줄여주는 역할을 하는 상수로서 0.5에서 2사이에서 좋은 성능이 나타나는 것을 시뮬레이션 결과를 통해서 볼 수 있었다. 식 (12)는 음의 오차와 음의 오차 변화량에 대한 영역과 양의 오차와 양의 오차 변화량에 대한 영역의 식으로서 오차의 절댓치와 오차 변화량의 절댓치를 이용해서 나온 GU값과 퍼지규칙에서 추론된 값과 곱해지므로 목표치에서 벗어나는 것을 억제시켜줄 수 있다.

플랜트에 적합한 K1과 K2를 찾기 위하여 상승시간과 오버슈트 값을 고려한다.

$$E_{RT} = RT - RT^* \quad (13)$$

$$E_{OV} = OV - OV^* \quad (14)$$

여기서 RT는 상승시간값, RT\*는 상승시간의 목표값, OV는 오버슈트값, 그리고 OV\*는 오버슈트의 목표값이다. 이들의 오차 정도를 평가하여 K1과 K2를 조정하는 규칙을 다음과 같이 정한다.

- IF  $E_{RT}$  IS POSITIVE, THEN  $\Delta K1$  IS POSITIVE.
- IF  $E_{RT}$  IS NEGATIVE, THEN  $\Delta K1$  IS NEGATIVE.
- IF  $E_{OV}$  IS POSITIVE, THEN  $\Delta K2$  IS POSITIVE.
- IF  $E_{OV}$  IS NEGATIVE, THEN  $\Delta K2$  IS NEGATIVE.

K1과 K2의 조정규칙에서 각각의 언어변수에 대한 멤버십 함수는 그림 4처럼 [-1, 1]로 정규화했다.

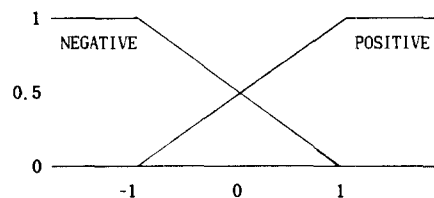


그림 4. K1, K2조정에 사용된 멤버십 함수  
Fig. 4. Membership function used for tuning K1 and K2

이처럼 제어규칙과 멤버십 함수를 이용하여 추론한 값들을 비퍼지화 하여야 한다. 이때 사용한 비퍼지화는 아래와 같은 일 반적인 무게중심법을 사용하였다.

$$\Delta K1 = \frac{\int_{-1}^1 x \mu_K(x) dx}{\int_{-1}^1 \mu_K(x) dx} \quad (15)$$

식(15)를 이용하여 현재의 상승시간오차( $E_{RT}$ ) 값에 대한  $\Delta K1$  을 구하기 위해 분자와 분모를 각각 계산하면  $-1 \leq E_{RT} < 0$  일때

$$\int_{-1}^1 x \mu_K(x) dx = \int_{-1}^{E_{RT}} x(-E_{RT}/2+1/2) dx + \int_{E_{RT}}^{-x/2+1/2} x dx + \int_{-1}^1 x(E_{RT}/2+1/2) dx \quad (16)$$

$$\int_{-1}^1 \mu_K(x) dx = (1+E_{RT})(-E_{RT}/2+1/2) + \frac{-E_{RT}}{E_{RT}} \int_{E_{RT}}^{-x/2+1/2} dx + (1+E_{RT})(E_{RT}/2+1/2) \quad (17)$$

와 같이 되어

$$\Delta K1 = -E_{RT}^3/6 + E_{RT}/2 \quad (18)$$

를 얻는다. 상승시간오차가  $0 \leq E_{RT} \leq 1$  일때에도

$$\int_{-1}^1 x \mu_K(x) dx = \int_{-1}^{-E_{RT}} x(-E_{RT}/2+1/2) dx + \int_{-E_{RT}}^{x/2+1/2} x dx + \int_{-1}^1 x(E_{RT}/2 + 1/2) dx \quad (19)$$

$$\int_{-1}^1 \mu_K(x) dx = (1-E_{RT})(-E_{RT}/2+1/2) + \frac{E_{RT}}{-E_{RT}} \int_{-E_{RT}}^{x/2+1/2} dx + (1-E_{RT})(E_{RT}/2+1/2) \quad (20)$$

로 되어서 식(15)에 대입하면 (18)과 동일한  $\Delta K1$ 을 얻는다. 따라서

$$\Delta K1 = \begin{cases} -1/3 & , E_{RT} < -1 \\ -E_{RT}^3/6 + E_{RT}/2, & -1 \leq E_{RT} \leq 1 \\ 1/3 & , E_{RT} > 1 \end{cases} \quad (21)$$

로 표현할 수 있다.

현재의 오버슈트오차( $E_{OV}$ )에 대해서도 마찬가지로 식(15) 를 이용하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\Delta K2 = \begin{cases} -1/3 & , E_{OV} < -1 \\ -E_{OV}^3/6 + E_{OV}/2, & -1 \leq E_{OV} \leq 1 \\ 1/3 & , E_{OV} > 1 \end{cases} \quad (22)$$

따라서 이러한 평가기준에 의한 계산에서  $K1$ 과  $K2$ 를 수정한 다.

$$K1_{NEW} = K1_{OLD} + b1 \cdot \Delta K1 \quad (23)$$

$$K2_{NEW} = K2_{OLD} + b2 \cdot \Delta K2 \quad (24)$$

여기서  $b1, b2$ 는  $K1, K2$ 에 대한 스켈링 계수이다. 이 과정은 만족할 만한 평가가 될 때까지 반복된다.

일반적으로 제어규칙을 정량화하여 룩업 테이블화 함으로써 추론과정을 제거하여 실시간 처리를 할 수 있는 장점이 있는 반면에 정상상태오차가 발생하는데 이러한 문제를 해결하기 위해서는 목표치 부근에서 정밀제어를 해야한다. 따라서 본 연구에서는  $|e| < \epsilon$  이고  $|ce| < \delta$ 인 조건을 만족하면 그림 2의 스위치가 작동하여 적분기에 의해서 정밀제어를 하는 하이브리드 제어를 이용한다[6].

#### 4. 시뮬레이션 결과

본 연구에서 제안한 이론의 적용 가능성을 검토하기 위하여 다음과 같이 주어진 선형 단일 입출력 플랜트 모델에 적용 하였다. 두모델 모두 표 2의 룩업테이블과 그림 1의 멤버십 함수로 제어하였다. 첫번째 시뮬레이션에 사용한 선형 1차 플랜트의 전달함수는 다음과 같다.

$$\text{플랜트 1} : G_p(s) = \frac{1}{s + 3} \quad (25)$$

이 제어기에 사용된 요소들은 표 3과 같으며 상승시간의 목표 값 1.2초와 오버슈트의 목표값 3퍼센트에 접근하기 위하여 자동으로 조정되는 결과가 그림 5에 나타나 있다.

표 3. 제어기에 사용된 요소  
Table 3. Factors used in the controllers

	GE	GCE	A	a	b1	b2
플랜트 1	2.5	2.5	2.0	0.7	0.3	30
플랜트 2	2.5	2.5	1.0	0.9	0.7	20

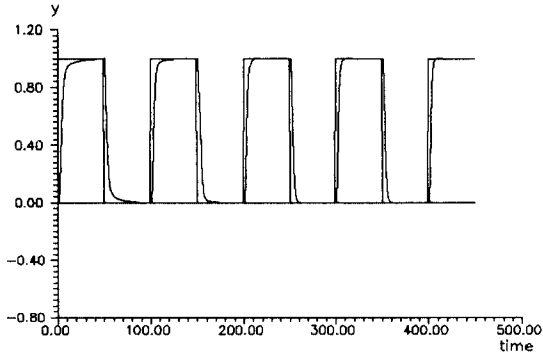


그림 5. 플랜트 1에 대한 출력 응답  
Fig. 5. Output response of the plant 1

이때 스케일링 함수에 사용된  $K_1, K_2$ 가 0.2, 0.4에서 0.34, 0.4로 수정 되었다. 그림 6은 플랜트의 파라미터가 아래와 같은 식으로 바뀌었을때 적용하는 결과를 나타내고 있으며 이때  $K_1, K_2$ 는 0.34, 2.27로 다시 수정 되었다.

$$G_{pc}(s) = \frac{1.3}{s + 2.3} \quad (26)$$

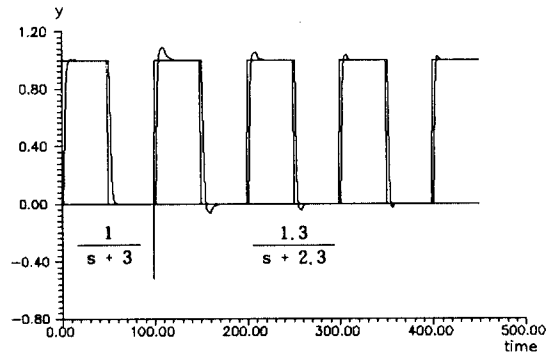


그림 6. 파라미터 변화시의 출력 응답  
Fig. 6. Output response of the plant 1 with parameter change

두번째 시뮬레이션에 사용한 선형 2차 플랜트의 전달함수는 다음과 같다.

$$\text{플랜트 2} : G_p(s) = \frac{1}{(s + 2)(s + 3)} \quad (27)$$

이 제어기에 사용된 요소들은 표 3과 같으며 상승시간의 목표값 1.2초와 오버슈트의 목표값 5퍼센트에 접근하기 위하여 자동으로 조정되는 결과가 그림 7에 나타나 있다. 이때 스케일링 함수에 사용된  $K_1, K_2$ 가 0.8, 0.1에서 0.8, 5.6로 수정 되었

다. 그림 8은 플랜트의 파라미터가 아래와 같은 식으로 바뀌었을때 적용하는 결과를 나타내고 있으며 이때  $K_1, K_2$ 는 1.2, 5.6로 다시 수정 되었다.

$$G_{pc}(s) = \frac{0.6}{(s + 2.6)(s + 3.4)} \quad (28)$$

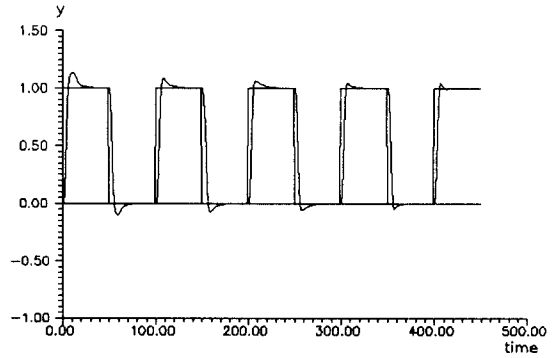


그림 7. 플랜트 2에 대한 출력 응답  
Fig. 7. Output response of the plant 2

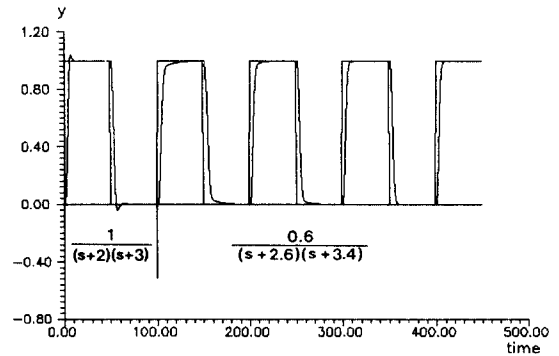


그림 8. 파라미터 변화시의 출력 응답  
Fig. 8. Output response of the plant 2 with parameter change

## 5. 결 론

본 연구에서는 특업 테이블을 사용하여 실시간 제어가 가능하도록 하였으며 플랜트 파라미터가 갑자기 바뀌었을 경우 만족스럽지 못한 성능을 개선하기 위하여 퍼지제어기의 출력에 사용된 스케일링 계수를 오차와 오차의 변화량에 대한 함수로 정의하여 제어가 만족할 만한 성능을 내도록 함수를 자동조정하는 알고리즘을 제안하였다. 제안한 알고리즘의 유용성을 입증하기 위해서 선형 플랜트에 적용하여 자동으로 조정

되는 결과를 확인하였고 플랜트 파라미터가 갑자기 바뀌었을 때 만족스럽게 적용하는 결과를 볼 수 있었다.

#### 참 고 문 헌

- [1] L.A.Zadeh, "Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision process," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, 3, 28-44, 1973.
- [2] P.J.King and E.H.Mamdani, "The application of fuzzy control system to industrial process," *Automatica*, 13, 235-242, 1977.
- [3] 박 민용, "퍼지 이론의 산업적 응용," *전기학회지*, 39, 33-40, 1990.
- [4] C.C.Lee, "Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller-Part I and II," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, 20, 404-435, 1973.
- [5] Y.F.Li and C.C.Lau, "Development of fuzzy algorithms for servo systems," *IEEE Contr. Syst. Mag.*, 9, 72-75, Apr. 1989.
- [6] C.M.Liaw and J.B.Wang, "Design and implementation of a fuzzy controller for a high performance induction motor drive," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, 21, 921-929, 1991.
- [7] X.I.Peng and S.M.Lia, "Self-regulating PID controllers and its application to a temperature controlling process," *Fuzzy Computing*, M.M.Gupta and T.Yamamura(editor) North-Holland, 355-364, 1988.
- [8] W.C.Daugherty, B.Rathakrishnan and J.Yen, "Performance Evaluation of a self-tuning fuzzy controller," *IEEE Int. Conf. on Fuzzy Systems*, 389-397, 1992.