

전진 비행시 헬리콥터의 동적 미계수에 관한 연구

◦ 홍 천식*, 황 명신**

* 한국항공대학 대학원 항공공학과

** 한국항공대학 항공기계공학과

A Study on the Helicopter Dynamic Stability Derivatives in Forward Flight

◦Cheon-Sik Hong*, Myung-Shin Hwang**

* Dept. of Graduate School, Hankuk Aviation University

** Dept. of Aeronautical & Mechanical Engineering, Hankuk Aviation University

ABSTRACT

The purpose of this paper is to calculate the dynamic derivatives of single rotor Helicopter in forward flight. From trim condition, the equation of motion is derived, and we can calculate the dynamic derivatives. The results were compared with flight test data. The phase angle and stick displacement are obtained and compared at the trim condition.

I. 서 론

본 연구는 헬리콥터의 설계변수로부터 조종안정성과 비행성을 검증하기 위한 동안정 미계수와 조종 미계수를 컴퓨터 프로그램을 이용하여 구하는것이 목적이다.

이러한 미계수들을 구하기 위해서는 주어진 중량과 비행고도 및 초기속도에서 조종사가 원하는 비행상태를 유지하기 위한 자세각 및 조종간의 변위를 계산하는 트림(TRIM) 계산이 선행되어야하며, 트림 상태가 결정이 되면 외부의 작은 교란이 주어졌을 때의 힘과 모멘트 성분의 변화를 계산하는 동안정 미계수 및 조종 미계수를 구할 수 있다.

트림조건은 헬리콥터 주회전날개(main rotor), 동체(fuselage), 꼬리회전날개(tail rotor), 수평꼬리날개(horizontal tail), 수직꼬리날개(vertical tail), 그리

고 조종계통 등에 의한 모멘트를 구한 다음 이들을 무게 중심에 대한 좌표축계로 변환하여, 각 좌표축 방향의 힘과 모멘트를 영으로 놓아 구하였다. 이때, 헬리콥터 운용상의 안전과 안정성, 그리고 민첩성에 영향을 주는 힌지 오프셋(hinge offset), 플래핑 탄성 계수, 피치-플래핑 연성(coupling), 그리고 깃의 로크 수(Lock number)와 같은 주요 설계 변수를 포함함으로써 회전날개 설계특성 중 플래핑 운동의 영향을 연구할 수 있게 되었다. 이때 회전날개에 의하여 발생하는 후류의 영향 및 항력 계수는 실험자료를 활용하였다.

프로그램의 유용성을 입증하기 위해 기존의 헬리콥터인 OH-6A와 AH-1G의 비행시험 자료 [1]과 비교하였다.

II. 본 론

1. 좌표축

회전익기의 운동 방정식을 유도하기 위해서는 좌표축이 선정되어야 한다. 각각의 좌표축에서 힘과 모멘트를 구한 후 기체의 무게 중심으로 참고 문헌 [2]을 이용하여 좌표 변환을 하였고, 참고 문헌 [3, 4, 5, 6]을 기초로 운동 방정식을 유도하였다. 허브-바람 축계는 회전날개 힘과 모멘트를 계산하는데 사용되고, 원점은 회전날개 허브이며, 주력 축은 회전날개축과 일치선상에 있다.

H_W 는 회전축에 수직인 상대풍과 일직선상에 있고, Y_W 는 우수 직각으로 정한다. 허브-기체 축계는 옆미끄럼각 β_w 가 0일때 허브-바람 축계와 일치한다. 허브-기체 축계는 옆미끄럼각 β_w 가 0일때 허브-바람 축계와 일치한다. 모든 힘과 모멘트는 6개의 자유도를 가진 강제 운동방정식을 이용하기 위해 기체 무게 중심 축계와 관련하여 표현하였다.

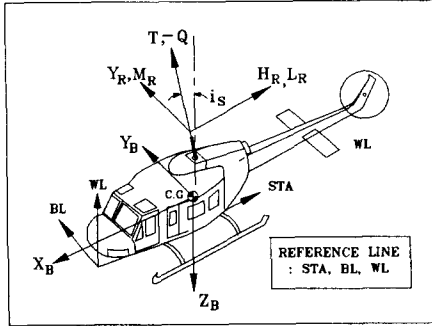


그림 1. 허브-바람, 허브-기체, 무게 중심축계, 기준선

2. 사용된 가정

본 연구에서는 단일 회전날개 헬리콥터를 기본형으로 설정하였으며 주회전날개에 대해 사용한 가정은 다음과 같다.

가. 회전날개의 깃은 굽힘과 비틀림이 없는 강체이고 깃의 비틀림각은 선형이다.

나. 플레핑각과 공기유입각은 작다고 가정하고, 공기역학적인 힘은 simple strip 이론을 적용하였다.

다. 역풍 지역, 압축성 효과, 실속 효과는 무시하였다.

라. 유입 흐름은 균일하며 시간에 따라 일정하다.

마. 깃끝 손실 계수는 1.0으로 하였다.

바. 플레핑 운동방정식에서의 깃의 플레핑은 시간에 따라 변하는 계수의 첫번째 조화항만에 의해 다음과 같이 근사하였다.

$$\beta(t) = a_0(t) - a_1(t)\cos\phi - b_1(t)\sin\phi$$

3. 플레핑 운동 방정식

플레핑 운동 방정식은 그림 2에 나타난 4개의 주요변수인 플레핑 힌지의 강성 K_β , 유효 힌지 간격 e , Lock number γ , 그리고 피치-플랩 커플링 K_I 에 관심을 갖고 앞에서 설명한 가정에 따라 유도하였다. 다음식은 플레핑 운동방정식을 나타낸 것으로 플레핑 힌지에서의 모멘트들의 합을 구하여 유도된다.

$$M_A + M_{CF} + M_I + M_{Cor} + M_R + M_{BA} + M_{BL} + M_W = 0$$

여기서,

M_A : 깃에 작용하는 공기역학적 힘에 의한 모멘트.

M_{CF} : 원심력 모멘트. $M_{CF} = -\Omega^2 [I_\beta \cos\beta + eM_\beta] \sin\beta$

M_I : 깃의 관성에 의한 모멘트. $M_I = -I_\beta \ddot{\beta}$

M_{Cor} : 코리올리 가속도에 의한 모멘트.

$$M_{Cor} = 2[I_\beta + eM_\beta] (\dot{p}\Omega \cos\phi' - \dot{q}\Omega \sin\phi')$$

M_R : 억제 모멘트 (restraint moment). $M_R = -K_\beta \beta$

M_{BA} : 각가속도 모멘트. $M_{BA} = I_\beta (\ddot{p} \sin\phi' + \ddot{q} \cos\phi')$

M_{BL} : 수직 가속도 모멘트. $M_{BL} = M_\beta (\ddot{w} - u\dot{q} + p\dot{v})$

M_W : 플레핑 힌지에 관한 깃의 무게에 의한 모멘트.

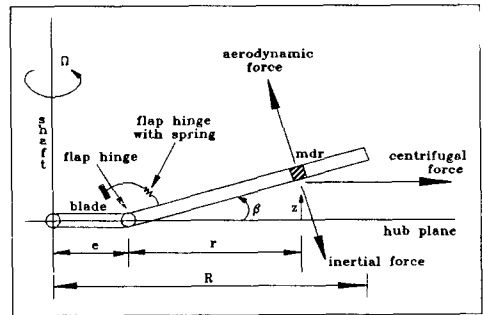


그림 2. 주회전날개 설계 변수 및 플레핑 운동 이와같이 구해진 플레핑 운동방정식에서 다중깃 좌표 변환 (multiblade coordinate transformation) 을 이용하고 주기적인 항들을 소거하여 깃끝 경로면 (TIP PATH

PLANE) 운동 방정식을 만들 수 있다.

$$\ddot{\mathbf{a}} + \widetilde{D}\dot{\mathbf{a}} + \widetilde{K}\mathbf{a} = \widetilde{\mathbf{f}}$$

$$\widetilde{D} = \Omega \begin{bmatrix} \frac{\gamma}{2} \frac{1}{4} \frac{2}{3} \frac{\epsilon^2}{2} & 0 & -\frac{\gamma\mu}{4} \frac{1}{3} (-\epsilon + \epsilon^2) \\ 0 & \frac{\gamma}{2} \frac{1}{4} \frac{2}{3} \frac{\epsilon^2}{2} & 2 \\ -\frac{\gamma\mu}{2} \frac{1}{3} (-\epsilon + \epsilon^2) & -2 & \frac{\gamma}{2} \frac{1}{4} \frac{2}{3} \frac{\epsilon^2}{2} \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{K} = \Omega^2 \begin{bmatrix} p^2 + \frac{\gamma K_1 \mu^2}{4} \frac{1}{2} \frac{\epsilon^2}{2} & -\frac{\gamma\mu}{4} \frac{\epsilon}{2} (-\epsilon^2) & -\frac{\gamma K_1 \mu}{4} \frac{2}{3} (-\epsilon) \\ -\frac{\gamma\mu}{2} \frac{1}{3} \frac{\epsilon}{2} & p^2 - 1 + \frac{\gamma K_1 \mu^2}{8} & \frac{\gamma}{2} \frac{1}{4} \frac{2}{3} \frac{\epsilon^2}{2} \\ -\frac{\gamma K_1 \mu}{2} \frac{2}{3} (-\epsilon) & \frac{\gamma}{2} \frac{1}{4} \frac{2}{3} \frac{\epsilon^2}{2} & p^2 - 1 + \frac{3\gamma K_1 \mu^2}{8} \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{\mathbf{f}} = \Omega^2 \begin{bmatrix} \frac{\gamma}{2} \left[\frac{1}{4} \frac{\epsilon}{3} + \frac{\mu^2}{2} \right] & \frac{\gamma}{2} \left[\frac{1}{5} \frac{\epsilon}{4} + \frac{\mu^2}{2} \right] & 0 & -\frac{\gamma\mu}{2} \frac{1}{3} \frac{\epsilon}{2} \\ 0 & 0 & \frac{\gamma}{2} \left[\frac{1}{4} \frac{\epsilon}{3} + \frac{\mu^2}{4} \right] & 0 \\ -\frac{\gamma\mu}{2} \frac{2}{3} (-\epsilon) & -\frac{\gamma\mu}{2} \frac{1}{2} \frac{2\epsilon}{3} & 0 & \frac{\gamma}{2} \left[\frac{1}{4} \frac{\epsilon}{3} + \frac{3\mu^2}{4} \right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \theta_1 \\ A_{1c} \\ B_{1c} \end{bmatrix}$$

$$\cdot \Omega^2 \begin{bmatrix} \frac{\gamma\mu}{8} \frac{2}{3} (-\epsilon) & 0 & 0 & 0 \\ 2 & \frac{eH\beta}{\beta} & -\frac{\gamma}{2} \frac{1}{4} \frac{\epsilon}{3} & 1 \\ -\frac{\gamma}{2} \frac{1}{4} \frac{\epsilon}{3} & -\frac{2eH\beta}{\beta} & 0 & -\frac{1}{\Omega^2} \\ -\frac{\gamma}{2} \frac{1}{4} \frac{\epsilon}{3} & 2 & \frac{eH\beta}{\beta} & 1 \\ -\frac{\gamma}{2} \frac{1}{4} \frac{\epsilon}{3} & -\frac{2eH\beta}{\beta} & -\frac{1}{\Omega^2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_v \\ q_v \\ p_w \\ q_w \end{bmatrix}$$

$$\cdot \Omega^2 \begin{bmatrix} \frac{\gamma}{2} \frac{1}{3} \frac{\epsilon}{2} \\ 0 \\ \frac{\gamma\mu}{2} \frac{1}{2} \frac{\epsilon^2}{2} \end{bmatrix} \lambda \cdot \begin{bmatrix} \frac{H\beta}{\beta} [(v - uq + pv) - a] \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

여기서, $\mathbf{a} = (a_0, a_1, b_1)^T$

$$\beta(t) = a_0(t) - a_1(t) \cos \phi - b_1(t) \sin \phi$$

$$p^2 = 1 + \frac{eH\beta}{\beta} + \frac{K\beta}{\beta \Omega^2} + \frac{\gamma K_1}{8} \left(1 - \frac{4}{3} \epsilon\right)$$

4. 힘과 모멘트

(1) 주 회전날개의 힘과 모멘트

주회전날개의 추력, H와, Y력, 허브 모멘트, 그리고 토크는 회전날개 좌표계에서 유도되었으며, 기본 가정은 깃 끝 경로면 방정식에서 구한 플래핑 계수의 값과 관련되어 사용되었다. 따라서, 공기역학적으로 균일한 흐름에서의 운동량 이론과, simple strip 이론이 사용되었다. 깃의 힘은 반경방향에 대해 적분하였다. 힘과 모멘트는 먼저 허브-바람축계에 대하여 구한 다음, 허브-기체축계에 대해 변환하였다.

이상과 같이 구한 주회전날개의 힘과 모멘트를 무게중심에 대해 좌표변환하여 트림조건을 구하게 되고, 이로부터 미계수를 구하는 것이다. 그림 1로부터

$$X_F = T_F \sin i_F - H_F \cos i_F$$

$$Y_F = Y_F$$

$$Z_F = -T_F \cos i_F - H_F \sin i_F$$

$$L_F = L_{HF} \cos i_F - Q_F \sin i_F + Y_F h_F + (T_F \cos i_F + H_F \sin i_F) d_F$$

$$M_F = M_{HF} - (T_F \sin i_F - H_F \cos i_F) h_F + (T_F \cos i_F + H_F \sin i_F) l_F$$

$$N_F = Q_F \cos i_F + L_{HF} \sin i_F + Y_F l_F + (T_F \sin i_F - H_F \cos i_F) d_F$$

유입비와 유도 속도는

$$\lambda = \frac{w_H}{\Omega R} - \frac{C_T}{2(\mu^2 + \lambda^2)^{1/2}}$$

$$V_i = (w_H / \Omega R - \lambda) \Omega R$$

헬리콥터의 플래핑 운동과 힘과 모멘트를 계산하기 위해서는 허브-기체 축계에서의 각속도와 가속도, 허브에서의 옆미끄럼각, 주기적 피치가 허브-바람축계로 표현되어야 한다.

$$p_H = p \cos i_s + r \sin i_s$$

$$q_H = q$$

$$\dot{p}_H = \dot{p} \cos i_s + \dot{r} \sin i_s$$

$$\dot{q}_H = \dot{q}$$

$$\begin{aligned} u_H &= [u_B - r_B(BL_{c.g.}) - q_B(WL_H - WL_{c.g.})] \cos i_s \\ &\quad + [w_B + p_B(BL_{c.g.}) - q_B(STAc.g. - STA_H)] \sin i_s \\ v_H &= v_B + p_B(WL_H - WL_{c.g.}) + r_B(STAc.g. - STA_H) \\ w_H &= [w_B + p_B(BL_{c.g.}) - q_B(STAc.g. - STA_H)] \cos i_s \\ &\quad + [-u_B + r_B(BL_{c.g.}) + q_B(WL_H - WL_{c.g.})] \sin i_s \end{aligned}$$

여기서 i_s 는 그림 1.에 나타난 것처럼 기체의 무게중심의 Z축에 관해 회전축이 전방으로 경사진 각도를 나타내며, STA, BL, WL은 헬리콥터의 기준축계에서의 좌표를 나타낸다.

따라서, 헬리콥터의 옆미끄럼각은 다음식으로 나타내진다.

$$\beta_W = \sin^{-1} \frac{v_H}{(\sqrt{v_H^2 + u_H^2})^{1/2}}$$

허브-바람축계에서의 주기적 피치는,

$$A_{1c} = A_{1s} \cos \beta_W - B_{1s} \sin \beta_W$$

$$B_{1c} = A_{1s} \sin \beta_W + B_{1s} \cos \beta_W$$

허브-바람축계에서 허브-기체축계로 변환하면,

$$H_H = H_W \cos \beta_W + Y_W \sin \beta_W$$

$$Y_H = -H_W \sin \beta_W + Y_W \cos \beta_W$$

$$M_H = M_W \cos \beta_W + L_W \sin \beta_W$$

$$L_H = -M_W \sin \beta_W + L_W \cos \beta_W$$

기체-무게중심축계에 대한 변환

$$X_{MR} = T \sin i_s - H_H \cos i_s$$

$$Y_{MR} = Y_H$$

$$Z_{MR} = -T \cos i_s - H_H \sin i_s$$

$$\begin{aligned} L_{MR} &= L_H \cos i_s - Q \sin i_s + Y_{MR}(WL_H - WL_{c.g.}) - \\ &\quad Z_{MR}(BL_{c.g.}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{MR} &= M_H - Z_{MR}(STAc.g. - STA_H) - X_{MR}(WL_H - \\ &\quad WL_{c.g.}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{MR} &= Q \cos i_s + L_H \sin i_s + X_{MR}(BL_{c.g.}) + \\ &\quad Y_{MR}(STAc.g. - STA_H) \end{aligned}$$

(2) 꼬리 회전 날개의 힘과 모멘트

꼬리 회전날개는 일정한 원추각 a_0 를 갖는 시소형으로 가정하였다. 꼬리 회전날개의 회전속도는 주 회전날개에 비해 훨씬 빠르므로 깃꼴 경로면 운동은 고려하지 않았다. 따라서, 플레핑 운동방정식의 a_1, b_1 은 일정한 값으로 취급하였고, 꼬리 회전날개에서의 속도는 주 회전날개의 흐름에 의한 후류의 효과도 포함된다.

(3) 보조날개에 의한 힘과 모멘트

수직 꼬리날개와 수평 안정판에 대한 양력과 항력의 식은 가정에 따라서 지역 바람속계를 기준할 경우 같은 형태를 갖는다.

양력과 항력계수는 다음식을 이용하여 계산하였다.

$$C_{L0} = a \alpha_i \quad 0 \leq \alpha_i < \alpha_s$$

$$C_{L0} = C_{LM} - a(\alpha_i - \alpha_s) \quad \alpha_s \leq \alpha_i < \alpha_l$$

$$C_{L0} = 0.8C_{LM} \left[1 - \left(\frac{\alpha_i - \alpha_l}{\pi/2 - \alpha_l} \right)^2 \right] \quad \alpha_l \leq \alpha_i < \pi/2$$

$$C_{Dp} = 0.009 + 0.11\alpha_i^2 \quad 0 \leq \alpha_i \leq 0.35$$

$$C_{Dp} = -0.1254 + 0.9415\alpha_i + 0.977525 \sin^2 \alpha_i \quad 0.35 < \alpha_i < \pi/2$$

여기서, C_{Dp} 는 형상항력계수로, 항력계수 $C_D = C_{Dp} + C_L^2/0.8\pi AR$ 이다.

(4) 동체의 힘과 모멘트

가정에서 동체의 힘과 모멘트의 계산에서 세로 방향의 힘과 모멘트는 받음각에 따르며, 가로 방향의 힘과 모멘트는 옆미끄럼각에 따르는 것으로 가정하였고 항력은 받음각과 옆미끄럼각 모두의 함수로 가정하였다. 본 연구에서는 받음각과 옆미끄럼각이 적은 경우와 큰 경우로 나누어 식을 나타내었다.

5. 동안정 미계수 계산 및 결과

각 요소의 힘과 모멘트를 각각의 좌표계로 구한다음 기체축 좌표계로 변환시킨다. 이때 주어진 초기조건에서 초

기의 조종입력과 자세각의 추정치로써 힘과 모멘트들을 계산하고 그 합이 영이 아니면 다시 조종입력과 자세각을 미소량 변화시켜 힘과 모멘트의 합을 구한다. 이러한 과정을 반복하여 힘과 모멘트의 합이 영이 되는 자세각과 조종입력을 구한다.

비선형방정식을 미소 변량에 대한 선형방정식으로 만들기 위하여 미소 변량을 충분히 작게 한다. 이 미소 변량의 크기를 변수 최대값의 1%정도로 하여 주어진 트림조건에 대한 상태방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{X} = F X + G U$$

여기서, 상태 변수 X와 조종 변수 U는 :

$$X = [u_B, v_B, w_B, p_B, q_B, r_B, \theta, \phi]^T$$

$$U = [\delta_c, \delta_a, \delta_e, \delta_p]^T$$

위의 상태 방정식에서 계수행렬 F와 G를 구성하는 성분들은 힘과 모멘트의 변화율로 표시되며 F를 동안정 미계수(stability derivatives), G를 조종 미계수(control derivatives)라 한다. 각 미계수는 상태변수나 조종변수가 미소 변화하였을 때 헬리콥터의 힘과 모멘트의 변화량을 나타내며 트림조건에서 출발하여 수치적 방법으로 계산하였다.

OH-6A와 AH-1G 헬리콥터에 대한 안정 미계수와 조종 미계수를 계산하고 이들을 참고문헌[1]의 시험자료와 비교하여 그중 4개의 미계수를 다음 그림에 나타내었다.

그림 3.의 AH-1G의 미계수 X_u 는 전진비 0.08과 0.13이 되는 곳에서 계산값과 상당한 차이를 보이지만 헬리콥터 피치각의 변화를 일으키게 하는 원인, 즉 수평 및 수직 안정판 양항력 계산의 비선형성에서 생기는 것으로 생각된다. 그림 4.의 미계수 Y_R , 그림 5.의 미계수 Z_{δ_c} .

그리고 그림 6.의 미계수 N'_R 은 결과치와 참고 문헌 [1]의 실험치가 유사함을 보여주고 있다.

이상 동안정 미계수와 조종 미계수의 계산결과를 보면 실제 헬리콥터에서도 많은 변화가 생기는 중간 속도영역에서 전반적인 불안정성을 갖고, 모멘트 감쇠계수가 과다하게 계산되는데 이는 회전 날개 동적 특성에서 시간 지

연을 고려하지 않은 것에 기인하는 것으로 보인다.

여기서 실선은 계산값을, 작은 원은 참고 문헌 [1]을 나타낸다.

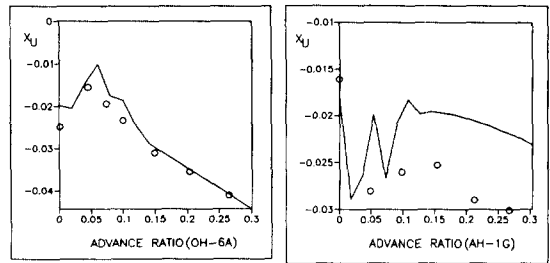


그림 3. 전진속도에 따른 X_u 의 변화 (OH-6A , AH-1G)

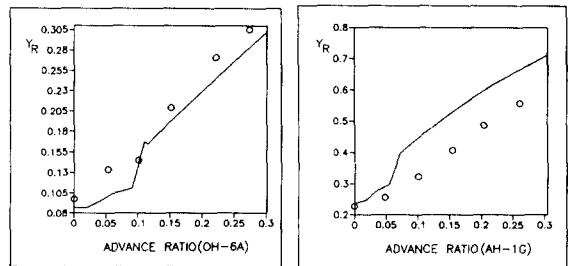


그림 4. 전진속도에 따른 Y_R 의 변화 (OH-6A , AH-1G)

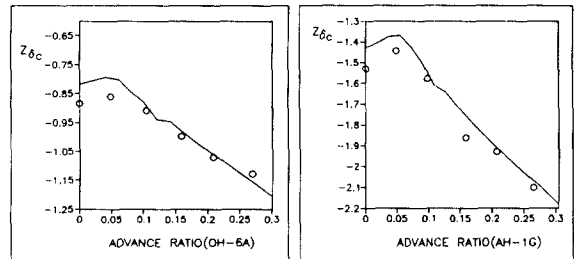


그림 5. 전진속도에 따른 Z_{δ_c} 의 변화 (OH-6A , AH-1G)

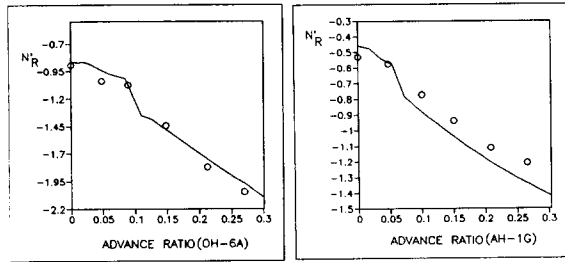


그림 6. 전진속도에 따른 $N'R$ 의 변화 (OH-6A, AH-1G)

III. 결론

본 연구에서는 회전 날개에서 중요한 역할을 하는 플레핑 운동방정식을 유도하고, 그 수학적 모델을 이용하여 안정성과 조종성 해석에 대해서 적합한 프로그램을 개발, 헬리콥터의 트림과 동안정미계수를 구하였다. 여기에는 회전날개의 플레핑운동을 포함하는 요소 이론을 사용하였으며 각 구성요소별로 주어진 조건하에서 힘과 모멘트를 계산한 후 무게중심에서의 힘과 모멘트가 영인 트림조건을 계산하였고, 구해진 각 트림 조건하에서 안정미계수 및 조종미계수를 구하고 이를 실제 헬리콥터인 OH-6A 및 AH-1G의 비행시험자료와 비교한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

가. 균형 상태에서 외란에 대한 힘과 모멘트의 변화를 구함으로써 안정성과 비행성을 판단할 수 있게 되었다.

나. 플레핑 운동 방정식으로 부터 4개의 설계 변수를 적절히 고려함으로써 정지비행시 비연성 조건을 이루어 비행성에 대한 해석을 할 수 있었다.

다. 현재 운용중인 헬리콥터 (OH-6A, AH-1G)의 트림과 미계수들을 계산하여 실험치와의 유사함을 확인하였다.

라. 복잡한 수식들의 많은 단순화 가정으로 인하여 제한된 비행영역(전진속도 120 knot이하, 전진속도비 0.31 이하)에서만 참고문헌 [1]의 비행시험자료와 유사한 경향

을 나타내며 고속일수록 오차가 증가하는데 이는 압축성 효과와 역풍지역을 무시하여 나타나는 현상으로 이를 고려하여야 할 것이다.

마. 외형과 관련된 자료를 입력자료로 처리 새로운 헬리콥터의 예비 설계시 이용 가능하다.

참 고 문 헌

1. Robert K. Heffley, Wayne F. Jewell, John M. Lehman, Richard A. Van Winkle, "A Compilation and Analysis of Helicopter Handling Quality Data" Volume One: Data compilation, NASA Contractor Report 3144, NASA Ames Research Center under Contract NAS2-9344, 1979.
2. Hohenemser K.H., Yin S.K. "Some Applications of the Method of Multibladed Coordinates", J. of A.H.S. Vol. 17, No.3, 1972, pp.3-12.
3. Talbot P.D., Tinling, B.E., Decker, W.A., and Chen, R.T.N., "A Mathematical Model of a Single Main Rotor Helicopter for Piloted Simulation", NASA TM 84281, 1982.
4. Chen R.T.N., "Effect of Primary Rotor Parameters on Flapping Dynamics", NASA TP 1431, 1980.
5. Chen R.T.N. "A simplified Rotor System Mathematical Model for Piloted Flight Dynamics Simulation", NASA TM 78575, 1979.
6. Aaron J. Ostroff, David R. Downing, and William J. Rood, "A technique using a nonlinear helicopter model for determining trims and derivatives", NASA TN D-8159, June 1976