

적용 일반형 예측제어 설계에 관한 연구

o 김창희*, 이상정**

* 한국원자력연구소 계측제어연구실

** 충남대학교 공과대학 전자공학과

A Study on the Design of Adaptive Generalized Predictive Control

o Kim Chang Hwoi*, Lee Sang Jeong**

* Dept. of Instrumentation and Control, KAERI

** Dept. of Electronic Eng., Chungnam National University

ABSTRACT

In this paper, an adaptive generalized predictive control(GPC) algorithm which minimizes a N-stage cost function is proposed.

The resulting controller is based on GPC algorithm and can be used in unknown plant parameters as the parameters of one step ahead predictor are estimated by recursive least squares method.

The estimated parameters are extended to G, P, and F matrix which contain the parameters of N step ahead predictors.

And the minimization of cost function assuming no constraints on future controls results in the projected control increment vector. Hence this adaptive GPC algorithm can be used for either unknown system or varying system parameters, and it is also shown through simulations that the algorithm is robust to the variation of system parameters.

This adaptive GPC scheme is shown to have the same stability properties as the deterministic GPC, and requires small amount of calculation compared to other adaptive algorithms which minimize N-stage cost function.

Especially, in case that the maximum output horizon is 1, the proposed algorithm can be applicable to direct adaptive GPC.

1. 서론

지난 수년간 여러분야에서 예측제어(predictive control) 이론들이 성공적으로 적용되어왔고 이들의 주된 개념은 가능성있는 제어입력이 가해질 경우 프로세스 출력의 미래값에 미치는 영향을 예측하고, 주어진 기준경로와 예측된 프로세스 출력값 사이의 차를 최소화하는 최상의 제어를 찾는 것이다. 이러한 예측제어는 플랜트의 모델을 표현하는 방법에 따라 여러가지 이론으로 확장 되어왔고, 그중에서 1978년 Clarke 와 Mohtari에 의해 제안된 일반형예측제어(Generalized Predictive Control)[1][2] 알고리즘은 플랜트를 CARIMA모델로 표현한 방법으로 입력의 시간지연값을 모르거나 또는 시간지연값이 변하는 계통에 대해서 뿐만 아니라 차수를 정확히 모르는 계통에 대해서도 적용가능하다는 장점을 가지고 있다. 최근에 발표된 직접적용 일반형 예측제어기에 대한 연구를 살펴보면 이 영일등[3]에 의해 제안된 방법은 ARMA 모델로 표현된 플랜트에 대해 최대지표범위에 해당하는 출력예측기의 파라메타를 RLS 방법을 이용하여 구한후 이들을 이용하여 실제 플랜트에 적용될 제어입력식을 새롭게 규정하고 제어입력식의 파라메타들을 RLS 방법을 이용하여 추정하는 직접적용 일반형 예측제어기로 두번의 파라메타 추정과 추정해야하는 파라메타가 많다는 단점을 가지고 있다. 또 CAMACHO등[4]이 발표한 방법은 일차 플랜트 모델의 경우 선형보간 알고리즘을 이용하여 제어기의 파라메타를 미리 계산하는 방법으로 플랜트가 일차인 경우로 한정

된다는 단점이 있다.

본 논문에서는 실제 플랜트의 파라메타를 모르는 경우에 대해서 이를 CAIRMA모델로 표현된 한단계 앞선 출력예측기(one-step ahead predictor)의 파라메타를 RLS 기법을 이용하여 추정하고, 추정된 파라메타를 이용하여 최대지표범위에 해당되는 출력예측기로 확장하여 이로부터 평가지표를 최소화하는 최상의 제어입력을 구하는 방법을 제시하였다. 이 방법은 한번의 파라메타 추정으로 제어입력을 계산할 수 있고, 추정해야할 파라메타가 적다는 장점과 최대지표범위가 1인 경우 직접적용 일반형 예측제어기가 될 수 있다는 장점을 가진다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서 일반형예측제어 알고리즘에 대해 요약하고, 3장에서 본 논문에서 제안한 적용 일반형 예측제어기에 대해 기술하였다. 먼저 Diophantine 항등식의 순환해를 구하는 방법을 유도하여 출력예측기들의 파라메타 행렬이 구성되는 방법을 보였고, 이 결과를 이용한 적용 일반형 예측제어기 구조를 제안하였다. 4장에서는 제안된 방법에 대한 안전성 분석을 하였으며, 5장에서는 제안된 방법의 시뮬레이션 결과에 대해 검토하였다.

마지막으로 6장에서는 결론 및 후후연구과제에 대해 기술하였다.

2. 일반형 예측제어 알고리즘[1][2]

단일입력과 단일출력을 가지는 선형계통 플랜트의 동작 특성은 다음과 같은 CARIMA(Controlled Autoregressive Integrated Moving Average)모델[1]로 나타낼 수 있다.

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})\zeta(t)/\Delta \quad (2-1)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_naq^{-n} \\ B(q^{-1}) &= b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_nq^{-n} \\ C(q^{-1}) &= 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_nq^{-n} \\ \zeta(t) &: \text{상관관계가 없는 랜덤 시퀀스} \\ \Delta &: 1 - q^{-1} \end{aligned}$$

이며, q^{-1} 는 후항이동연산자를 나타낸다.

식(2-1)의 모델에서 j-번째 앞선 출력예측기(j-step ahead predictor) $\hat{y}(t+j)$ 를 유도하기 위해 Diophantine 항등식을 도입한다.

$$1 = E_j(q^{-1})A(q^{-1})\Delta + q^{-j}F_j(q^{-1}) \quad (2-2)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } E_j(q^{-1}) &= e_0 + e_1q^{-1} + \dots + e_j \cdot 1q^{-j+1} \\ F_j(q^{-1}) &= f_{j0} + f_{j1}q^{-1} + \dots + f_{jna}q^{-na} \end{aligned}$$

와 같은 $E_j(q^{-1})$ 와 $F_j(q^{-1})$ 는 주어진 예측구간 j와 $A(q^{-1})$ 에 의해 유일하게 결정되는 다항식이다. 식(2-1)의 양변에 $E_j(q^{-1})\Delta q^j$ 를 곱하고 Diophantine 항등식을 이용하면 (단, $C(q^{-1})$ 와 d 를 1로 선택)

$$(1 - q^{-j}F_j(q^{-1}))\hat{y}(t+j) = E_j(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(t+j-1) + E_j(q^{-1})\zeta(t+j) \quad (2-3)$$

이 되며, 이 식으로 부터

$$\hat{y}(t+j) = E_j(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(t+j-1) + F_j(q^{-1})y(t) + E_j(q^{-1})\zeta(t+j) \quad (2-4)$$

의 결과를 얻을 수 있고, 미래잡음에 대한 항목을 제외하고 출력예측기를 표현하면 다음과 같다.

$$\hat{y}(t+j) = E_j(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(t+j-1) + F_j(q^{-1})y(t) \quad (2-5)$$

여기서 $E_j(q^{-1})B(q^{-1})$ 는 $(j+nb-1)$ 크기의 차수를 가지는 다항식이므로 $E_j(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(t+j-1)$ 의 일부는 미래의 입력에 해당하는 요소를, 그리고 나머지 일부는 과거의 입력에 해당하는 해당되는 어떤 요소를 가지므로 이를 $G_j(q^{-1})\Delta u(t+j-1)$ 로 표현될 수 있는 미래의 항과 $P_j(q^{-1})\Delta u(t-1)$ 로 표현되는 과거의 항으로 분리하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\hat{y}(t+j) = G_j(q^{-1})\Delta u(t+j-1) + P_j(q^{-1})\Delta u(t-1) + F_j(q^{-1})y(t) \quad (2-6)$$

$$\begin{aligned} G_j(q^{-1}) &= g_0 + g_1q^{-1} + g_2q^{-2} + \dots + g_{j-1}q^{-j+1} \\ P_j(q^{-1}) &= p_{j0} + p_{j1}q^{-1} + \dots + p_{jnb-1}q^{-nb+1} \\ F_j(q^{-1}) &= f_{j0} + f_{j1}q^{-1} + \dots + f_{jna}q^{-na} \end{aligned}$$

와 같다. 이제 식(2-6)에서 j 를 1에서 N 까지 확장하여 출력예측기들을 표현하면

$$\bar{Y} = \bar{G}\bar{U} + \bar{P}\bar{U} + \bar{F}\bar{Y} \quad (2-7)$$

로 쓸 수 있으며, 여기서

$$\begin{aligned} \bar{Y} &= [\hat{y}(t+1) \hat{y}(t+2) \dots \hat{y}(t+N)]^T \\ \bar{U} &= [\Delta u(t) \Delta u(t+1) \dots \Delta u(t+N-1)]^T \\ \bar{U} &= [\Delta u(t-1) \Delta u(t-2) \dots \Delta u(t-nb-1)]^T \\ \bar{Y} &= [y(t) y(t-1) \dots y(t-na)]^T \\ G &= \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \dots & 0 \\ g_1 & g_0 & \dots & 0 \\ g_2 & g_1 & g_0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \dots & \dots & g_0 \end{bmatrix} \\ P &= \begin{bmatrix} p_{10} & p_{11} & \dots & p_{1nb-1} \\ p_{20} & p_{21} & \dots & p_{2nb-1} \\ p_{30} & p_{31} & \dots & p_{3nb-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{N0} & p_{N1} & \dots & p_{Nnb-1} \end{bmatrix} \\ F &= \begin{bmatrix} f_{10} & f_{11} & \dots & f_{1na} \\ f_{20} & f_{21} & \dots & f_{2na} \\ f_{30} & f_{31} & \dots & f_{3na} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{N0} & f_{N1} & \dots & f_{Nna} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

와 같다. 일반형 예측제어기란 시스템 식(2-1)에 대해

$$J(N_1, N_2) = \left\{ \sum_{j=N_1}^{N_2} [y(t+j) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=0}^{NU} \lambda(j) [\Delta u(t+j)]^2 \right\} \quad (2-8)$$

와 같은 경비함수를 최소화 시키는 제어 시퀀스를 식(2-7)과 같은 출력예측기를 이용하여 모두 구한후 첫번째 제어량만 사용하는 것이다. 식(2-8)에서

$$\begin{aligned} N_1 &: \text{최소지표범위(minimum costing horizon)} \\ N_2 &: \text{최대지표범위(maximum costing horizon)} \\ \lambda(j) &: \text{제어입력 가중치 열(control weighting sequence)} \\ NU &: \text{제어입력 지표범위(control horizon)} \\ w(t+j) &= aw(t+j-1) + (1-a)w, \quad j = 1, 2, \dots \quad (0 < a < 1) \end{aligned}$$

와 같으며, 식(2-8)을 최소화하는 입력벡터 \bar{U} 는

$$\bar{U} = (GTG + \lambda I)^{-1}GT(W - \bar{P}\bar{U} - \bar{F}\bar{Y}) \quad (2-9)$$

로 주어지며, 첫번째 제어량은 다음과 같다.

$$\Delta u(t) = g(W - \bar{P}\bar{U} - \bar{F}\bar{Y}) \quad (2-10)$$

여기서

$$g = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0](GTG + \lambda I)^{-1}GT$$

식(2-10)으로부터 최종적인 제어입력 $u(t)$ 는

$$u(t) = u(t-1) + g^T(W - \bar{P}\bar{U} - \bar{F}\bar{Y}) \quad (2-11)$$

이고, 그 다음 샘플링 순간의 제어입력벡터 \bar{U} 는 기준경로를 따라 새롭게 구해진다.

3. 적응 일반형예측제어 알고리즘

일반형 예측제어기의 해를 구하기 위해서는 다수의 출력 예측식이 필요하며, 이러한 사실이 직접적응 일반형예측 제어 알고리즘을 유도하는데 어려운 문제이다. 그러나 Diophantine 항등식을 풀어서 만들어지는 G 와 P 그리고 F 행렬은 어떤 특별한 규칙을 갖고 있으며, 이것을 이용하면 경우에 따라 직접적응형이 가능한 새로운 형태의 적응 일반형예측제어기를 유도할 수 있다.

예측구간을 고려한 출력예측기의 다항식들을 얻기위해서 Diophantine 항등식에 대해 순환기법을 이용하여 $G_j(q^{-1})$ 와 $P_j(q^{-1})$ 그리고 $F_j(q^{-1})$ 의 파라메타들의 해를 구해보고, 이들로 부터 G 와 P 그리고 F 행렬을 구성해 보자.

3.1 Diophantine 항등식의 순환해

F 다항식의 순환해

$E_j(q^{-1})$ 와 $F_j(q^{-1})$ 다항식의 값들은 주어진 예측구간 j 와 다항식 $A(q^{-1})$ 에 의해 유일하게 결정되므로 Diophantine 항등식에 대해 순환기법을 이용하여 이들을 구해보자.

식(2-2)의 Diophantine 항등식을 예측구간 $j+1$ 로 확장하면

$$1 = E_{j+1}(q^{-1})A(q^{-1})\Delta + q^{-j-1}F_{j+1}(q^{-1}) \quad (3-1)$$

로 주어지며 식(2-2)에서 식(3-1)을 빼면

$$0 = \{E_{j+1}(q^{-1}) - E_j(q^{-1})\}A(q^{-1})\Delta + q^{-j}\{q^{-1}F_{j+1}(q^{-1}) - F_j(q^{-1})\}$$

$$0 = e_jq^{-j}A(q^{-1})\Delta + q^{-j}\{q^{-1}F_{j+1}(q^{-1}) - F_j(q^{-1})\}$$

$$q^{-1}F_{j+1}(q^{-1}) = F_j(q^{-1}) - e_jA(q^{-1})\Delta \quad (3-2)$$

와 같다. 이제 식(2-2)와 식(3-2)를 이용하여 j 를 1에서

최대지표범위 N_2-1 까지 확장시키면서 $E_j(q^{-1})$ 와 $F_j(q^{-1})$ 의 파라메타를 구해 보자.

① $j = 1$ 일 경우 (단 $e_0 = 1, \Delta = 1 - q^{-1}$)

식(2-2)는

$$1 = E_1(q^{-1})A(q^{-1})\Delta + q^{-1}F_1(q^{-1})$$

$$1 - A(q^{-1}) + A(q^{-1})q^{-1} = q^{-1}F_1(q^{-1}) \quad (3-4)$$

와 같이 표현되고, 식(3-4)를 전개하면

$$e_0 = 1, \quad f_{10} = 1 - a_1, \quad f_{11} = a_1 - a_2,$$

$$f_{12} = a_2 - a_3, \quad \dots, \quad f_{1na} = a_{na} \quad (3-5)$$

와 같고 이들은 F 행렬의 첫번째 행이 된다. 또, 식(3-2)는

$$q^{-1}F_2(q^{-1}) = F_1(q^{-1}) - e_1A(q^{-1})(1 - q^{-1}) \quad (3-6)$$

로 표현되고, 식(3-6)으로부터 다음과 같은 결과를 구할 수 있고 이들은 F 행렬의 두번째 행이 된다.

$$e_1 = f_{10} = 1 - a_1, \quad f_{20} = f_{11} + (1 - a_1)e_1,$$

$$f_{21} = f_{12} + (a_1 - a_2)e_1, \quad f_{22} = f_{13} + (a_2 - a_3)e_1,$$

$$\dots, \quad f_{2na} = a_{na}e_1 \quad (3-7)$$

② $j = 2$ 일 경우

식(3-2)는

$$q^{-1}F_3(q^{-1}) = F_2(q^{-1}) - e_2A(q^{-1})(1 - q^{-1}) \quad (3-8)$$

로, 그리고 식(3-8)로부터 다음과 같은 결과를 구할 수 있고 이들은 F 행렬의 세번째 행이 된다.

$$e_2 = f_{20} = f_{11} + (1 - a_1)e_1, \quad f_{30} = f_{21} + (1 - a_1)e_2,$$

$$f_{31} = f_{22} + (a_1 - a_2)e_1, \quad f_{32} = f_{23} + (a_2 - a_3)e_2,$$

$$\dots, \quad f_{3na} = a_{na}e_2 \quad (3-9)$$

③ $j = N_2 - 1$ 일 경우

식(3-2)는

$$q^{-1}FN_2(q^{-1}) = FN_{2-1}(q^{-1}) - e_{N_2-1}A(q^{-1})(1 - q^{-1}) \quad (3-10)$$

과 같이 표현되고 식(3-10)으로부터

$$e_{N_2-1} = f_{N_2-10}, \quad f_{N_20} = f_{N_2-11} + (1 - a_1)e_{N_2-1},$$

$$f_{N_21} = f_{N_2-12} + (a_1 - a_2)e_{N_2-1},$$

$$f_{N_22} = f_{N_2-13} + (a_2 - a_3)e_{N_2-1},$$

$$\dots, \quad f_{N_2na} = a_{na}e_{N_2-1} \quad (3-11)$$

과 같은 값들을 구할 수 있고 이들은 F 행렬의 N_2 번째 행이 된다. 이제 위에서 구한값들을 이용하여 $(na + 1) \times N_2$ 차수의 F 행렬은 다음과 같이 구성된다.

$$F = \begin{bmatrix} 1 - a_1 & a_1 - a_2 & \dots & a_{na} \\ f_{11} + (1 - a_1)e_1 & f_{12} + (a_1 - a_2)e_1 & \dots & a_{na}e_1 \\ f_{21} + (1 - a_1)e_2 & f_{22} + (a_1 - a_2)e_2 & \dots & a_{na}e_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{N_2-11} + (1 - a_1)e_{N_2-1} & f_{N_2-12} + (a_1 - a_2)e_{N_2-1} & \dots & a_{na}e_{N_2-1} \end{bmatrix} \quad (3-12)$$

여기서 $e_0 = 1, \quad e_1 = f_{10}, \quad e_2 = f_{20},$
 $e_3 = f_{30}, \quad \dots, \quad e_{N_2-1} = f_{N_2-10} \quad (3-13)$

과 같다.

G와 P 다항식의 순환해

정의된 식(2-5)에서 $E_j(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(t+j-1)$ 다항식은 미래의 입력으로 표현되는 요소와 과거의 입력으로 표현되는 요소들을 가지고 있으므로 j 를 1에서 N_2 까지 확장하여 미래의 입력항들은 G행렬로 그리고 과거의 입력항들은 P행렬로 표현해 보자.

① $j = 1$ 일 경우

$$\hat{y}(t+1) = e_0B(q^{-1})\Delta u(t) + F_1(q^{-1})$$

$$= e_0b_0\Delta u(t) + e_0b_1\Delta u(t-1) + \dots$$

$$+ e_0b_{nb}\Delta u(t-nb) + F_1(q^{-1}) \quad (3-14)$$

② $j = 2$ 일 경우

$$\hat{y}(t+2) = (e_0 + e_1q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(t+1) + F_2(q^{-1})$$

$$= e_0b_0\Delta u(t+1) + (e_0b_1 + e_1b_0)\Delta u(t)$$

$$+ (e_0b_2 + e_1b_1)\Delta u(t-1)$$

$$+ \dots + (e_0b_{nb} + e_1b_{nb-1})\Delta u(t-nb+1)$$

$$+ e_1b_{nb}\Delta u(t-nb) + F_2(q^{-1}) \quad (3-15)$$

③ $j = 3$ 일 경우

$$\hat{y}(t+3) = (e_0 + e_1q^{-1} + e_2q^{-2})B(q^{-1})\Delta u(t+2) + F_3(q^{-1})$$

$$= e_0b_0\Delta u(t+2) + (e_0b_1 + e_1b_0)\Delta u(t+1)$$

$$+ (e_0b_2 + e_1b_1 + e_2b_0)\Delta u(t)$$

$$+ (e_0b_3 + e_1b_2 + e_2b_1)\Delta u(t-1) + \dots$$

$$+ (e_1b_{nb} + e_2b_{nb-1})\Delta u(t-nb+1)$$

$$+ e_2b_{nb}\Delta u(t-nb) + F_3(q^{-1}) \quad (3-16)$$

위에서 구해진 결과로부터 $(N_2 \times NU)$ 차수의 G행렬과 $(N_2 \times nb)$ 차수의 P행렬은 다음과 같다.

$$G = \begin{bmatrix} e_0b_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ e_0b_1 + e_1b_0 & e_0b_0 & 0 & \dots & 0 \\ e_0b_2 + e_1b_1 + e_2b_0 & e_0b_1 + e_1b_0 & e_0b_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & e_0b_0 \end{bmatrix} \quad (3-17)$$

$$P = \begin{bmatrix} e_0b_1 & e_0b_2 & \dots \\ e_0b_2 + e_1b_1 & e_0b_3 + e_1b_2 + e_2b_1 & \dots \\ e_0b_3 + e_1b_2 + e_2b_1 & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \dots \\ \vdots & \vdots & \dots \end{bmatrix} \quad (3-18)$$

지금까지 구한 G, P, 그리고 F행렬의 구성을 살펴보면 이들 행렬의 첫번째 행을 안다면 쉽게 최대지표범위 크기의 행렬로 확장시킬 수 있다. 폴란트 파라메타를 모르는 경우 매 샘플링 순간마다 이들 행렬의 첫번째 열에 해당하는 값들을 추정기법을 이용하여 추정하는 방법을 생각해 봄으로써 적용 일반형예측제어기의 구조를 생각할 수 있다.

3.2 적응 일반형예측제어 구조

한단계 앞선 출력예측기의 파라메타에 해당되는 다항식 $G_1(q^{-1})$, $P_1(q^{-1})$, 그리고 $F_1(q^{-1})$ 의 파라메타를 추정하는 방법을 생각해 보자.

한단계 앞선 출력예측기의 파라메타벡터를 θ_p 로 정의하면

$$\theta_p = [g_0, p_{10} \dots p_{1nb-1}, f_{10} \dots f_{1na}]^T \quad (3-19)$$

이며, 아래의 회귀형으로 표현할 수 있다.

$$\hat{y}(t+1) = \varphi_p(t)^T \theta_p \quad (3-20)$$

여기서

$$\varphi_p(t)^T = [\Delta u(t), \Delta u(t-1) \dots \Delta u(t-nb), \\ y(t) \dots y(t-na)]$$

식(3-20)의 파라메타를 추정하기 위한 방법으로 순환형 최소자승 알고리즘을 사용하여 다음과 같은 적응 일반형예측제어기를 구성한다.

① 1 단계 : 한단계 앞선 출력예측기의 파라메타 추정

$$\hat{\theta}_p(t) = \hat{\theta}_p(t-1) + \left(\frac{P(t-2)\varphi_p(t-1)}{1 + \varphi_p(t-1)^T P(t-2)\varphi_p(t-1)} \right) \\ \times [y(t) - \varphi_p(t-1)^T \hat{\theta}_p(t-1)] \quad (3-21)$$

$$P(t-1) = P(t-2) - \frac{P(t-2)\varphi_p(t-1)\varphi_p(t-1)^T P(t-2)}{1 + \varphi_p(t-1)^T P(t-2)\varphi_p(t-1)}$$

② 2 단계 : G, P, 그리고 F행렬 구성

추정된 $G_1(q^{-1})$, $P_1(q^{-1})$, 그리고 $F_1(q^{-1})$ 의 파라메타로부터 최대지표범위 크기의 G, P, 그리고 F행렬 구성

③ 3 단계 : 제어입력벡터 계산

평가지표를 최소화하는 제어입력벡터 계산

$$\bar{U} = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (W - \hat{P}\bar{U} - \hat{F}\bar{Y}) \quad (3-22)$$

④ 4 단계 : 실제 플랜트에 적용될 제어입력 계산

$$u(t) = u(t-1) + \hat{g}(W - \hat{P}\bar{U} - \hat{F}\bar{Y}) \quad (3-23)$$

위의 알고리즘은 한단계 앞선 출력예측기의 파라메타들을 추정함으로써 최대지표범위인 N_2 크기만큼의 차원을 가지는 G, P 그리고 F 행렬로 확장할 수 있고, 구성된 G와 P 그리고 F 행렬을 이용하여 제어입력벡터와 실제 플랜트에 적용될 제어입력을 구할 수 있다. 또 최대지표범위가 1인 경우 직접적용 일반형예측제어기를 만들 수 있다. 이 경우 추정된 파라메타가 바로 제어입력에 관계된 파라메타들이므로 부가적인 계산없이 실제 플랜트에 적용될 제어입력을 구할 수 있다.

최대지표범위 N_2 가 1인 경우 :

① 1 단계 : 한단계 앞선 출력예측기의 파라메타 추정

$$\hat{\theta}_p(t) = \hat{\theta}_p(t-1) + \left(\frac{P(t-2)\varphi_p(t-1)}{1 + \varphi_p(t-1)^T P(t-2)\varphi_p(t-1)} \right) \\ \times [y(t) - \varphi_p(t-1)^T \hat{\theta}_p(t-1)] \quad (3-24)$$

$$P(t-1) = P(t-2) - \frac{P(t-2)\varphi_p(t-1)\varphi_p(t-1)^T P(t-2)}{1 + \varphi_p(t-1)^T P(t-2)\varphi_p(t-1)}$$

② 2 단계 : 제어입력벡터 계산

$$\bar{U} = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (W - \hat{P}\bar{U} - \hat{F}\bar{Y}) \quad (3-25)$$

③ 3 단계 : 실제 플랜트에 적용될 제어입력 계산

$$u(t) = u(t-1) + \hat{g}(W - \hat{P}\bar{U} - \hat{F}\bar{Y}) \quad (3-26)$$

다음 그림 1은 제안된 적응 일반형예측제어기 구조를 보여준다.

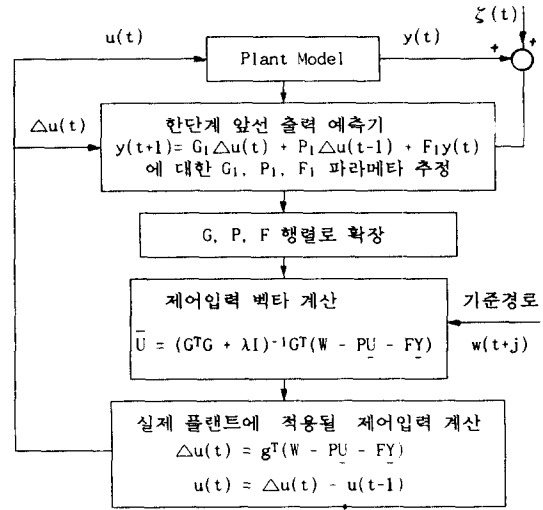


그림 1. 제안된 적응 일반형예측제어 구조

4. 제안된 적응 일반형 예측제어기의 안전성 특성

제안된 적응 일반형예측제어기에 대한 안전성 특성을 조사하기 위해 먼저 한단계 앞선 출력예측기의 파라메타 추정방법을 RLS 알고리즘을 이용하여 생각해 보자. 한단계 앞선 출력예측기는 파라메타 θ_p 에 대한 선형함수이고, 아래의 식(4-1)과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{y}(t+1) = \varphi_p(t)^T \theta_p \quad (4-1)$$

식(4-1)에서 출력예측기의 \hat{y} 와 실제 플랜트의 출력 y 가 같아지게 하는 어떤값 θ_p (혹은 θ_0)가 모든 시간 t 에 존재한다고 가정하면

$$\hat{y}(t+1, \theta_0) = \varphi_p(t)^T \theta_0 = y(t+1) \quad (4-2)$$

와 같이 표현되고 위의 식(4-2)에 대해 RLS 알고리즘 및 causality 특성을 이용하여 한단계 앞선 출력예측기를 다시 표현하면

$$\hat{y}(t) = \varphi_p(t-1)^T \hat{\theta}(t-1) \quad (4-3)$$

과 같고, 위의 출력예측기에 대한 특성은 아래의 Lemma 1에 의해 설명된다.

Lemma 1. 만약 $\{y(t)\}$ 의 시퀀스가 (4-2)를 만족하고,
 i) $\varphi_p(\cdot)$ 의 차수가 시스템 차수에 맞게 선택되고,
 ii) $\{y(t)\}$ 및 $\{\Delta u(t)\}$ 의 크기가 제한되면,
 (4-3)은 다음과 같은 수렴특성을 가진다.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^N (y(t) - \hat{y}(t))^2 < \infty \quad (4-4)$$

그리고

$$\lim_{N \rightarrow \infty} (y(t) - \hat{y}(t))^2 = 0 \quad (4-5)$$

위의 Lemma 1에 대한 증명은 참고문헌[5]를 참조하면 된다. 이제 추정된 한단계 앞선 출력예측기의 파라메타를 이용하여 최대지표범위 크기의 G, P, F행렬을 구성하여 만들어지는 적응 일반형제어기의 안정특성은 예측구간 N_2 가 유한할 경우 N_2, N_1, λ 를 어떻게 선택하는냐에 따라 달라지게 되는데, 이들에 대한 결과는 참고문헌 [6]에 언급되어 있으므로 여기에서는 증명없이 간단히 기술한다.

정리 1.

- 만약, i) $N_2 = NU$;
 ii) $a_{na} \neq 0$;
 iii) $\lambda(t+i) = \lambda > 0, i=0, \dots, N_2$;
 iv) $N_2 \geq na$.

이면, 페루프 시스템 식(2-1), 식(3-23), 식(3-26)은 asymptotically 안정하다.

정리 2.

- 만약, i) $N_2 - NU$ 가 유한하고;
 ii) $a_{na} \neq 0$;
 iii) $\lambda(t+i) = \lambda > 0, i=0, \dots, N_2$;
 iv) $N_2 \geq na$.

이면 페루프시스템 식(2-1), 식(3-23), 식(3-26)은 asymptotically 안정하다.

5. 시뮬레이션 결과 및 검토

본 시뮬레이션에서는 가상의 플랜트에 대해 플랜트 파라메타를 모른다고 가정하였고(단, 플랜트 다항식 차수는 안다고 가정), 가상의 플랜트는 단일입력과 단일출력을 가지는 안정된 시스템으로 가정하였다. 가상의 시뮬레이션 모델은 표 5-1과 같고, 평가지표식에 필요한 설계변수 N_1, N_2, NU, λ 그리고 외란의 편차는 표 5-2와 같다.

모델 번호	샘플수	모 델
1	1 - 70	$0.5+0.0106z^{-1}+0.009z^{-2}$ $1-1.5869z^{-1}+0.6065z^{-2}$
2	71 - 140	$0.3+0.0176z^{-1}+0.0154z^{-2}$ $1 - 1.67z^{-1} + 0.6703z^{-2}$
3	141- 210	$0.7+0.0952z^{-1}$ $1-0.9048z^{-1}$

표 5-1. 시뮬레이션 모델의 전달함수

	N_1	N_2	NU	λ	잡음 편차
Case 1	1	10	1	0	0.3
Case 2	1	10	2	0	0.3
Case 3	1	1	1	0	0.3

표 5-2. 제안된 방법의 설계변수

플랜트 모델의 파라메타가 갑자기 변한다고 가정하였을때, 3 가지 경우의 설계변수를 사용하여 제안된 적응 일반형 예측제어기를 시뮬레이션 하였다.

그림 2 은 표 5-2의 Case 1의 설계변수를 사용한 경우로 플랜트의 파라메타 및 차수가 갑자기 변했지만 제안된 제어기는 한단계 앞선 출력예측기의 파라메타를 정확하게 추정하여 안정된 동작을 보여주고 있고, 그림 3은 NU 를 증가시켜 보다 정확한 제어가 이루어지고 있음을 나타낸다. 그림 4은 최대지표범위를 1로 설정한 특별한 경우로 제안된 제어기가 직접적용 일반형 예측제어가 가능하다는 것을 보여주고 있다.

시뮬레이션을 결과를 통해서 제안된 적응 일반형 예측제어는 플랜트의 파라메타를 모르거나, 또는 갑자기 플랜트의 파라메타가 변하는 경우에 대해서도 안정된 제어로 동작하며 특별한 경우 직접적용형이 가능하다는 것을 알 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 1978년 Clarke 와 Mohtari에 의해 제안된 일반형예측제어(GPC, generalized predictive control)알고리즘이 가지는 문제점과 지금까지 조사된 적응개념을 이용한 일반형예측제어기가 가지는 문제점을 해결하기위해 적응 일반형예측제어 알고리즘을 제안하였다.

제안된 적응 일반형예측제어 알고리즘은 플랜트의 파라메타를 모르는 경우 플랜트의 파라메타를 추정하는것이 아니라 한 단계 앞선 출력예측기의 파라메타를 이미 알려진 RLS 추정 알고리즘을 통하여 구하고, 제어입력 벡터를 계산하는 방법으로, 추정해야할 파라메타가 $(1 + na + nb)$ 개로 플랜트의 차수가 적다면 추정해야할 갯수가 적어진다. 또 한번의 파라메타 추정으로 적응 일반형 예측제어구조를 만들 수 있다는 장점과 특별한 경우(최대지표범위가 1인 경우에는 제어입력을 한단계 앞선출력예측기의 파라메타 추정으로 바로 구할 수 있으므로 직접적용형이 가능하다는 장점을 가지고 있다. 추후과제로는 직접적용 일반형 예측제어에 대한 연구가 필요하다.

7. 참고문헌

- [1] D.W. Clarke, C. Mohtadi and P. S. Tuffs, "Generalized Predictive Control-part I. The Basic Algorithm," Automatica, Vol.23, No.2, PP.137-148 1987.
- [2] D.W. Clarke, C. Mohtadi and P. S. Tuffs, "Generalized Predictive Control-part II, Extensions and Interpretations," Automatica, Vol.23, No. 2, PP. 149-160, 1987.
- [3] Young Il Lee, "A Direct Adaptive Control Using Generalized Predictive Control," in Proceedings of ISL winter workshop Dept. of contr. and Instr. Engr., Seoul National University, Vol.4, pp.1-16, 1991.
- [4] E. F. Camacho and J. M. Quero, "Precomputation of Generalized Predictive Self-Turning Controllers," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol.36, No.7, pp.852-859, 1991.
- [5] GRAHAM C. GOODWIN, KWAI SANG SIN, Adaptive Filtering Prediction and control, Prentice-Hall, INC., Englewood Cliffs, New Jersey 07632, 1984.
- [6] Wook Hyun Kwon and Dae Gyu Byun, "Receding horizon tracking control as a predictive control and its stability properties," INT. J. Control, Vol.50, No.5, pp.1807-1824, 1989.
- [7] DaeGyu Byun and WookHyun Kwon, "Predictive Control :

- A Survey and Some new Stability Results," '87 한국 자동제어 학술회의 논문집, pp. 734-740, 1987.
- [8] R. Rouhani and R.K. Mehra, "Model Algorithmic Control (MAC) : Basic Theoretical Properties," *Automatica*, Vol.18, No.4, pp.401-414, 1982.
- [9] C.R. Cutler, "Dynamic Matrix Control of Imbalanced Systems," *ISA Trans.*, Vol.21, No.1, pp.1-6, 1982.
- [10] D.W. Clarke, "Self-Tuning Control of Nonminimum-phase System," *Automatica*, Vol.20, No.5, pp. 501-517, 1984.
- [11] D.W. Clarke and C. Mohtadi, "Properties of Generalized Predictive Control," *Automatica*, Vol.25, No.6, pp. 859-875, 1989.
- [12] ROLF ISERMANN, "Parameter Adaptive Control Algorithms - A Tutorial," *Automatica*, Vol.18, No.5, pp.513-528, 1982.
- [13] PETER YOUNG, "Parameter Estimation for Continuous-Time Models - A Survey," *Automatica*, Vol.17, No.1, pp.23-39, 1981.
- [14] CARLOS E. Garcia, DAVID M. Prett and MANFRED Morari, "Model Predictive Control : Theory and Practice - A Survey," *Automatica*, Vol.25, No.3, pp.335-348, 1989.
- [15] R. M. C. DE Keyser, PH. G. A. VAN DE Velde and F. A. G. Dumortier, "A Comparative Study of Self-adaptive Long-range Predictive Control Methods," *Automatica*, Vol.24, No.2, pp.149-163, 1988.
- [16] 천희영, 박귀태, 이종렬, 박영환, "일반화된 예측제어에 의한 가압경수형 원자로의 부하추종 출력제어에 관한 연구," 한국자동제어 학술회의 논문집, Vol.1 of 2, pp. 663-668, 1990.

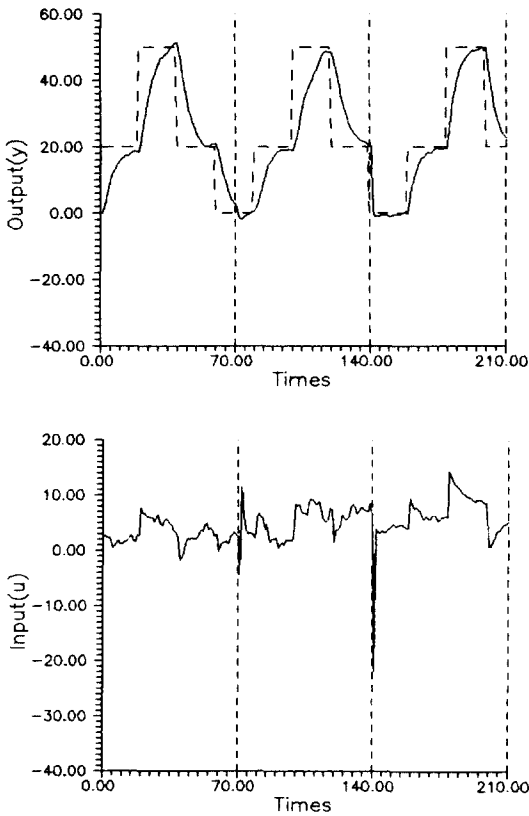


그림 2. Case 1을 사용한 적응 일반형 예측제어

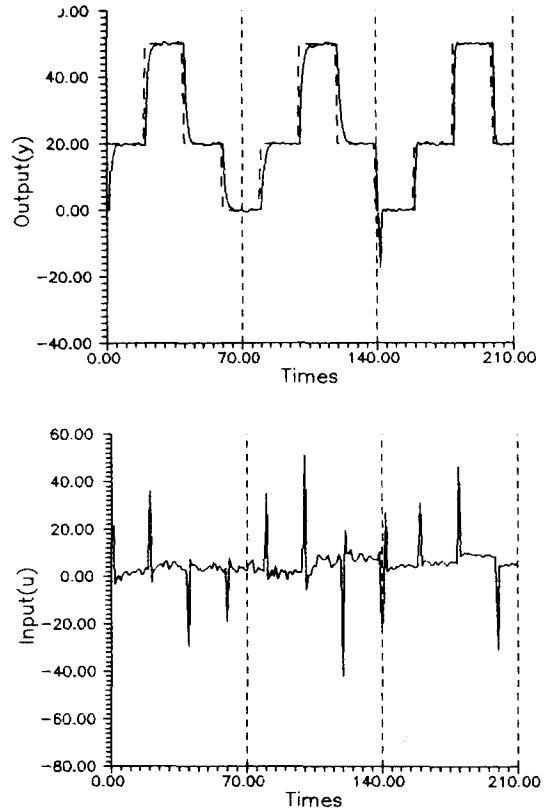


그림 3. Case 2를 사용한 적응 일반형 예측제어

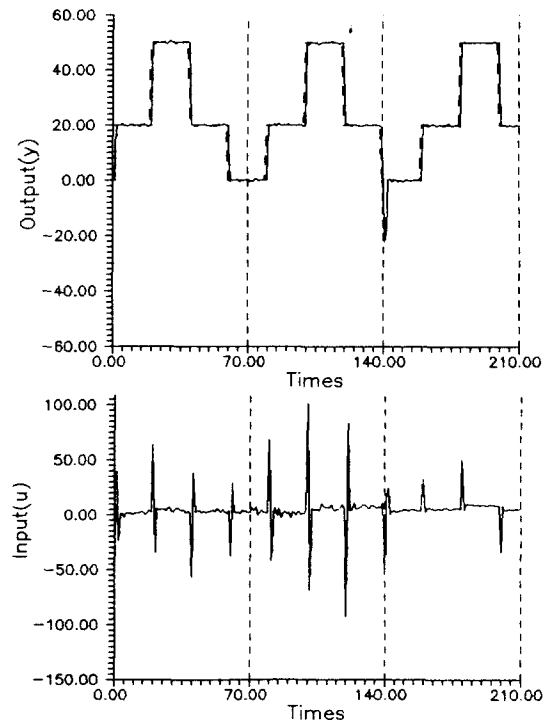


그림 4. Case 3을 사용한 적응 일반형 예측제어