

## 적응유한시간정착제어기의 파라미터 수렴에 관한 연구

°유시영\*, 김인행\*, 이문수\*, 정필재\*, 이금원\*\*, 김경기\*

\* 한양대학교 전자공학과  
\*\* 관동대학교 전자공학과

### A Study on the Parameter Convergence of Adaptive Deadbeat Controller

°S. Y. Ryoo\*, I. H. Kim\*, M. S. Lee\*, P. C. Jeong\*, K. W. Lee\*\*,  
K. G. Kim\*

\* Dept. of Electronic Eng. Hanyang University  
\* Dept. of Electronic Eng. Kwandong University

#### ABSTRACT

This paper proposes a method by which the estimated values of the unknown parameters of system are converged to the true values in finite time using adaptive deadbeat controller. After those are converged to the true values, the deviation from these values do not virtually exist or, if any, extremely small. Also we apply this technique of deadbeat convergence to a system contaminated with white noise or colored noise. It is shown that the estimated parameters of those systems approach the true values in finite time even though the performance do not match perfectly with the system without noises.

#### 1. 서론

기준입력의 스텝이 변화되었을 때 제어입력과 출력 신호는 유한시간 이내에 새로운 정상상태에 도달되어야 한다. 연속 제어계와 달리 이산시간 제어계에서는 입력변화에 대한 출력응답이 일정한 샘플 시간내에 기준입력 값에 정착하는 유한 정착시간 제어기를 구성할 수 있다. [1] 유한정착시간 제어기는 시스템의 차수가  $n$ 일 때  $n+1$  샘플에서 정상상태에 도달할 수 있도록 하는 제어기이며, 특히 빠른 응답시간이 요구될 때에 이용된다. [1][2] 또한 이 제어기의 또다른 장점은 기지의 파라미터를 갖는 시스템에 대하여 오프라인으로 제어기를 설계할 때 제어기의 파라미터를 구하기 위한 계산이 간단하게 이루어 지는 것이다. 따라서 이 제어기는 제어기의 재설계가 자주 이루어지는 시스템, 예를 들어 적응제어 시스템에 사용될 수 있다. [1][2] 유한시간정착 제어기는 주어진 시스템의 초기상태에 종속하는 동적 시스템이므로 페루프에 대하여 causality와 안정성의 문제가 발생한다. Kucer와 Sebek[3]은 모든 초기상태에 대하여 causality와 안정성을 보장하는

제어기의 존재성에 대한 필요충분조건을 구하였다. 또한 안정성의 문제에 대하여 최적 강인성과 최소 정착시간을 갖는 2자유도 유한시간정착 제어기의 설계가 이루어지고 있다. [4][5] Wellstead[6]는 페루프의 극점이 특정한 위치에 할당되도록 하는 적응극배치 설계법을 이용하였다. 이 설계법은 비최소위상 시스템에 적용할 수 있을 뿐만 아니라 강인하다는 장점을 가지고 있으나 제어기의 모든 파라미터를 얻기 위해 연립선형방정식의 해를 구하여야 하므로 많은 시간이 요구된다. 그러나 *certainty equivalence*에 기초한 적응유한시간정착 제어기는 온라인 레귤레이터 설계과정에서 짧은 계산 시간만 요구된다. Yan et al.[8]은 유한시간정착 관측기를 이용하여 비최소위상 시스템에 대하여  $t=3n-1$ 만에 파라미터 추정값이 참값에 도달함을 보였다. 그러나 이 방법은 기준입력외의 외부입력 즉, 잡음이 존재할 때 유한시간정착 특성을 상실하게 된다. 본 논문에서는 파라미터 추정을 위하여 PLR(Pseudo Linear Regression) 추정법을 이용한 적응 유한시간정착 제어기를 이용하여 미지의 파라미터를 갖는 시스템의 추정된 파라미터 값이 유한시간내에 참값에 수렴하도록 한다. 참값에 수렴한 파라미터들은 참값에 대하여 오차가 없거나 혹은 매우 미소하다 ( $10^{-3} \sim 10^{-4}$ ). 또한 이러한 특성을 백색잡음과 유색잡음을 갖는 제어대상에 대하여 각각 적용하여, 모든 파라미터의 추정값들이 유한시간내에 수렴함을 보인다.

#### 2. 유한시간정착 제어기

직렬보상요소를 갖는 일반적인 이산제어계의 페루프 시스템은 그림 1과 같다.

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-k}B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})v(t) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n} \\ B(q^{-1}) &= b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_nq^{-n} \\ C(q^{-1}) &= 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_nq^{-n} \end{aligned} \quad (2)$$

$y(t), u(t)$  : 출력, 입력  
 $v(t)$  : '0' 평균, 유한분산값을 갖는 잡음  
 $q^{-1}$  : 후진연산자  
 $q^{-i}y(t) = y(t-i)$   
 $k : n-m \geq 1$ , 이산시스템의 시간지연

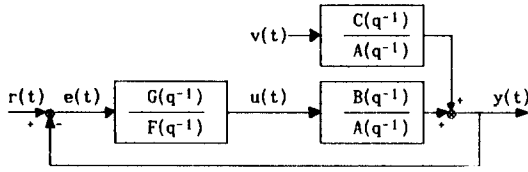


그림 1 이산시간 제어시스템의 블럭도  
 Fig. 1 Block diagram of digital control system

제어입력은 다음과 같다.

$$u(t) = \frac{G(q^{-1})}{F(q^{-1})} (r(t) - y(t)) \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
 G(q^{-1}) &= g_0 + g_1q^{-1} + \dots + g_nq^{-n} \\
 F(q^{-1}) &= 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_nq^{-n}
 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
 g_0 &= \frac{1}{b_1 + b_2 + \dots + b_n} \\
 g_1 &= a_1 \times g_0 & f_1 &= b_1 \times g_0 \\
 g_2 &= a_2 \times g_0 & f_2 &= b_2 \times g_0 \\
 &\vdots & & \\
 g_n &= a_n \times g_0 & f_n &= b_n \times g_0
 \end{aligned} \quad (5)$$

$A, B$  와  $F, B$ 는 각각 서로 소이다.  
 시스템의 초기 동적상태는  $q_0$ 에 의하여 결정된다.

$$u(0) = q_0 \quad (6)$$

따라서 샘플링 시간이 짧다면 시스템의 초기상태는 불안정하게 될 수 있다.  
 식(5)로부터 기지의 파라미터를 갖는 시스템에 대하여 제어기의 정상상태에서의 조건은 다음과 같다.

$$g_0 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n b_i} \quad (7)$$

그러므로 유한시간정착 제어기를 실현하기 위하여 시스템에 대한 다음의 가정이 만족되어야 한다.

가정1)  $\sum_{i=1}^n b_i \neq 0$

또한 유한시간정착제어기는 시스템의 극점을 원점으로 보상하기 때문에 시스템의 극점이 단위원 근처에 있거나 밖에 존재하면 실현 불가능하며, 또한 최소위상 시스템이어야 한다. 즉 시스템은 점근안정해야 한다.

가정2)  $A(q^{-1}) \neq 0$  for  $|q| \geq 1$

미지의 파라미터를 갖는 시스템의 유한시간정착 제어를 위하여 적응제어를 이용한다.

### 3. 적응유한시간정착제어기

미지의 시스템 파라미터를 갖는 시스템을 제어하기 위하여 그림 2와 같은 구조를 갖는 자기동조 제어 시스템을 고찰한다.

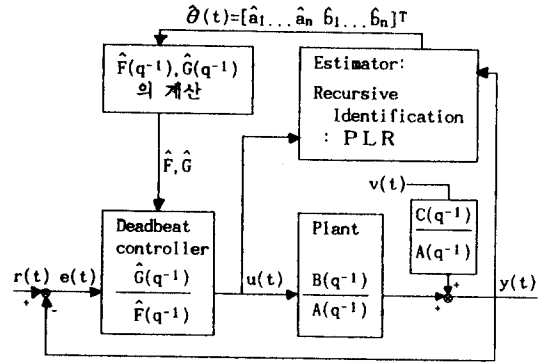


그림 2 자기동조 제어기의 블럭도  
 Fig. 2 Block diagram of Selftuning controller

유색잡음이 있는 시스템에 대하여 회귀최소자승법(RLS:Recursive Least Square)을 이용하면 추정된 값들이 편향(biased)되어 파라미터의 수렴성을 보장할 수 없다.[9][10] 따라서 본 논문에서는 다음과 같은 PLR(Pseudo Linear Regression) 추정법을 이용한다.[10]

$$\begin{aligned}
 \hat{\theta}(t) &= \hat{\theta}(t-1) + K(t)\varepsilon(t) \\
 \varepsilon(t) &= y(t) - \phi^T(t)\hat{\theta}(t-1) \\
 K(t) &= P(t)\phi(t) \\
 &= P(t-1)\phi(t) / [1 + \phi^T(t)P(t-1)\phi(t)] \\
 P(t) &= P(t-1) - P(t-1)\phi(t)\phi^T(t)P(t-1) \\
 &\quad / [1 + \phi^T(t)P(t-1)\phi(t)] \\
 \phi(t) &= [-y(t-1) \dots -y(t-n) \ u(t-1) \dots u(t-n) \\
 &\quad \dots \varepsilon(t-1) \dots \varepsilon(t-n)]^T
 \end{aligned} \quad (8)$$

Certainty equivalence에 기초한 자기동조제어기는 식(8)에서 추정된 파라미터로부터 계산되며, 레귤레이터의 구조는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \hat{G}(q^{-1}) &= \hat{g}_0 + \hat{g}_1q^{-1} + \dots + \hat{g}_nq^{-n} \\
 \hat{F}(q^{-1}) &= 1 + \hat{f}_1q^{-1} + \dots + \hat{f}_nq^{-n}
 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \hat{g}_0 &= \frac{1}{\hat{b}_1 + \hat{b}_2 + \dots + \hat{b}_n} \\ \hat{g}_1 &= \hat{a}_1 \times \hat{g}_0 & \hat{f}_1 &= \hat{b}_1 \times \hat{g}_0 \\ \hat{g}_2 &= \hat{a}_2 \times \hat{g}_0 & \hat{f}_2 &= \hat{b}_2 \times \hat{g}_0 \\ & \vdots & & \\ \hat{g}_n &= \hat{a}_n \times \hat{g}_0 & \hat{f}_n &= \hat{b}_n \times \hat{g}_0 \end{aligned} \quad (10)$$

제어입력은 다음과 같이 결정된다.

$$\hat{u}(t) = \frac{\hat{G}(q^{-1})}{\hat{F}(q^{-1})} (r(t) - y(t)) \quad (11)$$

시스템 출력  $y(t)$ 는 차분방정식으로 나타내면,

$$\begin{aligned} y(t) &= -a_1 y(t-1) - \dots - a_n y(t-n) \\ &+ b_1 u(t-1) + \dots + b_n u(t-n) \\ &+ c_0 v(t) + \dots + c_n v(t-n) \end{aligned} \quad (12)$$

시스템 파라미터는 온라인 추정되는 과정에서, 가정 1), 2)로부터 다음의 조건을 만족해야 한다.

$$\text{가정 3) } \sum_{i=1}^n b_i \neq 0$$

$$\text{가정 4) } \lambda(q^{-1}) \neq 0 \quad \text{for } |q| \geq 1$$

파라미터가 참값에 수렴하는 것을 보장하기 위하여 제어입력 신호  $u(t)$ 가 *persistently exciting* 해야 한다.

가정 5)  $u(t)$ 가 P.E

이것은 식(8)에서 벡터  $\phi(t)$ 가 P.S(*Persistently spanning*)일 때 만족한다.

또한  $c_i \neq 0$ 인 경우[9]

$$\text{가정 6) } \left\{ \frac{1}{C(q^{-1})} - \frac{1}{2} \right\} \text{ 이 정실}$$

(positive real)

#### 실행순서

- 1) 기지의 시스템 파라미터로부터 오프라인으로 제어를 설계하고, 초기 제어량을 얻는다.
  - 2) 기지의 시스템으로부터 출력을 얻는다.
  - 3) 온라인 PLR추정법을 이용하여 미지의 시스템 파라미터를 추정한다.
  - 4) 유한시간정적제어 특성을 갖도록 제어기 파라미터  $\hat{F}$ ,  $\hat{G}$ 를 계산한다.
  - 5)  $e(t) = r(t) - y(t)$ 를 계산하고, 단계 4)에서 계산된 파라미터로 제어기를 구성하여 제어량  $u(t)$ 를 얻는다.
  - 6) 출력  $y(t)$ 를 계산한다.
  - 7)  $t=t+1$ 에서 단계 3)부터 반복한다.
- 추정되는 시스템의 파라미터는  $t=3n-1$ 일 때 참값에 도달한다.

#### 4. 시뮬레이션

시스템은 Isermann[1]의 2차 모델을 이용한다.

$$\text{기준입력은 } r(q) = \frac{1}{1-q^{-1}}$$

파라미터의 수렴특성을 비교하기 위하여 PLR과 적응 유한시간정적 제어기에 대하여 잡음이 없는 경우, 백색잡음이 존재하는 경우, 유색잡음이 존재하는 경우에 대하여 각각 시뮬레이션 한다.

1) 잡음이 없는 경우

시스템 모델의 파라미터는 각각 다음과 같다.

$$a_1 = -1.0382, \quad a_2 = 0.2466$$

$$b_1 = -0.07357, \quad b_2 = 0.28197$$

먼저 페루프 유한시간정적 제어기의 추종 오차  $(r(t) - y(t))$ 의 특성은 그림 3과 같으며,  $t=3$ 에서 0에 도달한다. 적응 유한정적시간 제어기의 각 파라미터는  $t=5$ 에서 참값에 완전하게 도달한다. (그림 4)

2) 백색잡음이 존재하는 경우

분산이 0.1일 때 백색잡음  $v(t)$ 는 그림 5와 같다. 1)의 경우와 같은 시스템에 대하여 적응 유한시간정적 제어기의 파라미터는  $t=20$ 에서 완전하게 수렴한다. 그렇지만  $10^{-3} \sim 10^{-5}$ 정도의 오차를 무시한다면  $t=5$ 일 때 수렴함을 알 수 있다. (그림 6)

3) 유색잡음이 존재하는 경우

시스템 모델의 파라미터는 다음과 같다.  $v(t)$ 는 2)의 경우와 같다.

$$a_1 = -1.68364, \quad a_2 = 0.70469$$

$$b_1 = -0.07289, \quad b_2 = 0.09354$$

$$c_1 = 0.005, \quad c_2 = -0.003$$

유색잡음이 존재하는 ARMAX시스템에 대하여 적응 제어에서 폭넓게 이용되고 있는 회귀최소자승법을 이용하면 추정값은 편향된다. 따라서 ARMAX시스템의 파라미터를 추정하기 위하여 PLR추정법을 이용하며, 약간의 오차를 고려하면,  $t=20$ 에서 완전하게 참값에 수렴함을 알 수 있으며, 유색잡음의 파라미터( $c_i, i=1,2$ )도 편향됨이 없이  $t=20$ 에서 완전하게 참값에 수렴한다. (그림 7) 수렴속도는 분산의 크기, 시스템의 차수에 따라 좌우되지만 일정한 유한시간이 지난 후에는 참값에 완전히 수렴한다.

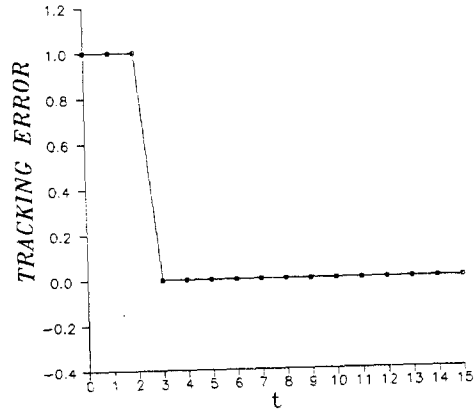
#### 5. 결론

본 논문에서는 기준입력의 스텝 변화에 대하여 유한시간 이내에 기준입력과 출력 사이의 오차가 완전하게 '0'에 도달하는 유한시간정적 제어기를 미지의 파라미터를 갖는 적응제어 시스템에 대하여 적용함으로써 추정된 파라미터값이 유한시간 내에 참값에 도달함을 보였다. 여러 논문들

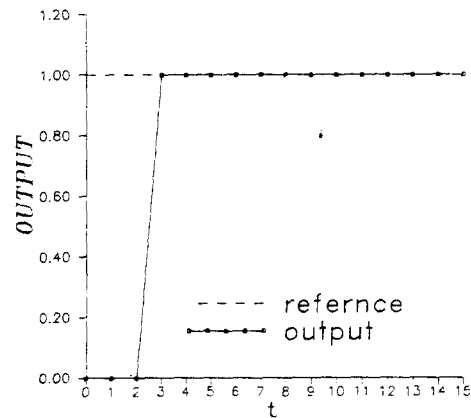
[7][8]에서 관측자를 이용하여 적응 유한시간정착 제어기의 비최소위상 시스템에 대한 문제를 다루었지만, 이 방법으로는 외부 잡음입력이 존재할 때 유한정착시간 특성을 상실함을 규명하였다. [8] 본 논문에서는 이산시스템의 전달함수에 대하여 해석하였으며, PLR추정법을 백색잡음과 유색잡음을 갖는 시스템에 적용하였을 때 일정한 유한시간 이내에 참값에 도달함을 보였다. 백색잡음만 존재하는 시스템에 대하여, 백색잡음의 분산값이 허용되는 범위에서 충분히 작다면 잡음이 존재하지 않을 때처럼  $t=5$ 에서 정확하게 참값에 도달한다. 시뮬레이션 결과 유색잡음의 파라미터는 PLR 추정법과 달리  $t=20$ 에서 편차가 없으며, 참값에 완전하게 도달함을 알 수 있다. 추후과제로써 해석적인 방법을 연구 제시할 것이다.

### 참고문헌

1. Isermann, Digital control systems, Springer-Verlag, p. 88-89, 122-133, 1981.
2. I. Ahmed, Digital Control Applications with TMS320 Family of Digital Signal Processors, Texas Instruments, pp. 53-55, 1991.
3. V. Kucer and M. Sebek, "On deadbeat controller", IEEE Trans. Autom. Control, vol. AC-29, no. 8, AUGUST, 1984.
4. Yao Zhao and Hidenori Kimura, "Deadbeat control with robustness", Int. J. Control, vol. 43, no. 5, pp. 1427-1440, 1986.
5. Yao Zhao and Hidenori Kimura, "Two-degrees-of-freedom dead-beat control system with robustness", Int. J. Control, vol. 48, no. 1, pp. 303-315, 1988.
6. Wellstead, P. E., "Self-tuning pole/zero assignment regulators", Int. J. Control, vol. 30, no. 1, pp. 1-26, 1979.
7. S. Y. Yan et al., "Finite Time Settling Adaptive Observer for Multi-Input Multi-Output Systems", Trans. SICE, vol. 19, no. 2, pp. 28-33, 1983
8. S. Y. Yan et al., "Self-tuning controller with deadbeat convergence", Int. J. Control, vol. 39, no. 1, pp. 159-171, 1984
9. L. Ljung, "On Positive Real Transfer Functions and the Convergence of Some Recursive Schemes", IEEE Trans. Autom. Control, vol. AC-22, no. 4, pp. 539-551, AUGUST, 1977
10. T. Sonderstrom and P. Stoica, System Identification, Prentice Hall, p. 320-350, 1989.
11. K. Warwick, "Adaptive deadbeat control of stochastic systems", Int. J. Control, vol. 44, no. 3, pp. 651-663, 1986
12. D. Matko and R. Schumann, "Self-tuning dead beat controllers", Int. J. Control, vol. 40, no. 2, pp. 393-402, 1984.
13. A. Walsh, "The adaptive dead-beat controller", IFAC Adaptive Systems in Control and Signal Processing, pp. 125-128, 1989.



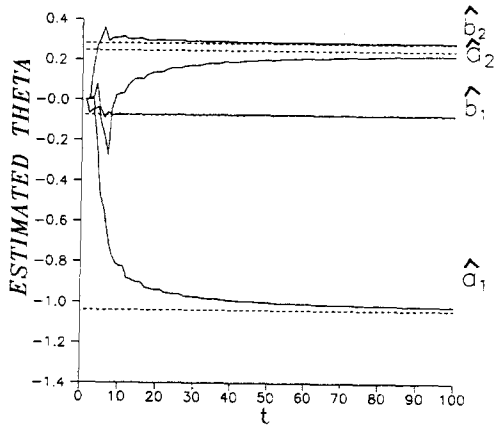
(a)



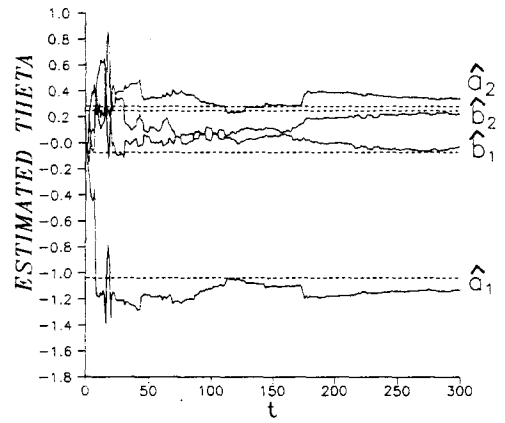
(b)

그림 3 유한시간정착 제어기의 응답특성  
(a)출력응답 (b)추종오차

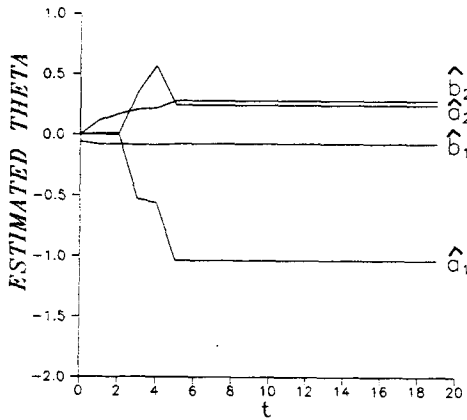
Fig. 3 Response of deadbeat controller  
(a)output (b)tracking error



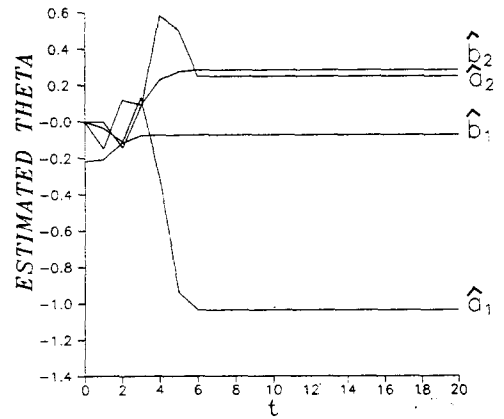
(a)



(a)



(b)



(b)

그림 4 잡음이 없는 경우의 추정된 파라미터 :

(a)PLR (b)적응유한시간정착 제어기

Fig. 4 Estimated parameters for noiseless :

(a)PLR (b)adaptive deadbeat controller

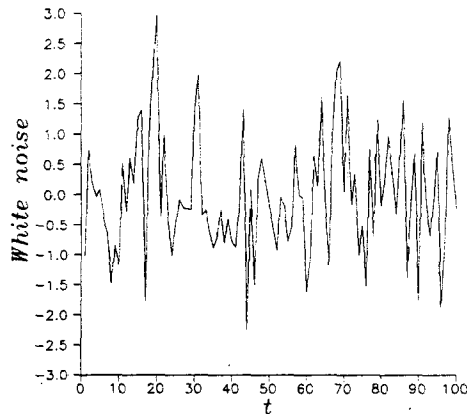


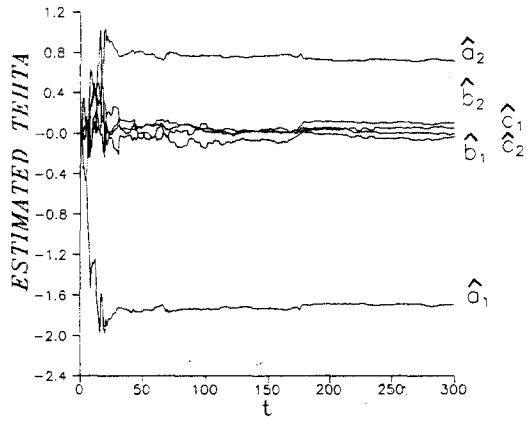
그림 5 백색 잡음 : 분산  $\sigma^2 = 0.1$ , '0' 평균

Fig. 5 White noise: variance  $\sigma^2 = 0.1$ , average is 0

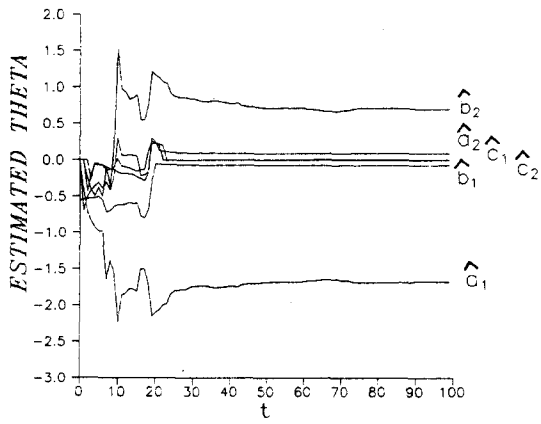
그림 6 백색잡음이 존재하는 경우의 추정된 파라미터 : (a)PLR (b)적응유한시간정착 제어기

Fig. 6 Estimated parameters of system with white noise :

(a)PLR (b)adaptive deadbeat controller



(a)



(b)

그림 7 유색잡음이 존재하는 경우의 추정된 파라미터 : (a)PLR (b)적응유한시간정착 제어기

Fig. 7 Estimated parameters of system with colored noise: (a)PLR (b)adaptive dead-beat controller