

탄성관절을 갖는 로봇 매니플레이터의 안정한 합성제어기 설계

이 만 형* 0백 운 보* 이 권 순** 배 종 일***
부산대 제어기계공학과* 동아대 전기공학과**
부산공업대 전기공학과***

A Stable Composite Controller Design for Flexible Joint Robot Manipulators

M.H. Lee*, W.B. Baek*, K.S. Lee**, and J.I. Bae***

ABSTRACT

This paper presents a new stable composite control law for the flexible joint robot manipulators, which incorporate the additional stabilizing control law with sliding property. The singularly perturbed models include inertia moments functions of the deformations of actuator. The newly defined fast controller variable is computed from the corrected reduced-order model without additional computational loads. The simulations for 2 DOF flexible joint manipulator show that the proposed schemes are more stable than conventional one, and especially effective for the manipulator with high joint-flexibilities.

1. 서 론

근래에 탄성을 고려한 매니플레이터의 모델링 및 제어에 대한 연구가 진행되어 왔다. 그러나 고속운전이나 하중의 변동 및 넓은 작업영역에서는 비선형성 및 파라미터 변동, 모델링 오차 등의 불확실성이 강하게 나타나게 되고, 복잡한 동특성 및 유연성 등으로 강체 매니플레이터에 비해서 모델링 및 제어기법의 연구에 어려움을 주고 있다.

매니플레이터의 유연성에서 기계적인 요소는 링크 유연성과 구동부 동역학이다. 일반적으로 유연성을 무시한 제어 방법은 로봇 매니플레이터의 고속 및 고정도 성능을 제한하게 된다. Nicolo 등⁽¹⁾과 Sweet 등⁽²⁾은 해석 및 실험 결과를 토대로 구동부 동역학 즉 관절 탄성이 보다 큰 영향을 끼친다는 것을 보였다. 이러한 시스템을 제어하는데 특이 섭동⁽³⁻⁵⁾(singular perturbation), 적분 다양체^(6,7)(integral manifold), 궤환선형화^(8,9)(feedback linearization), 적응제어 방법⁽¹⁰⁾ 등이 사용되고 있다.

고차의 유연한 시스템에 대해 궤환 선형화가 가능한 저차 모델을 얻는데 적분다양체의 개념이 사용될 수 있으며 근사적으로 궤환 선형화 시스템을 얻는 것이 가능하다. 그

런데 그 결과 선형화 제어방법의 실현을 위해서는 가속도 뿐만 아니라 가가속도(jerk)의 측정이 요구되는 제약을 안고 있다. Spong과 Khorasani^(6-8,11)는 계산 토크법이나 역동역학적 접근의 일반화를 기초로 적분 다양체 개념을 적용하여 수정된 저차모델 (corrected reduced order model)을 구하고 합성 제어기법을 적용하였으나 보다 유연한 관절인 경우에 안정성을 잃게 되거나 성능 저하를 초래하게 된다.

본 연구에서는 모델화되지 않은 동역학이 일반적인 비선형 모델로 표현되는 특이 섭동방법에 기초하여, 적분 다양체의 개념을 사용함으로써 얻어지는 탄성관절 매니플레이터의 수정된 모델이 사용된다. 추가되는 안정화 제어칙 ur의 설계시에 강체모델의 거동이 탄성모델로부터 벗어나는 정도를 나타내는 변수 $\eta = z - \phi_0$ 대신에, 수정된 강체 모델의 거동이 탄성모델로부터 벗어나는 정도를 나타내는 변수 $\eta = z - \phi_0 - \mu \phi_1$ 를 사용하는 방법이 제시된다. 그리고 안정화 제어칙의 설계시 상태 피드백대신에 슬라이딩 모드(sliding mode)를 이용하는 방법이 제시된다. 보다 유연한 관절인 경우에 그리고 변동하는 기준 입력이 인가될때 기존의 방법에 비해 제안된 방법이 갖는 우수한 성능을 예증해 보이기 위해 2 자유도 탄성관절 매니플레이터에 대한 시뮬레이션이 소개된다.

2. 수정된 저차모델 및 합성 제어칙

일반적인 n 자유도 탄성관절 매니플레이터는 식(1)과 같이 표현되어 진다.

$$(M_1(q, \mu z) + M_2(q, \mu z))\ddot{q} - \mu M_2(q, \mu z)\ddot{z} + h_1(q, \dot{q}, \mu z, \mu \dot{z}) + z = 0 \quad (1a)$$

$$(M_2(q, \mu z) + M_3(q, \mu z))\ddot{q} - \mu M_3(q, \mu z)\ddot{z} + h_2(q, \dot{q}, \mu z, \mu \dot{z}) - z = u \quad (1b)$$

여기서, $q, z, h_1, h_2, u \in \mathbb{R}^n$ 이고, M_1, M_2, M_3 는 각각 $n \times n$ 관성모멘트 행렬이다. q 는 링크의 각위치, z 는 관절의 탄성력을 나타내며, h_1, h_2 는 코리올리스력과 원심력 및 중력을 포함하는 항이고, u 는 제어입력이다. 그리고 $\mu = 1/k$, 스프링 상수행렬 $K = kI_n$ 이다. 그리고 식(1)에서 $\mu=0$ 로 두면 다음과 같다.

$$(M_1(q, 0) + M_2(q, 0))\ddot{q} + h_1(q, \dot{q}, 0, 0) + z = 0 \quad (2a)$$

$$(M_2(q, 0) + M_3(q, 0))\ddot{q} + h_2(q, \dot{q}, 0, 0) - z = u \quad (2b)$$

식(2a)와 (2b)로부터 강체모델은 식(3)과 같다.

$$(M_1(q, 0) + 2M_2(q, 0) + M_3(q, 0))\ddot{q} + h_1(q, \dot{q}, 0, 0) + h_2(q, \dot{q}, 0, 0) = u \quad (3)$$

식(3)에 기초한 제어입력 u_0 는 계산 토크법을 적용하면 다음과 같다.

$$u_0 = (M_1(q, 0) + 2M_2(q, 0) + M_3(q, 0))\ddot{v} + h_1(q, \dot{q}, 0, 0) + h_2(q, \dot{q}, 0, 0) \quad (4a)$$

$$v = \ddot{q}^d - K_1(\dot{q} - \dot{q}^d) - K_2(q - q^d) \quad (4b)$$

제어칙 식(4)는 탄성의 영향을 고려하지 않은 강체 모델에 기초한 것이므로 매니플레이터의 성능을 제한하게 된다. 여기서는 적분 다양체의 개념을 사용함으로써 근사적으로 구해 지는 수정된 저차모델을 사용한다. 이러한 수정된 저차 모델은 탄성 효과를 포함하므로 매니플레이터가 고정도 및 견실한 특성을 갖도록 제어칙을 구성할 수 있게 한다. 식(1)에 대한 적분 다양체는 식(5)와 같이 정의된다(6).

$$z = \phi(q, \dot{q}, u, \varepsilon), \quad \dot{z} = \dot{\phi}(q, \dot{q}, u, \varepsilon), \quad \varepsilon = \mu^{1/2} \quad (5)$$

식(5)의 적분 다양체상에서 정확한 탄성 저차모델은 다음과 같다.

$$(M_1(q, \mu\phi) + 2M_2(q, \mu\phi) + M_3(q, \mu\phi))\ddot{q} + h_1(q, \dot{q}, \mu\dot{\phi}, \mu\dot{\phi}) + h_2(q, \dot{q}, \mu\dot{\phi}, \mu\dot{\phi}) - \mu(M_2(q, \mu\phi) + M_3(q, \mu\phi))\ddot{\phi} = u \quad (6)$$

여기서, ϕ 는 다양체 조건 식(7)을 만족하여야 한다.

$$(M_1 + M_2)\ddot{q} - \mu M_2[(\partial\phi/\partial q)\ddot{q} + (\partial\dot{\phi}/\partial\dot{q})\dot{q} + (\partial\phi/\partial u)\dot{u}] + h_1 + \dot{\phi} = 0 \quad (7a)$$

$$(M_2 + M_3)\ddot{q} - \mu M_3[(\partial\phi/\partial q)\ddot{q} + (\partial\dot{\phi}/\partial\dot{q})\dot{q} + (\partial\phi/\partial u)\dot{u}] + h_2 - \dot{\phi} = u \quad (7b)$$

그런데, 식(7)을 직접 풀기에는 매우 복잡하므로, 그 대신에 다음 식(8)과 같이 근사해를 구한다.

$$\phi = \phi_0 + \mu\phi_1 + 0(\mu^2) \quad (8a)$$

$$u = u_0 + \mu u_1 + 0(\mu^2) \quad (8b)$$

여기서, $0(\mu^2)$ 는 μ 에 대한 2차이상의 고차항을 나타낸다. 식(8)을 식(7)에 대입하고 μ^0 에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$(M_1 + M_2)\Big|_{\mu=0} \ddot{q} + h_1\Big|_{\mu=0} + \dot{\phi}_0 = 0 \quad (9a)$$

$$(M_2 + M_3)\Big|_{\mu=0} \ddot{q} + h_2\Big|_{\mu=0} - \dot{\phi}_0 = u_0 \quad (9b)$$

식(9)는 제어입력 u_1 을 구하는 데 사용된다. 식(7)에서 μ 에 대해 2차이상의 고차항을 무시하고 전개하면 다음과 같다.

$$(M_1(q, \mu\phi) + M_2(q, \mu\phi))\ddot{q} - \mu M_2(q, 0)\ddot{\phi}_0 + h_1(q, \dot{q}, \mu\dot{\phi}_0, \mu\dot{\phi}_0) + \dot{\phi}_0 + \mu\dot{\phi}_1 = 0 \quad (10a)$$

$$(M_2(q, \mu\phi) + M_3(q, \mu\phi))\ddot{q} - \mu M_3(q, 0)\ddot{\phi}_0 + h_2(q, \dot{q}, \mu\dot{\phi}_0, \mu\dot{\phi}_0) - \dot{\phi}_0 - \mu\dot{\phi}_1 = u_0 + \mu u_1 \quad (10b)$$

식(10a)와 식(10b)로부터 식(11)과 같다.

$$(M_1(q, \mu\phi_0) + 2M_2(q, \mu\phi_0) + M_3(q, \mu\phi_0))\ddot{q} + h_1(q, \dot{q}, \mu\dot{\phi}_0, \mu\dot{\phi}_0) + h_2(q, \dot{q}, \mu\dot{\phi}_0, \mu\dot{\phi}_0) - \mu(M_2(q, 0) + M_3(q, 0))\ddot{\phi}_0 = u_0 + \mu u_1 \quad (11)$$

식(11)은 수정된 저차모델이라고 일컬어 지며, 식(6)의 정확한 탄성 저차모델에 대해 $0(\mu^2)$ 까지 근사해가 된다. 이 식(11)에서 u_1 을 설계함으로써, 적분 다양체에 유지되는 탄성관절 매니플레이터의 동역학이 강체모델의 동역학과 $0(\mu^2)$ 까지 같도록 할 수 있다. 이러한 목적을 위해서 먼저 식(10)을 $\mu=0$ 에 대해 역급수로 전개하고 식(2)를 적용하면 다음과 같다.

$$(\partial_2 M_1 + \partial_2 M_2)\ddot{q} - M_2(q, 0)\ddot{\phi}_0 + (\partial_3 h_1 + \partial_4 h_1) + \dot{\phi}_1 = 0 \quad (12a)$$

$$(\partial_2 M_2 + \partial_2 M_3)\ddot{q} - M_3(q, 0)\ddot{\phi}_0 + (\partial_3 h_2 + \partial_4 h_2) - \dot{\phi}_1 = u_1 \quad (12b)$$

여기서,

$$\partial_2 M_i(x, y) = \partial M_i / \partial(\mu y)\Big|_{\mu=0} \quad (13a)$$

$$\partial_3 h_i(x, y, \mu z, \mu w) = \partial h_i / \partial(\mu z)\Big|_{\mu=0} \quad (13b)$$

$$\partial_4 h_i(x, y, \mu z, \mu w) = \partial h_i / \partial(\mu w)\Big|_{\mu=0} \quad (13c)$$

식(12a)와 (12b)로부터 u_1 은 다음과 같다.

$$u_1 = \partial_2(M_1 + 2M_2 + M_3)\ddot{q} - (M_2(q, 0) + M_3(q, 0))\ddot{\phi}_0 + \partial_3(h_1 + h_2) + \partial_4(h_1 + h_2) \quad (14)$$

3. 안정한 합성 제어기의 설계

앞 장에서의 식(14)를 식(11)에 적용하면 정확한 탄성 저차모델 식(6)에 $0(\mu^2)$ 의 수준까지 근사되는 강체모델이 얻어진다. 즉 식(3)의 강체 모델에 대한 제어칙에 수정 제어칙을 합성함으로써 탄성 시스템이 강체 모델과 거의 같이 거동하도록 할 수 있다. 그런데 이러한 방법은 적분 다양체조건을 만족하는 경우에 대한 것이며, 이 조건이 만족되지 않는 경우에는 탄성관절 매니플레이터의 동역학이

점근적 안정성을 보장받기 위한 안정화제어칙이 추가로 합성되어야 한다. 이를 위해 빠른 모드를 나타내는 시간축도로서 $\tau=t/\mu^{1/2}$ 가 사용되며, Spong등(6,7,10)은 안정화 제어칙 u_f 의 설계를 위해 상태 피이드백 제어칙을 적용하였다. 그리고 적분 다양체로부터 z 가 벗어나는 정도를 표시하는 변수로서 $\eta=z-\phi_0$ 를 사용하였다.

본 연구에서는 다음과 같이 두가지 직관적인 사실에 근거하여 새로운 안정화 제어칙이 제시된다. 그 첫째로서 $z-\phi_0$ 의 크기는 $O(\mu)$ 인 데 비해 수정된 강체모델의 거동이 탄성 모델로부터 벗어나는 정도를 나타내는 $z-\phi_0-\mu\phi_1$ 는 $O(\mu^2)$ 이므로, 여기서 이 값을 새로이 $\eta=z-\phi_0-\mu\phi_1$ 로 정의함으로써 보다 나은 추적 성능을 얻을 수 있음을 직관적으로 알 수 있다. 또한 $\phi_0 + \mu\phi_1$ 은 수정된 저차모델 식(10)로부터 직접 구해지므로 별도로 ϕ_1 의 계산이 요구되지 않는다. 다음으로 η 는 이상적인 적분 다양체($\eta=0, (d/d\tau)\eta=0$)로부터 z 가 벗어난 정도를 나타내므로 슬라이딩 제어칙을 구성함으로써 외란이나 불확실성에 둔감한 슬라이딩 특성을 갖도록 할 수 있다는 것이다. 이와 같이 직관적으로 제시된 방법에 대한 안정성 해석을 위해 정확한 탄성 저차모델 식(6)을 다시 쓰면 다음 식(15)와 같다.

$$(M_1(q, \mu\dot{\phi}) + 2M_2(q, \mu\dot{\phi}) + M_3(q, \mu\dot{\phi})) \ddot{q} - \mu(M_2(q, \mu\dot{\phi}) + M_3(q, \mu\dot{\phi})) \ddot{z} + h_1(q, \dot{q}, \mu\dot{\phi}, \mu\ddot{\phi}) + h_2(q, \dot{q}, \mu\dot{\phi}, \mu\ddot{\phi}) = u \quad (15)$$

식(4)의 u_0 와 식(14)의 u_1 그리고 안정화 제어입력 u_f 를 합성한 제어칙 $u = u_0 + \mu u_1 + u_f$ 를 식(15)에 대입하면 다음과 같다.

$$(M_1(q, \mu\dot{\phi}) + 2M_2(q, \mu\dot{\phi}) + M_3(q, \mu\dot{\phi})) \ddot{q} - \mu(M_2(q, \mu\dot{\phi}) + M_3(q, \mu\dot{\phi})) \ddot{z} + h_1(q, \dot{q}, \mu\dot{\phi}, \mu\ddot{\phi}) + h_2(q, \dot{q}, \mu\dot{\phi}, \mu\ddot{\phi}) = (M_1(q, 0) + 2M_2(q, 0) + M_3(q, 0)) \cdot (q\ddot{d} - K_1(g - g^d) - K_2(g - g^d)) + h_1(q, \dot{q}, 0, 0) + h_2(q, \dot{q}, 0, 0) + \mu [\partial_2(M_1 + 2M_2 + M_3) \ddot{q} - (M_2(q, 0) + M_3(q, 0)) \ddot{z}_0 + \partial_3(h_1 + h_2) + \partial_4(h_1 + h_2)] + u_f \quad (16)$$

전개의 편의상 $h_1(q, \dot{q}, \mu\dot{\phi}, \mu\ddot{\phi}) = h_1, M_1(q, \mu\dot{\phi}) = M_1$ 로 표기한다. 식(16)에서 $\ddot{q} - \ddot{q}^d = \ddot{e}, \dot{q} - \dot{q}^d = \dot{e}, q - q^d = e$ 로 두고, $z = \phi_0 + \mu\phi_1 + \eta$ 을 대입하면 식(17)과 같다.

$$\ddot{e} + K_2\dot{e} + K_1e = (M_1(q, 0) + 2M_2(q, 0) + M_3(q, 0))^{-1} (M_2 + M_3) [\mu \ddot{\eta} + (M_2 + M_3)^{-1} u_f + \Delta f] \quad (17)$$

여기서,

$$\Delta f = (M_2 + M_3)^{-1} [\mu \partial_2(M_1 + 2M_2 + M_3) \ddot{q} + (M_1(q, 0) + 2M_2(q, 0) + M_3(q, 0)) \ddot{q} + \mu(\partial_3(h_1 + h_2) + \partial_4(h_1 + h_2)) + h_1(q, \dot{q}, 0, 0) + h_2(q, \dot{q}, 0, 0) - (h_1 + h_2)] + \mu(M_2 + M_3 - M_2(q, 0) - M_3(q, 0)) \ddot{\phi}_0 + \mu^2(M_2 + M_3) \ddot{\phi}_1 \quad (18)$$

식(18)에서 $\mu=0$ 일때 $\Delta f = 0$ 가 됨을 볼 수 있으며, 식(17)의 우변을 지속적으로 0으로유지시키는 것이 원하는 제어의 목적이다. 식(7)에서 $(M_2 + M_3) = N$ 으로 두고, 우변을 0으로 두면 다음과 같다.

$$\mu \ddot{\eta} + N^{-1} u_f + \Delta f = 0 \quad (19)$$

그리고 $\eta(z-\phi_0-\mu\phi_1)$ 는 적분 다양체로부터 z 가 벗어난 정도를 나타내므로 u_f 를 설계하기 위해 다음과 같이 슬라이딩면(sliding surface)⁽¹²⁾을 구성한다.

$$S_i = (d/d\tau + \lambda_i) \eta_i, \quad \tau = t/\mu^{1/2} \quad (20)$$

여기서, λ_i 는 양수이다. 그리고 식(20)을 미분하고 식(19)를 적용하여 0으로 두면 다음과 같다.

$$d/d\tau S_i = (d^2/d\tau^2 + \lambda_i d/d\tau) \eta_i = -N^{-1} u_f i - \Delta f_i + \lambda_i d/d\tau \eta_i = 0 \quad (21)$$

여기서, $N^{-1} u_f i$ 는 N^{-1} 의 i 번째 열벡터이다. 그리고 등가 제어칙 u_f 는 다음과 같다.

$$\hat{u}_f i = -N_i \Delta \hat{f} + N_i \lambda_i d/d\tau \eta \quad (22)$$

그리고 슬라이딩 조건⁽¹²⁾을 만족하도록 하기 위해 스위칭(transition)입력을 추가하면 안정화 제어칙 $u_f i$ 는 다음과 같다.

$$u_f i = \hat{u}_f i + b_i \operatorname{sgn}(S_i) \quad (23)$$

여기서, sgn 은 부호함수이다. 식(23)에서 $b_i = N_i(d_i + \Delta F_i)$, $d_i > 0$ 그리고 $|\Delta \hat{f}_i - \Delta f_i| \leq \Delta F_i$ 로 두면, 다음과 같이 슬라이딩 조건을 만족함을 보일 수 있다.

$$\begin{aligned} 1/2 \frac{d}{d\tau} S_i^2 &= S_i (-N^{-1} u_f i - \Delta f_i + \lambda_i d/d\tau \eta_i) \\ &= S_i (-N^{-1} \hat{u}_f i - \Delta f_i + \lambda_i d/d\tau \eta_i - N^{-1} b_i \operatorname{sgn}(S_i)) \\ &= S_i (\Delta \hat{f}_i - \Delta f_i - (d_i + \Delta F_i) \operatorname{sgn}(S_i)) \\ &= S_i (\Delta \hat{f}_i - \Delta f_i - \Delta F_i \operatorname{sgn}(S_i)) - d_i S_i \operatorname{sgn}(S_i) \\ &\leq -d_i |S_i| \end{aligned} \quad (24)$$

그리고 연속적인 제어칙을 얻기 위해 부호함수대신에 식(25b)의 포화함수를 적용할 수 있으며, 안정화 제어칙의 점근적 안정성을 보장하기 위해서 적분다양체상에서는 $u_f i$ 가 작동되지 않도록 즉, $\eta_i=0, (d/d\tau)\eta_i=0$ 일때 $u_f i=0$ 가 되도록 다음과 같이 근사칙이 사용될 수 있다.

$$u_f i = N_i \lambda_i d/d\tau \eta_i + c_i \operatorname{sat}(S_i) \quad (25a)$$

$$\operatorname{sat}(S_i) = \begin{cases} S_i & \text{if } |S_i| < 1 \\ \operatorname{sgn}(S_i) & \text{if } |S_i| \geq 1 \end{cases} \quad (25b)$$

여기서, $\lambda_i, c_i > 0$ 이다.

4. 시뮬레이션 및 고찰

본 시뮬레이션에 사용된 로봇트 매니퓰레이터의 모델은 그림 1에 나타내었으며, Euler-Lagrange 방법으로 유도된

운동방정식은 식(26)과 같다^[9,11,14].

$$m_{11}\ddot{q}_1 + m_{12}\ddot{q}_3 + c_{221}\dot{q}_3^2 + g_1 + k_1(q_1 - q_2) = 0 \quad (26a)$$

$$m_{21}\ddot{q}_1 + m_{22}\ddot{q}_3 + c_{112}\dot{q}_1^2 + g_2 + k_1(q_3 - q_4) = 0 \quad (26b)$$

$$n_1^2 J_1 \ddot{q}_2 - k(q_1 - q_2) = u_1 \quad (26c)$$

$$n_2^2 J_2 \ddot{q}_4 - k(q_3 - q_4) = u_2 \quad (26d)$$

여기서, m_{ij} 는 다음과 같다^(9,11,14).

$$\begin{aligned} m_{11} &= m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1 \\ m_{12} &= m_2 l_1 l_{c2} \cos(q_2 - q_1) \\ m_{21} &= m_2 l_1 l_{c2} \cos(q_2 - q_1) \\ m_{22} &= m_2 l_{c2}^2 + I_2 \end{aligned} \quad (26e)$$

여기서, m_i, J_i 는 각각 i 번째 링크의 질량, 관성모멘트를 나타내고, l_i, l_{ci} 는 각각 i 번째 링크의 길이, 각 관절축으로부터 i 번째 링크의 무게중심까지의 거리를 나타낸다. 그리고 $c_{221} = -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2 - q_1)$, $c_{112} = m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2 - q_1)$, $g_1 = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1)g \cos(q_1)$, $g_2 = m_2 l_{c2} g \cos(q_3)$, g 는 중력이다. J_1, k_1, n_1 는 각각 i 번째 구동기의 관성모멘트, 스프링상수, 기어감속비, u_1, u_2 는 입력토크이다. 각 매개변수의 공칭값으로 $m_1 = m_2 = 1$, $l_1 = l_2 = 1$, $n_1^2 J_1 = n_2^2 J_2 = 1$, $l_1 = l_2 = 1$, $l_{c1} = l_{c2} = 0.5$, $k_1 = k_2 = k = 100$ 이다. 여기서 $\mu = 1/k$, $z_1 = k(q_1 - q_2)$, $z_2 = k(q_3 - q_4)$ 로 두면 식(1)과 같은 모델로 된다. 따라서 식(4)의 $u_0 = (u_{01}, u_{02})^T$ 와 식(14)의 $u_1 = (u_{11}, u_{12})^T$ 은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} u_{01} \\ u_{02} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.25 & 0.5 \\ 0.5 & 2.25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 14.7 \cos q_1 \\ 4.9 \cos q_3 \end{bmatrix} \quad (27a)$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} - K_1 \begin{bmatrix} q_1 - q_1 \\ d \\ q_3 - q_3 \end{bmatrix} - K_2 \begin{bmatrix} q_1 - q_1 \\ d \\ q_3 - q_3 \end{bmatrix} \quad (27b)$$

$$\begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \ddot{q}_3^2 - \ddot{\phi}_{01} \\ -0.5 \ddot{q}_1^2 - \ddot{\phi}_{02} \end{bmatrix} \quad (27c)$$

식(27c)에서 $\ddot{\phi}_0$ 의 값은 식(9b)를 두번 미분함으로써 구해진다. 그리고 안정화 제어책 u_f 를 얻기위해 $\eta = z_1 - \ddot{\phi}_0 - \mu \dot{\phi}_1$ 는 식(10b)를 이용하고, \ddot{q} 대신에 근사적으로 v 를 대치하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \eta_1 &= z_1 - (v_1 - \mu \ddot{\phi}_{01} - u_{01} - \mu u_{11}) \\ \eta_2 &= z_2 - (v_2 - \mu \ddot{\phi}_{02} - u_{02} - \mu u_{12}) \end{aligned} \quad (28)$$

그리고 기존의 피이드백 제어이득은 $K_{f1} = K_{f2} = 0.5$ 로 두었으며, 식(27b)의 상수 $K_1 = K_2 = 2$ 로 선정하였다. 그리고 제안된 방법에서는 식(20)에서의 설계상수는 $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.2$ 로 두고, 식(25)에서는 $c_1 = c_2 = 0.2$ 로 두었다.

그리고 샘플링 주기는 10 msec, 섭동매개변수는 $\mu = 0.01$ 로 두었다. 공칭 계단응답을 검토하고 링크-2의 질량이 50% 증가된 경우, $\mu = 0.02$ 로 증가된 경우에 대해 시뮬레이션하였으며, 기준궤적은 $q_1^d = 1 + \sin(4t)$, $q_2^d = 2 + \cos(4t)$ 로, 초기 추적오차는 $e_1 = 1, e_2 = 2$ 로 각각 두었다.

이러한 조건으로 시뮬레이션을 수행한 결과 및 고찰은

다음과 같다. 「기존 방법」에 비해 새로이 정의된 변수를 사용하는 방법을 「제 1방법」, 그리고 슬라이딩 제어책을 함께 사용하는 방법을 「제 2방법」으로 부르기로 한다.

공칭 플랜트에서 $\mu = 0.01$ ($k = 100 \text{ N-mrad}^{-1}$) 일때, 공칭 계단응답을 그림 2에 도시하였다. 그림 2에서는 기존 방법과 제안된 방법들 모두 비슷한 응답을 보였다. 링크-2의 응답에서는 기존 방법과 제안된 방법들과의 차이는 거의 나타나지 않으며, 다만 링크-1의 과도응답에서 기존 방법에 비해 제안된 방법들이 비교적 작은 요동을 나타냄을 보여줄 뿐이다.

기준 입력, $q_1^d = 1 + \sin(4t)$, $q_2^d = 2 + \cos(4t)$ 를 인가하고, 초기 추적오차를 $e_1 = 1, e_2 = 2$ 로 각각 두었을 때, 다음과 같이 비교 검토하였다.

$\mu = 0.01$ 인 경우 기존 방법, 제 1방법, 제 2방법을 적용하였을 때의 오차응답을 그림 3-a, 3-b, 3-c에 각각 나타내었다. 그림 3-a, 3-b의 링크-1에서와 같이 제 1방법에서 η 의 계산시 식(28)의 근사값이 적용되었음에도 기존 방법에 비해 작은 추적오차를 나타내며 과도응답도 개선됨을 알 수 있다. 그리고 그림 3-b, 3-c의 링크-1의 응답에서, 제 2방법은 제 1방법과 비슷한 결과를 나타내는 데 과도응답에서 작은 요동을 가짐을 볼 수 있다. 링크-2의 응답에서는 제안된 방법들이 기존 방법에 비해 작은 추적오차를 나타내나 뚜렷한 차이는 나타나지 않았다.

그리고 링크-2의 질량이 50% 증가된 경우에 기존 방법, 제 1방법, 제 2방법을 적용하였을 때의 오차응답을 그림 4-a, 4-b, 4-c에 각각 나타내었으며, 각 링크의 오차응답의 경향은 그림 3에 대해 고찰된 바와 유사하게 언급될 수 있다. 링크-1의 응답에서 기존 방법은 기준 궤적과 큰 오차를 가지는데 비해 제안된 방법들은 작은 오차를 가지며 우수한 추적성능을 보여 주며, 기존 방법보다는 제 1방법이, 제 1방법보다는 제 2방법이 양호한 과도응답 특성을 나타내었다.

그리고 $\mu = 0.02$ 로 증가된 경우, 즉 더욱 유연한 관절인 경우에 기존 방법, 제 1방법, 제 2방법을 적용하였을 때의 오차응답을 그림 5-a, 5-b, 5-c에 각각 나타내었다. 그림 5-a에서 기존 방법은 링크-1의 응답이 매우 큰 진동폭을 보여 준다. 이러한 결과는 보다 유연한 관절인 경우에 탄성 매니퓰레이터의 거동은 강체 모델의 거동으로부터 크게 벗어 나게 되며, 더구나 변동 기준입력이 인가됨에 따라 그 거동은 원하는 궤적과는 더욱 벗어나게 되기 때문이다. 그리고 그림 5-b, 5-c에서 도시된 바와 같이 제 1방법에 비해 제 2방법의 응답이 보다 작은 요동폭을 가지며 안정한 추적성능을 보여 준다. 여기서 주의할 것은 슬라이딩 모드를 이용한 제 2방법에서 연속적인 입력을 얻기 위한 근사적인 제어책을 사용하였음에도 제 1방법보다 효과적인 안정성을 보여 준다는 점이다.

그리고 $\mu = 0.02$ 인 경우에 기존 방법, 제 1방법, 제 2방법을 적용하였을 때의 구동토크를 그림 6-a, 6-b, 6-c에 각

각 나타내었다. 그림 6-a의 링크-1의 경우에 구동 토크는 그림 5-a에서와 같이 매우 큰 오차가 발생하였는데도 효과적으로 제어되지 못하고 있음을 보여 주며, 이는 앞에서 언급된 바와 같다. 또한 여기서 주지할 것은 그림 6에서와 같이 제안된 방법을 적용함으로써 기존 방법에 비해 제어 입력의 증가없이 보다 우수한 안정성을 보여 준다는 점이다.

이상의 시뮬레이션 결과 및 고찰을 종합하면, 수정된 저차 모델 식(10b)를 이용하여 $\phi_0 + \mu\phi_1$ 값을 직접 구함으로써, 즉 제안된 제 1방법을 사용함으로써 기존 방법에 비해 연산량의 증대없이 보다 우수한 추적성능을 얻을 수 있음을 보였다. 그리고 본 연구에서 제안된 제 2방법을 사용함으로써 더욱 우수한 추적 성능을 나타내었으며, 보다 유연한 관절을 갖는 로봇트 매니플레이터에 대해 변동 기준입력이 인가될 경우에 효과적인 안정화 성능을 보였다.

5. 결론

본 연구에서는 탄성 관절을 갖는 로봇트 매니플레이터에 대한 안정한 합성제어기의 설계에 관한 연구를 수행하였다. 기존의 합성제어칙에 추가되는 안정화 제어칙 u_f 의 설계시에 강제 모델의 거동이 탄성 모델로부터 벗어나는 정도를 나타내는 변수 ($\eta = z - \hat{\phi}_0$) 대신에, 수정된 강제 모델의 거동이 탄성 모델로부터 벗어난 정도를 나타내는 변수 ($\eta = z - \hat{\phi}_0 - \mu\phi_1$)를 사용하는 방법을 제안하였으며, 또한 기존의 피드백 제어대신에 슬라이딩 모드를 이용하는 방법을 제안하였다.

그리고 2 자유도의 탄성 관절 매니플레이터에 대한 시뮬레이션을 통해 제안된 방법들이 우수한 성능을 가짐을 확인할 수 있었으며, 특히 보다 유연한 관절인 경우에 효과적인 안정한 성능을 가짐을 보였다.

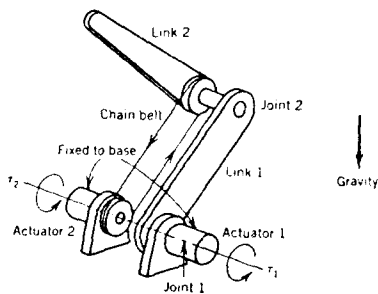


Fig. 1. The two-link manipulator

참고 문헌

- [1] Nicolo, F., Marino, R., and Nicosia, S., "A Singular Perturbation Approach to the Control of Elastic Robots," Proc. 21st Allerton Conf. Commun., Computing, Univ. of Illinois, 1983.
- [2] Sweet, L.M. and Good, M.C., "Redefinition of the Robot Motion Control Problem: Effect of plant Dynamics, Driving System Constraint, and User Requirements," Proc. 23rd IEEE Conf., 1984.
- [3] Kokotovic, P.V., Khalil, H.K., and O'Reilly, J., Singular Perturbation Methods in Control: Analysis and Design, Academic Press, pp. 94-102, 315-332, 1986.
- [4] Paul, M. S. and O'Reilly, J., "Composite Control of Nonlinear Singularly Perturbed Systems: A Geometric Approach," Int. J. Contr., Vol. 48, NO. 6, pp. 2461-2506, 1988.
- [5] Su, J.P., and Hsieh, J.G., "Composite Feedback Control for a Class of Nonlinear Singularly Perturbed Systems with Fast Actuator," Int. J. Control, Vol. 22, NO. 3, pp. 571-579, 1990.
- [6] Spong, M.W., Khorasani, K. and Kokotovic, P.V., "An Integral Manifold Approach to the Feedback Control of Flexible Joint Robots," IEEE J. of Robotics and Automation, Vol. RA-3, NO. 4, pp. 291-300, 1987.
- [7] Ghorbel, F. and Spong, M.W., "Adaptive Integral Manifold Control of Flexible Joint Robot Manipulators," Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Nice France, May., pp. 707-714, 1992.
- [8] Spong, M.W., "Modelling and Control of Elastic Joint Manipulators," J. Dynamic Syst., Meas. Contr., Vol. 109, pp. 310-319, 1987.
- [9] Spong, M.W. and Vidyasadar, M., Robot Dynamics and Control, John Wiley & Sons, Inc., pp. 259-283, 1989.
- [10] Lozano, R. and Brogliato, B., "Adaptive Control of Robot Manipulator with Flexible Joint," IEEE Automat. Contr., Vol. 37, NO. 2, pp. 174-181, 1992.
- [11] Khorasani, K., "Adaptive Control of Flexible Joint Robots," IEEE J. of Robotics and Automation, Vol. RA-8, NO. 2, pp. 250-267, 1992.
- [12] Slotine, J.J. and Li, W., Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall Inc., pp. 276-307, 1991.
- [13] Readman, M.C. and Belanger, P.R., "Stabilization of the Fast Modes of a Flexible Joint Robot," The Int. J. of Robotics Research, MIT Press, Vol. 11, No. 2, pp. 123-134, 1992.
- [14] Asada, H. and Slotine, J.J.E., Robot Analysis and Control, John Wiley & Sons, Inc., pp. 93-131, 1986.

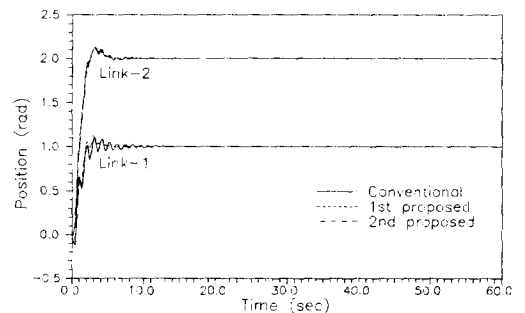


Fig. 2. The step responses of the flexible system

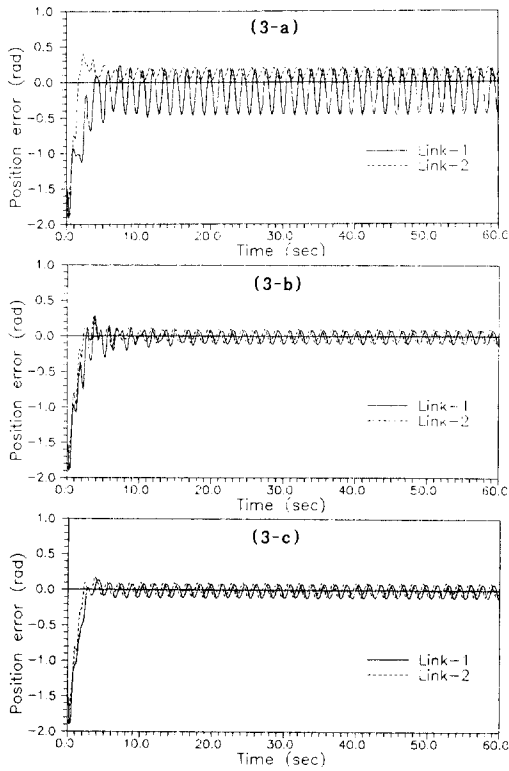


Fig. 3. The responses of the flexible system ($\mu=0.01$)
 a)Conventional, b)1st proposed, c)2nd proposed.

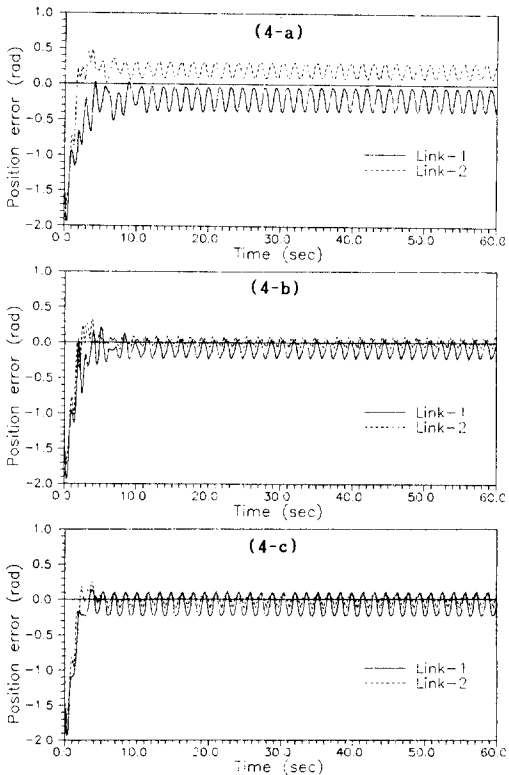


Fig. 4. The responses of the flexible system ($\mu=0.01$)
 50 % variation of mass of link - 2
 a)Conventional, b)1st proposed, c)2nd proposed.

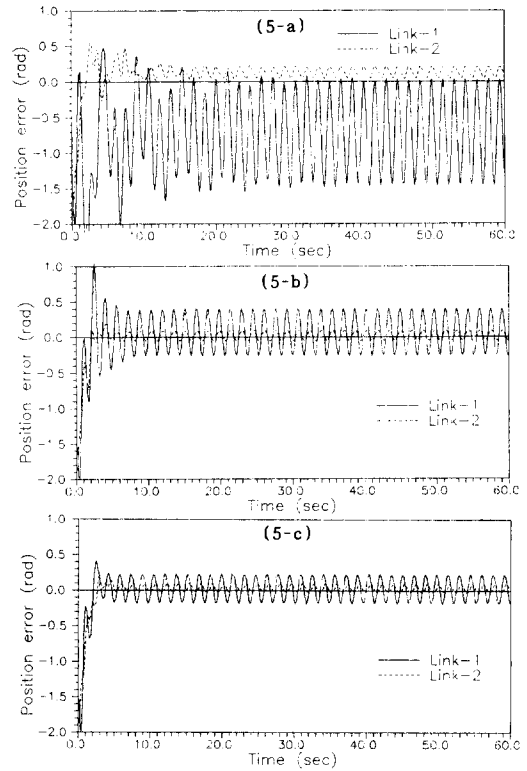


Fig. 5. The responses of the flexible system ($\mu=0.02$)
 a)Conventional, b)1st proposed, c)2nd proposed.

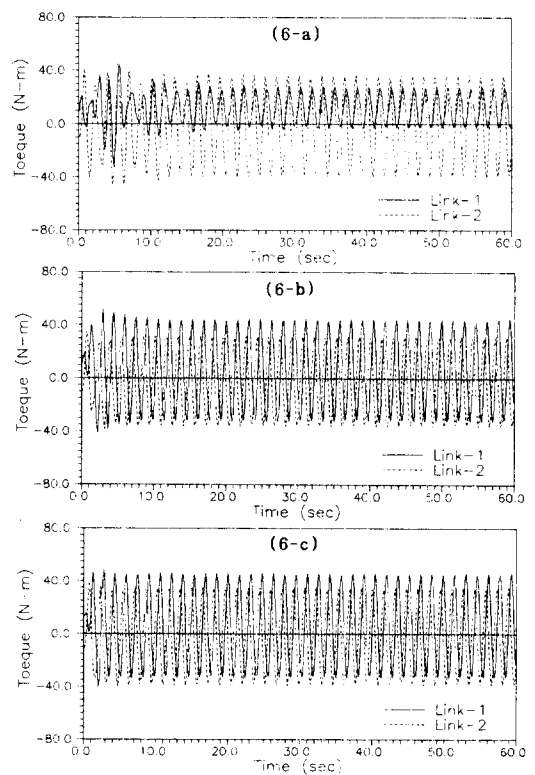


Fig. 6. Driving torques of the flexible system($\mu=0.02$)
 a)Conventional, b)1st proposed, c)2nd proposed.