

# 속도보정 스트랩다운 관성항법장치의 속도계오차 처리방법 : 수중항체의 경우

이운선, 정태호, 유준  
충남대학교 전자공학과

## Odometer Error Compensation Scheme for Velocity-Aided Strapdown Inertial Navigation System : The Case of Torpedo

Youn Seon Lee, Tae Ho Chung and Joon Lyou  
Dept. of Electronics Eng., Chungnam National Univ.

### Abstract

When a velocity-aided strapdown inertial navigation system is loaded into a torpedo subjected to an extraneous force by the current, odometer measurement errors occur seriously.

In order to compensate for navigation errors induced by large odometer biases, the Kalman Filter with separate bias estimator is applied, which separately estimates an unknown bias, and corrects the state estimate produced by the bias-free Kalman Filter to reflect the effect of the bias estimate.

### I. 서론

스트랩다운 관성항법장치(SDINS : Strapdown Inertial Navigation System)는 기계적인 안정대를 사용하지 않고 관성 센서인 자이로스코프(gyroscope)와 가속도계(accelerometer)를 동체에 직접 부착하여 얻어진 자료를 이용하여 동체의 초기상태와 현재상태와의 상대적인 위치, 속도 및 자세를 항법 컴퓨터에서 계산해 내는 계측장치이다. 그런데 SDINS는 항법에 필요한 정보를 외부의 도움없이 연속적으로 제공하는 경우에 시간이 경과함에 따라 항법오차가 크게 증가하는 경향을 보인다[1]. 따라서 이를 방지하기 위해서는 위치 또는 속도보정을 제공하는 비관성 센서의 도움을 받아 항법오차를 줄일 수 있는 보다 발전된 형태의 시스템을 구성하는 것이 바람직하다. 이때 위치정보로는 보통 GPS, 고도계 등이 사용되며, 속도정보로는 Tachometer, Odometer 등이 사용된다[2].

본 논문은 이러한 방향으로의 시도로서, 수중항체에 적용할 목적으로 속도계(Odometer)를 보조 측정장치로 이용하여 SDINS의 항법오차를 보정하는 문제를 다룬다. 속도보정 SDINS의 주요 오차요인은 자이로스코프, 가속도계, 속도계의 측정오차이다. 특히 수중항체의 경우에는 해조류 등의 영향에 의해 속도계의 측정오차가 심하게 발생하게 된다. 따라서 비정상적으로 크게 발생하는 속도계의 측정오차로부터 유발하는 항법오차를 억제하기 위해서는 속도계의 측정오차를 중점적으로 고려한 오차처리방법이 개발하는 것이 필요하다.

### II. 속도보정 SDINS의 개요

local-level 항법좌표계를 사용하는 SDINS의 동작원리를 살펴보면 그림 1과 같다. 동체좌표계에서 측정된 비힘(specific force) 또는 선형가속도  $f^b$ 를 자세계산 알고리즘에 의하여 계산된 좌표변환 행렬  $C^{nb}$ 를 이용하여 항법좌표계상의 선형가속도  $f^n$ 으로 변환시킨 후, 항법컴퓨터에서 다음과 같은 비선형 미분방정식을 풀어서 항체의 위치와 속도를 얻는다[5].

$$\dot{V}^n = C_b^n f^b - (w_{in}^n + w_{ie}^n) \times V^n + g^n \quad (1)$$

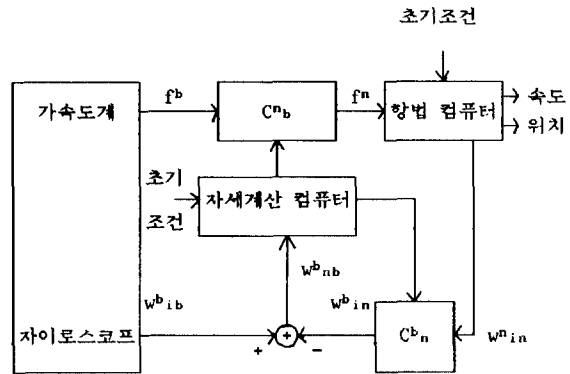


그림 1. SDINS의 구성도

일반적으로 INS의 항법방정식은 9개의 일차 비선형 미분방정식으로 표시된다. 그러나 위치오차는 지구반지름에 비해 아주 작으며, 속도오차는 주행속도에 비해 아주 작고, 자세오차도 매우 작으므로 INS에서 오차의 전파(propagation)는 선형 미분방정식에 의해서 매우 정확히 지배된다고 볼 수 있다[1]. 따라서 대부분의 INS 오차해석은 선형 오차 미분방정식으로 수행된다.

#### 1. 오차방정식

##### (1) 항법오차 방정식

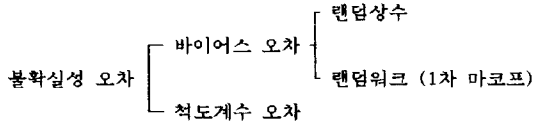
본 논문에서는 동체좌표계와 local-level 항법좌표계 사이의 quaternion을 가지고 묘사된 SDINS 항법오차

방정식[5,6]을 사용한다. 그리고 수증항제의 경우는 고도가 거의 일정하다고 볼 수 있으므로 수평채널만을 고려하기로 한다.

수평채널에 대한 8개의 항법방정식에 섭동기법(perturbation method)을 적용하여 선형화된 속도, 위치, 자세 오차방정식을 얻을 수 있는데, 이의 자세한 유도과정 및 결과식은 지면관계상 참고문헌 [5]를 참조하기 바란다.

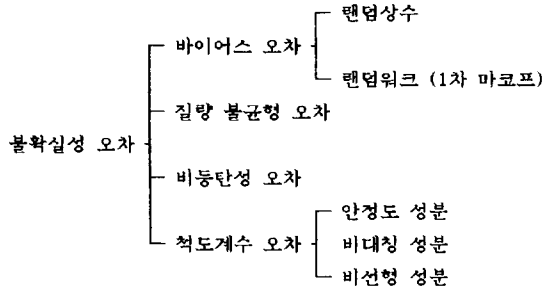
(2) 가속도계 오차모델

가속도계 측정오차는 불확실성 오차와 비정렬 오차에 의해 구동되는 오차항으로 나타내진다[1]. 그리고 불확실성오차는 다시 다음과 같이 구분된다.



(3) 자이로스코프 오차모델

자이로스코프 측정오차도 불확실성 오차와 비정렬 오차에 의해 구동되는 오차항으로 나타내진다[1]. 그리고 불확실성 오차는 다시 다음과 같이 구분된다.



(4) 속도계 오차모델

속도계의 측정오차  $\delta V_x$ (진행방향성분)와  $\delta V_y$ (수평방향성분)은 각각 척도계수 오차  $V_{sf}$ 와 boresight각 오차  $V_{bz}$ 에 의해 구동되는 오차항으로 나타내진다.

$$\delta V_x = V_{sf}V_x, \delta V_y = V_{bz}V_x \quad (2)$$

여기서  $V_x$ 는 속도계 출력이고, boresight각 오차는 속도계 장착방향이 진행방향으로부터 수직축(z)에 대하여 틀어진 각을 의미한다.

2. 칼만필터의 구성

칼만필터는 상태변수의 최적 추정치를 구하는 기구로 구조가 선형적이고 실제값의 평균치와 추정값의 평균치 사이에 바이어스가 없으며 상태변수와 상태추정치 사이의 오차분산을 최소로 하는 특징을 가지고 있다[8].

수평채널 칼만필터의 구성을 위하여 원래 58차이던 플랜트 모델을 20차로 축소시키고 상태방정식으로 변환한다. 구체적으로 항법오차 8개, 관성센서의 바이어스 및 척도계수 오차 10개, 속도계의 척도계수 및 boresight각 오차 2개를 상태변수로 규정하여, 수평채널의 플랜트 모델을 연속 선형 상태방

정식과 이산(discrete) 측정방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\dot{x}(t) = F(t)x(t) + Gw(t) \quad (3)$$

$$z(t_k) = H(t_k)x(t_k) + v(t_k) \quad (4)$$

여기서  $x$ 는 20차의 상태벡터이고,  $z$ 는 수평채널 속도성분 측정치로서 SDINS의 계산치와 항법좌표계로 변환된 속도계 측정치의 차이로 구해진다. 공정잡음  $w(t)$ 와 측정잡음  $v(t_k)$ 는 서로 상관관계가 없고(uncorrelated) 각각 영평균 백색잡음이며, 그 분산행렬은 각각  $Q(t)$ 와  $R(t_k)$ 로서 모두 정칙성(positive-definiteness)을 갖는다.

칼만필터를 속도보정에 적용하는 경우에 그림2와 같이 시스템과 칼만필터가 분리되어 있고 칼만필터의 추정치를 시스템에 되먹임하는 간접 되먹임(indirect feedback) 방식으로 구성되고 있다[5,7]. 이 방식은 선형화된 플랜트의 오차전파 특성을 선형적으로 유지할 수 있다.

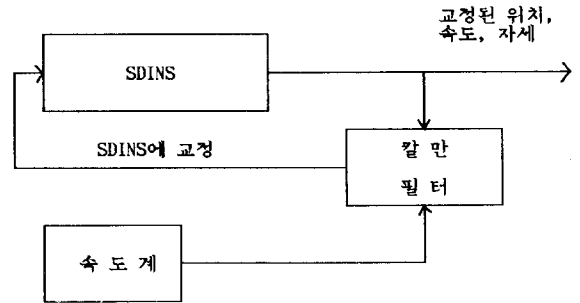


그림 2. 간접 되먹임 구성방식

이산형태의 칼만필터를 구현하기 위하여 (3)식의 연속시간 상태방정식을 이산화 할 필요가 있다. 바이어스 분리 추정을 위해 바이어스항을 측정방정식에 추가한다.

$$x(k+1) = \Phi(k)x(k) + Gw(k) \quad (5)$$

여기서  $\bar{w}(t_k)$ 는 역시 영평균 백색잡음으로 분산행렬  $\bar{Q}(t_k)$ 를 갖는다. (5)와 (4)의 플랜트 모델을 기반으로 간접 되먹임 칼만필터 알고리즘은 다음과 같이 편성된다.

i) 칼만 이득행렬  $K(t_k)$ 를 계산하고, 공분산 행렬  $P(t_k)$ 를 보강한다(update).

$$K(t_k) = \bar{P}(t_k)H^T(t_k)[H(t_k)\bar{P}(t_k)H^T(t_k) + R(t_k)]^{-1} \quad (6)$$

$$P(t_k) = \bar{P}(t_k) - K(t_k)H(t_k)\bar{P}(t_k) \quad (7)$$

ii) 측정치  $z(t_k)$ 를 사용하여 최적 추정치  $\hat{x}(t_k)$ 를 구한다.

$$\hat{x}(t_k) = K(t_k)z(t_k) \quad (8)$$

iii)  $P(t_k)$ 는 시스템 행렬에 의해 다음과 같이 전파된다.

$$\bar{P}(t_{k+1}) = \Phi(t_k)P(t_k)\Phi^T(t_k) + G\bar{Q}(t_k)G^T \quad (9)$$

iv) 단계 i)로 돌아가 다음번 k에 대해 똑같은 과정을 반복한다.

참고로 이 방식의 잔여치  $r(t_k)$ 는 측정치  $z(t_k)$ 와 일치한다.

### III. 속도보정 시뮬레이션

이 장에서는 속도계에 비정상적으로 큰 측정오차가 발생했을 경우에 속도보정 칼만필터의 성능이 보장되지 못하는 문제점을 시뮬레이션을 통하여 지적한다.

수중항체가 발사되자마자 해류의 영향을 받아 속도계에 측정 바이어스가 지속적으로 발생했다고 가정하자. 좀 더 구체적으로 그림 3에서 보는 바와 같이 수중항체가 21초간의 가속을 거친 뒤 정북 방향으로 등속 항진하는 상황에서 1차 마코프 프로세스(Markov Process)로 모델링되는 해류의 영향을 정면으로 받아

$$\dot{V}_c = -V_c/\tau_c + \omega_c \quad (10)$$

진행방향의 속도계에 측정오차가 발생하는 것으로 본다. (10)식에서  $V_c$ 는 해류의 속도,  $\tau_c$ 는 상관 시간,  $\omega_c$ 는 영평균 백색잡음을 나타내며, 초기속도  $V_c(0)$ 는 랜덤상수로 크기(1 $\sigma$ )가 1.607 ft/sec,  $\tau_c$ 는 0.33~2.5 hour 범위의 상수,  $\omega_c$ 의 공분산은  $2\sigma^2/\tau_c$ 로 주어진다.

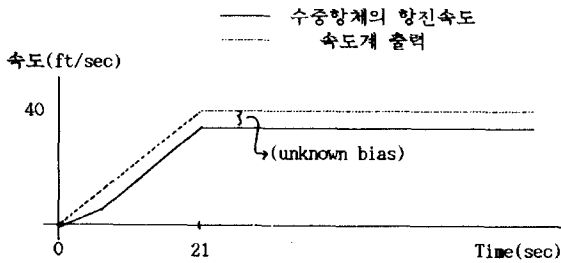


그림 3. 바이어스의 발생 형태

관성센서의 오차요소로는 중급 SDINS에 들어가는 단축 가속도계와 단축 자이로스코프의 오차모델 및 오차크기를 사용하였고, 중력오차는 고도가 일정하게 유지되는 주행궤도인 점을 감안하여 랜덤상수로 가정하였다(자세한 사항은 [5]참조). 속도계 오차요소인 척도계수 오차와 boresight각 오차는 랜덤상수로 가정하여 rms(root mean square) 초기값을 각각 0.05, 0.001로 두었다. 또한 수중항체의 초기 선수각(heading) 오차와 레벨각(level) 오차를 0.1도로 놓고, 해류의 상관시간  $\tau_c$ 를 2.5 hour로 지정하였다.

그림 4는 속도보정 시뮬레이션 수행과정을 보여주고 있다. 앞에 열거한 조건아래서 시뮬레이션을 수행한 결과가 그림 5에 주어져 있다. 이러한 결과는 몬테칼로(Monte-Carlo) 시뮬레이션 기법[9]을 이용하여 취득되었다. IBM PC/386상에서 난수 발생용 seed를 변화시키면서 40번의 실행을 거듭한 후, rms를 취하여 최종결과를 얻었다. 참고로 수중항체의 가속구간인 처음 21초 동안은 칼만필터의 공분산 보강만을 수행하다가 수중항체가 등속으로 진입한 24초 부터 오차 추정치를 보상하는 속도보정이 이루어지도록 하였다.

그림 5의 결과는 수중항체의 등속 항진중에 속도계의 측정바이어스가 지속적으로 일어났을 경우에 대해 항법성능이 얼마나 저하되는가를 보여주는 것으로, 예상한 바와 같이

바이어스의 영향이 항법오차에 지속적으로 나타나며 특히 N축 속도오차에는 측정 바이어스가 직접 전파되어 있는 것처럼 보인다.

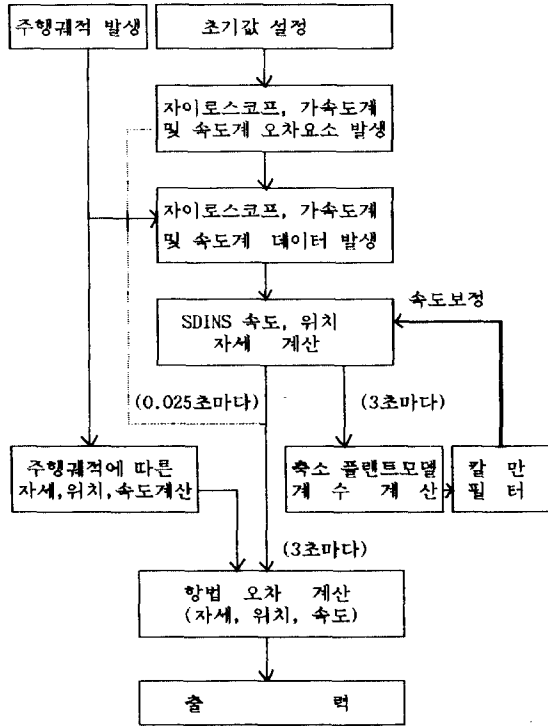
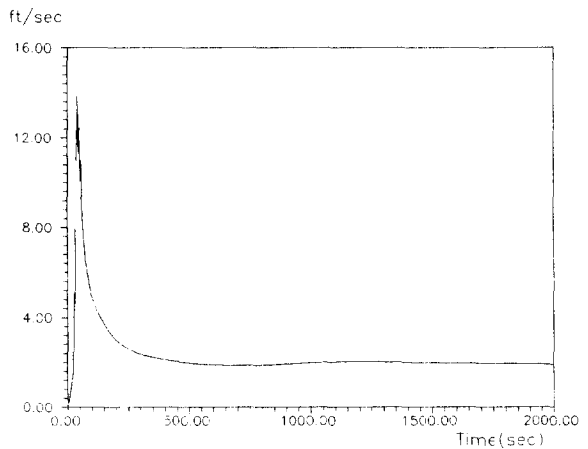
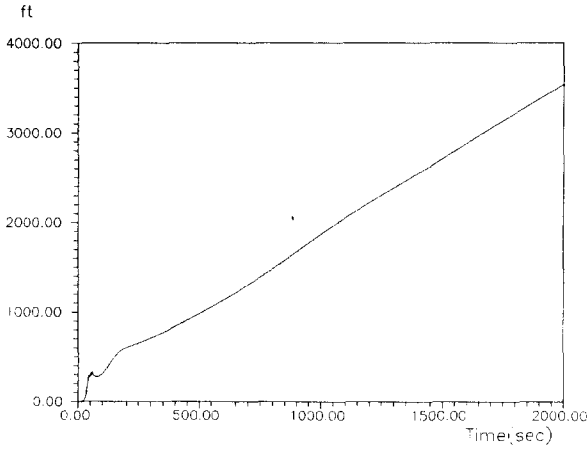


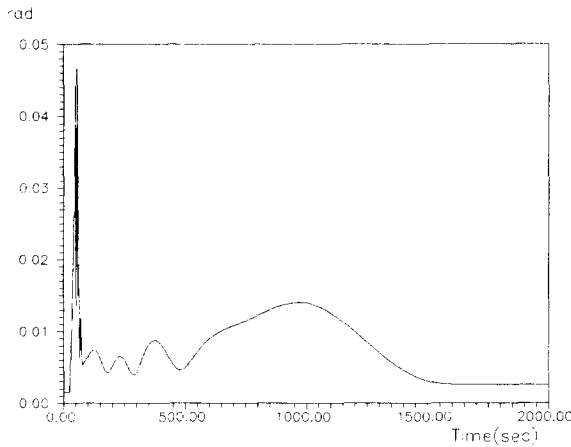
그림 4. 시뮬레이션 흐름도



(a) N축 속도오차



(b) 위도오차



(c) D축 자세오차

그림 5. 속도보정 성능

#### IV. 속도계 오차처리방법

앞장의 시뮬레이션을 통하여 속도계 측정 바이어스가 속도 보정 SDINS에 미치는 영향이 결코 무시할 수 없는 것임을 알 수 있었다. 따라서 속도계에 비정상적인 측정오차의 바람직스럽지 못한 영향을 처리해 나갈 수 있는 방안이 필요하다.

##### 1. 바이어스 분리 추정방법

이 방안은 정상적인 속도보정 칼만필터와는 별도로 미지의 바이어스 크기를 추정하여 그 영향을 칼만필터의 상태 추정치에 반영해 주는 방법이다[3,4].

속도계 바이어스 항이 측정 방정식에 직접 나타나는 형태의 플랫폼 모델을 생각하자.

$$x(k+1) = \Phi(k)x(k) + G\bar{w}(k) \quad (11)$$

$$z(k) = H(k)x(k) + E(k)b(k) + v(k) \quad (12)$$

여기서  $k$ 는  $t_k$ 의 생략된 표현이고  $b$ 는 미지의 바이어스 성분으로  $b$ 가 상수인 경우는 다음과 같이 수식화된다.

$$b(k+1) = b(k) \quad (13)$$

(11)의 상태벡터  $x$ 는 원래의  $x$ 에서 속도계 척도계수 오차  $V_{af}$ 와 boresight각 오차  $V_{bz}$ 를 뺀 나머지 18차로 구성된다. 이는 측정방정식상에서 랜덤상수  $V_{af}$ 와  $V_{bz}$ 가 바이어스  $b$ 와 중복되게 나타나므로,  $V_{af}$ 와  $V_{bz}$ 에 의한 측정오차를  $b$ 에 포함시켜 생각할 수 있기 때문이다. 그리고 (12)의  $E(k)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$E = - \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}^T \quad (14)$$

여기서  $C_{ij}$ 는 좌표변환행렬  $C_b^p$ 의  $(i,j)$ 번째 원소를 나타낸다. 앞의 플랫폼 모델에 대해 상태벡터  $x(k)$ 와 바이어스  $b(k)$ 를 분리 추정하는 과정을 요약하면 다음과 같다. 먼저 바이어스가 없는 것처럼 간주하여 상태벡터를 추정하는 칼만 필터의 계산 과정에 대해 살펴보자.

1) 칼만 이득행렬을 계산하고 공분산 행렬을 보강한다.

$$K(k) = \bar{P}(k)H^T(k)[H(k)\bar{P}(k)H^T(k) + R(k)]^{-1} \quad (15)$$

$$P(k) = \bar{P}(k) - K(k)H(k)\bar{P}(k) \quad (16)$$

2) 전 단계의 상태 추정치  $\bar{x}(k-1)$ 로부터 상태 예측치  $\bar{x}(k|k-1)$ 을 계산한다. (편의상  $x(\bar{k}|k-1)$ 을  $x(\bar{k})$ 라 놓는다.)

$$\bar{x}(k) = \Phi(k-1)\bar{x}(k-1) \quad (17)$$

3)  $\bar{x}(k)$ 와 측정치  $z(k)$ 를 이용하여 칼만 필터의 잔여치를 얻는다.

$$r(k) = z(k) - H(k)\bar{x}(k) \quad (18)$$

4)  $r(k)$ 와  $\bar{x}(k)$ 를 이용하여 원하는 상태 추정치를 얻는다.

$$\hat{x}(k) = \bar{x}(k) + K(k)r(k) \quad (19)$$

5) 공분산 행렬  $P(k)$ 는 시스템 동특성에 의하여 다음과 같이 전파된다.

$$\bar{P}(k+1) = \Phi(k)P(k)\Phi^T(k) + GQ(k)G^T \quad (20)$$

한편으로 바이어스 추정기의 계산과정은 다음과 같이 요약된다.

1) 바이어스 추정기의 공분산 행렬  $M$ 을 계산한다.

$$M^{-1}(k+1) = M^{-1}(k) + S^T(k)[H(k)\bar{P}(k)H^T(k) + R(k)]^{-1}S(k) \quad (21)$$

여기서

$$S(k) = H(k)U(k) + E(k) \quad (22)$$

$$V(k) = U(k) - K(k)S(k) \quad (23)$$

$$U(k+1) = \Phi(k)V(k) \quad (24)$$

2) 바이어스 추정기의 이득  $K_b(k)$ 를 계산한다.

$$K_b(k) = M(k+1)[V^T(k)H^T(k) + E^T(k)]R^{-1}(k) \quad (25)$$

3) 바이어스 추정치  $\hat{b}$ 를 구한다.

$$\hat{b}(k) = [I - K_b(k)S(k)]\hat{b}(k-1) + K_b(k)r(k) \quad (26)$$

4) 추정된  $\hat{b}$ 를 이용하여 칼만 필터의 상태 추정치를 보상한다.

$$\hat{x}(k) = \tilde{x}(k) + V(k)\hat{b}(k) \quad (27)$$

5) 상태벡터 추정기의 단계 (1)로 돌아가 다음번  $k$ 에 대해 똑같은 과정을 수행한다.

본 방식에서는 최종적으로 바이어스 영향이 보상된 상태 추정치  $\hat{x}(k)$ 를 되먹임하여 SDINS에 교정해 주기 때문에 교정해 주고 나서 다음 시점에서는  $\hat{x}(k)$ 의 시스템 동특성에 의한 전파량  $\Phi(k)\hat{x}(k)$ 를 영으로 놓을 수 있다[7]. 따라서 (27)식으로 부터 다음의 관계식이 성립하고

$$\Phi(k)\tilde{x}(k) = -\Phi(k)V(k)\hat{b}(k) \quad (28)$$

(28)식을 (17)식에 대입하여 정리하면 상태 예측치  $\tilde{x}(k)$ 가 바이어스 추정치를 가지고 계산되는 새로운 식이 유도된다.

$$\tilde{x}(k) = -\Phi(k-1)V(k-1)\hat{b}(k-1) \quad (29)$$

## 2. 시뮬레이션 결과

III장 2절의 그림 3과 같이 속도계 바이어스를 발생시키고 바이어스 분리 추정방법을 적용한 시뮬레이션이 수행되었다. 시뮬레이션 조건을 앞의 경우(조건 1)와 동일하게 놓고, 수중항체가 등속항진에 진입한 24초 시점부터 바이어스 추정기를 구동하여 시뮬레이션한 결과가 그림 6-7에 주어져 있다. 그림에서 보듯이 바이어스 추정기는 미지의 바이어스 크기를 잘 추정하여 속도보정 칼만필터의 상태 추정치에 그 영향을 반영해 줌으로써 항법오차가 크게 개선되는 것으로 나타났다.

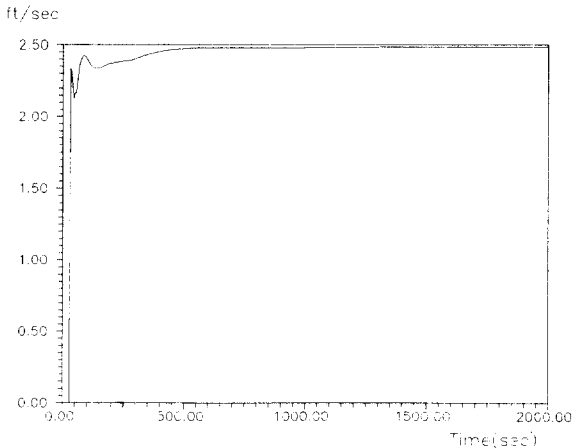
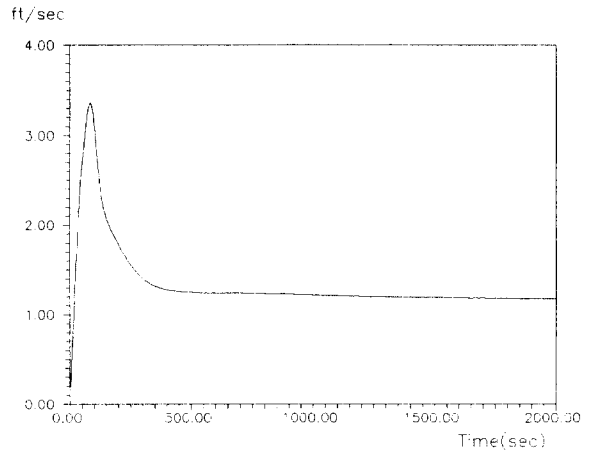
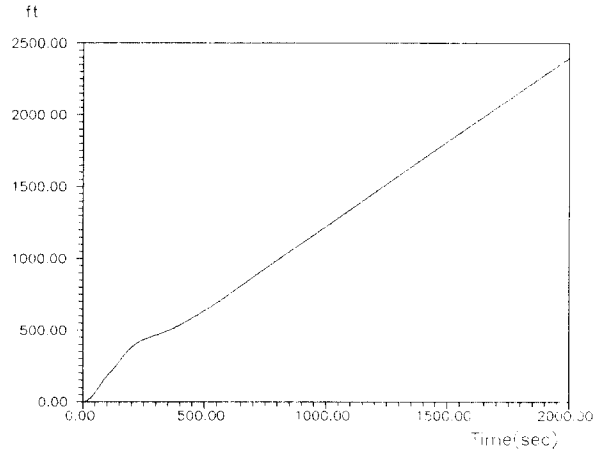


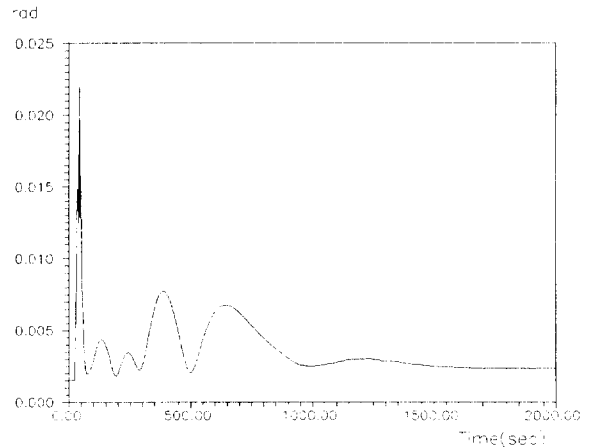
그림 6. N축 바이어스 추정 형태 : 조건 1



(a) N축 속도오차



(b) 위도오차



(c) D축 자세오차

그림 7. 바이어스 분리 추정방법의 성능 : 조건 1

비교적 좋지 않은 상황에서도 바이어스 분리 추정방법이 유효한 지를 보기 위하여 초기의 선수각 오차가 0.5도,

레벨각 오차가 0.1도, 해류의 상관시간이 0.33 hour인 경우(조건 2)를 설정하여 시뮬레이션한 결과가 그림 8-9에 주어져 있다. 그림에서 보듯이 전의 조건에 비해 약간 증가되긴 했지만, 바이어스 분리 추정방법의 효과가 여전히 발휘되고 있음을 알 수 있다.

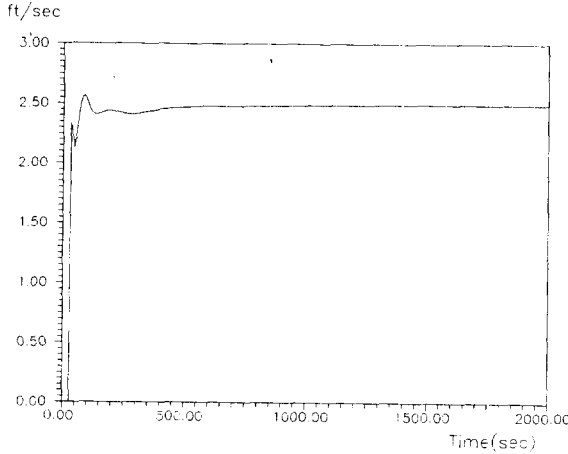
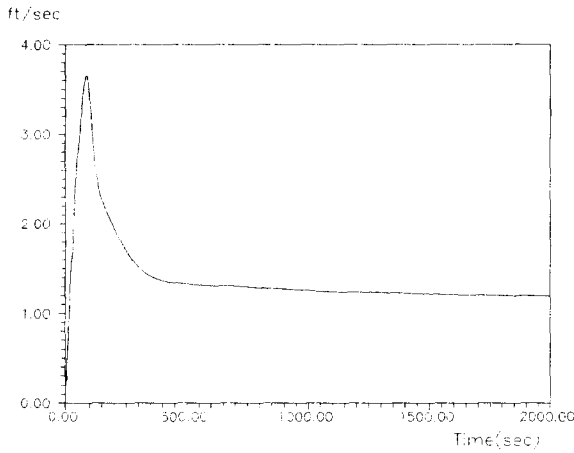
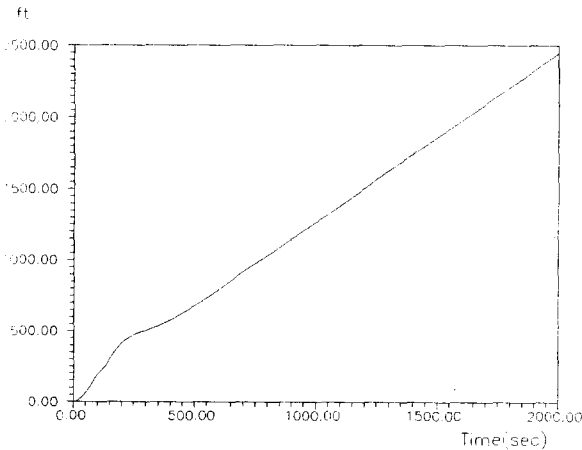


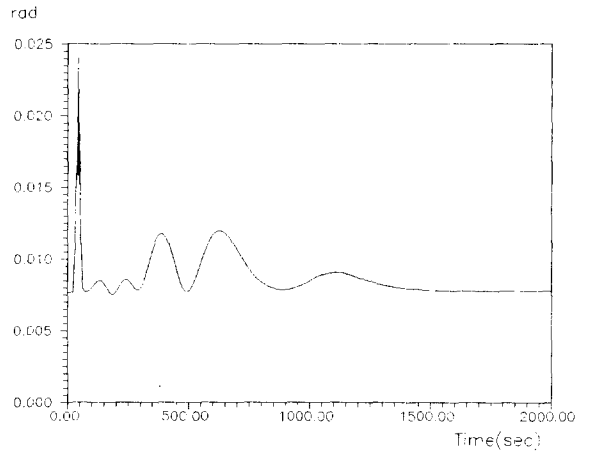
그림 8. N축 바이어스의 추정형태 : 조건 2



(a) N축 속도오차



(b) 위도오차



(c) D축 자세오차

그림 9. 바이어스 분리 추정방법의 성능 : 조건 2

### V. 결론

본 논문에서는 수중항체용 SDINS에 대해 속도계 측정오차를 중점적으로 고려한 오차처리기법이 제시되었다. 우선 속도계에 비정상적으로 큰 측정오차가 발생했을 때 정상적인 (bias-free) 칼만필터에 의한 단순한 속도보정 만으로는 항법성능이 크게 저하됨을 시뮬레이션을 통하여 지적하였다. 그리고 바이어스 분리 추정방법을 도입하여 미지의 바이어스 크기를 추정하고 그 영향을 칼만필터의 상태 추정치에 보상해 줌으로서 종전에 비해 항법오차를 30% 이상 감소시켰다. 따라서 제시된 오차처리기법은 수중항체에서와 같이 해조류의 영향에 의해 속도계 측정 바이어스가 지속적으로 나타나는 경우에 효과가 있음을 알 수 있었다.

추후에 해조류의 힘이 수중항체의 옆 방향으로 작용할때에 대한 시뮬레이션 결과가 제시될 예정이다.

### 참고 문헌

- [1] K. R. Britting, *Inertial Navigation System Analysis*, John Wiley & Sons, 1971.
- [2] J. L. Farrell, *Integrated Aircraft Navigation*, Academic Press, 1976.
- [3] B. Friedland, "Treatment of Bias in Recursive Filtering," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 14, pp. 359-367, 1969.
- [4] B. Friedland, "Notes on Separate Bias Estimation," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 23, pp. 735-738, 1978.
- [5] 박 흥원, "스트랩다운 관성항법장치에의 영속도 보정 칼만필터 구성 및 성능분석," *서울대학교 석사학위 논문*, 1988.
- [6] M. Shibata, "Error Analysis of Strapdown Inertial Navigation Using Quaternion," *J. Guidance*, pp. 379-381, May-June 1986.
- [7] P. S. Maybeck, *Stochastic Models, Estimation and Control*, vol. 1 & 2, Academic Press, 1979.
- [8] A. Gelb, *Applied Optimal Estimation*. MIT Press, 1974.
- [9] R. Y. Rubinstein, *Simulation and the Monte Carlo Method*, John Wiley & Sons, 1981.