

시선좌표계에서의 분리추적필터를 이용한 개선된 입력추정기법

성태경, 황익호, 이장규

이양원, 김경기

서울대학교 제어계측공학과

국방과학연구소

A Practical Adaptive Tracking Filter for a Maneuvering Target

T.K. Sung, I.H. Whang, J. G. Lee

Y. W. Lee, K. K. Kim

Department of Control and Instrumentation Engineering, Seoul National University

The Agency for Defence Development

Abstract - A practical adaptive tracking filter for a maneuvering target is proposed in this paper by combining a modified input estimation technique with pseudo-residuals and a decoupled tracking filter in line-of-sight Cartesian coordinate system. Since the adaptive tracking filter has decoupled structure and computes maneuver input estimates for each axis separately, it requires much less computations compared with the conventional tracking filter with MIE technique without degrading performance. Also, since pseudo-measurement noises in line-of-sight Cartesian coordinate system are much less correlated compared with those of inertial Cartesian coordinate system, the proposed tracking filter produces less false alarms or miss detections to improve the performance.

Keywords - adaptive tracking filter, maneuvering target, decoupled tracking filter, line-of-sight coordinate system, input estimation technique

I. 개 요

표적추적필터의 문제점중에서 기동하는 표적에 대한 적응추적필터(adaptive tracking filter)의 연구는 최근 30여년동안 활발히 이루어져 왔다. 일반적인 감시레이다(surveillance radar) 측정치를 이용하여 표적 추적필터를 구성함에 있어서 단순한 선형필터만으로는 기동이 심한 표적을 성공적으로 추적하기 어려우며, 이러한 문제점을 해결하기 위하여 여러 기법의 적응추적필터가 제안되었다. [2-4] 이러한 적응추적필터들중에서 우수한 성능을 보이는 Bogler의 입력추정기법(input estimation technique)은 CHP알고리즘[6-7]을 개선하여 기동입력뿐 아니라 기동개시시간을 추정함으로써 추적성능의 향상을 기하였다. [5] Bogler의 기법에서 추정되는 기동개시시간의 폭이 지나치게 커지는 것을 방지하기 위해서는 Singer가 제시한 모델[1]에서와 같이 공정잡음 공분산 Q를 추가하여 작은 크기의 기동에 대처하게 하는 것이 바람직하다. 그러나 공정잡음 공분산을 추가함으로써 기동이 큰 표적의 경우에는 기동초기에 잔류오차(residual)의 증가가 억제되고, 그 결과 기동탐지가 지연되거나 기동이 탐지되지 않아서 추정치가 편향된다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여, 이전 측정치와 기동수준 변화시간의 표적속도 추정치 및 기동입력의 크기로부터 예측추정치를 계산한 의사잔류오차(pseudo-residual)와 Singer모델을 개선한 기동표적모델을 이용한 기동입력추정기법이 발표되었다. [8-9] 이 기법에서는 기동이 일어난 이후에 신뢰성이 저하되는 잔류오차대신, 기동에 영향을 받지 않는 이전 측정치 및 기동이 일어나기 이전의 추정치들을 이용하여 만든 의사잔류오차로부터 기동을 탐지하였다. 그 결과, 이 기법은

기동탐지의 지연을 방지할 수 있어서 추정치가 편향되지 않고 추적성능이 향상되며, 추정되는 기동개시시간의 폭이 좁고 계산량도 작기 때문에 실시간 구현이 가능하다.

Bogler나 Whang의 입력추정기법들은 각축의 측정잡음이 독립적(independent)인 선형측정치입을 가정하고 유도되었는데, 실제 레이더 측정치는 극좌표계(polar coordinate system)로 얻어진다. 극좌표계의 측정치는 관성좌표계(inertial coordinate system)에서 선형으로 표시된 표적모델과 더불어 필터를 구성할 때, 두 좌표계간의 비선형관계에 의하여 비선형필터를 사용하거나 극좌표계의 측정치를 관성좌표계로 변환하여 선형필터를 이용해야 한다. 이러한 경우, 세축이 서로 연관되어 세축을 동시에 계산해야 하므로 계산량이 많아지며, 특히 입력추정기법을 적용하였을 경우에는 계산량이 너무 많아져서 실시간(real-time) 구현이 불가능하다. 그러므로 입력추정기법을 실제에 적용하기 위해서는 각 축을 분리하여 필터를 구성해야 하며, 이러한 방법으로는 관성좌표계에서의 의사선형측정잡음 공분산(pseudo-linear measurement noise covariance)을 대각행렬(diagonal matrix)로 근사화하여 분리필터를 구성하거나 시선좌표계(line-of-sight coordinate system)에서의 분리추적필터를 이용하는 방법등이 있다. [10-13] 이러한 방법중에서 관성좌표계에서의 의사선형측정잡음은 특정한 고각(elevation)과 횡각(bearing 혹은 azimuth)에 대하여 각축간, 특히 x-y축간의 연관도(coupling ratio)가 크기 때문에 관성좌표계에서의 의사선형측정잡음의 연관성을 무시하고 측정잡음공분산을 대각행렬로 근사화한 필터는 성능이 저하되는 경향이 있다. [14] 이에 반하여 시선좌표계에서의 분리추적필터는 성능면에서 세축이 서로 연관된 관성좌표계에서의 추적필터와 거의 동등하면서 각축을 분리하여 오차공분산행렬에 대한 필터식을 계산할 수 있으므로 계산량이 작다. 또한 이 분리필터는 표적에 대한 레이더 각변화율이 충분히 작은 경우, 필터의 안정성도 보장할 수 있다. [12-13]

본 논문에서는 비선형측정치와 기동표적문제들을 동시에 해결할 수 있는 방안으로써 시선좌표계에서의 분리추적필터의 추정정보들에 대하여 의사 잔류오차를 이용한 입력추정기법을 유도하였다. 시선좌표계에서의 분리추적필터는 우수한 성능을 유지하면서 계산량이 작다는 장점의외에, 입력추정기법의 기동탐지논리에서 세축이 서로 독립적이라는 카이제곱분포(Chi square distribution)의 가정을 만족하므로, 시선좌표계에서 구성된 입력추정기법은 오차확률들을 줄일 수 있다는 장점을 가진다. 한편, 의사잔류오차를 이용한 입력추정기법은 추정된 기동개시시간의 폭이 좁기 때문에, 현재시간의 의사선형측정치들 과거 기동개시시간의 시선좌표계상으로 변환했을 때에도 각 축의 측정잡음들의 연관성이 작고 계산량도 대폭 감소시킬 수 있다. 이와 같은 경우에 일정 가정치에서 잔류오차 공분산을 대각행렬로 근사화할 수 있으며, 그 결과, 세축을 분리하여 입력추정기법을 구성할 수 있다. 이와 같은 적응추적필터는 각축을 분리하여 필터를 구성할 수 있으므로 계산량이 대폭 감소되어 실시간 구현이 가능하고 기동표

적에 대하여 우수한 추적성능을 유지할 수 있으리라 예상된다.

II. 시선좌표계에서의 분리추적필터를 이용한 개선된 입력추정기법

1. 표적모델

표적모델은 표적의 운동을 정확히 묘사하는 동시에 실시간 구현을 위하여 간단하게 구성되어야 한다. 1970년에 Singer가 기동 표적을 위한 표적모델을 제안한 이후에 많은 기동표적모델들이 발표되었다. [1] 본 논문에서의 적응추적필터에서는 입력추정기법에 의하여 기동입력 크기의 추정치를 구할 수 있으므로 기동가속도가 그림 1과 같이 변화가능한 일정 입력수준(input level) 부근에서 섭동(perturbation)한다고 가정하였다. 입력수준은 입력추정기법으로부터 구한 기동입력 추정치로 정의되며 변화가능한 값이다. 만약 섭동입력을 Singer 모델과 같이 시간상관 자기감소 프로세스(time correlated auto-regressive process)로 가정하고 이산화시키면 다음과 같은 세축에 대한 이산표적모델을 만들 수 있다. [8-9]

$$\begin{aligned} \underline{x}(k+1) = & F\underline{x}(k) + F_B(u-u_0)\delta(k-n) + G u_0 \\ & + G(u-u_0)\mathbf{1}(k-n+1) + \omega(k) \end{aligned} \quad (1)$$

식에서 $\underline{x}(k)$ 는 표적의 세축에 대한 위치, 속도, 가속도를 원소로 하는 이산시스템의 상태변수이고 u 와 u_0 는 각각 기동수준 변화시간 n 이전과 이후의 세축에 대한 입력수준이다. 한편, $\omega(k)$ 는 [1]에서 주어진 공분산 Q 를 갖는 9×1 영평균 백색 가우시안 잡음벡터이며, $\delta(\cdot)$ 와 $\mathbf{1}(\cdot)$ 는 각각 크로네커 델타함수(Kronecker delta function)와 계단함수(step function)를 나타낸다. 또한 O_3 , I_3 를 각각 3×3 영행렬과 단위행렬이라 할때, F , B , G 는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} F = & \begin{bmatrix} I_3 & \Delta t I_3 & \tau^2(-1 + \Delta t/\tau + e^{-\Delta t/\tau}) I_3 \\ O_3 & I_3 & \tau(1 - e^{-\Delta t/\tau}) I_3 \\ O_3 & O_3 & e^{-\Delta t/\tau} I_3 \end{bmatrix} \\ B = & [O_3 \quad O_3 \quad I_3]' \\ G = & \begin{bmatrix} \frac{\Delta t^2}{2} I_3 - \tau^2(-1 + \frac{\Delta t}{\tau} + e^{-\Delta t/\tau}) I_3 \\ \Delta t I_3 - \tau(1 - e^{-\Delta t/\tau}) I_3 \\ I_3 - e^{-\Delta t/\tau} I_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

본 논문에서 고려하는 입력추정기법은 표적이 기동을 시작하면 기동의 크기 및 기동개시시간등을 추정하여 이를 보상하는 기법이다. 이때 추정된 기동입력의 크기는 식(1)의 새로운 기동의 수준 u 로 간주하여 사용할 수 있으므로 새로운 기동표적모델은 입력추정기법에 알맞은 구조를 갖는다. 또한 제안된 기동표적모델은 기동수준이 0일 때는 Singer의 표적모델과 동일하지만 장시간 기동하는 표적이거나 기동의 크기가 큰 표적의 경우, 입력추정기법을 이용하여 기동을 검출하고 기동수준을 변화시킴으로써 보다 정확히 기동표적의 운동특성을 묘사할 수 있다.

2. 시선좌표계에서의 분리추적필터

추적시스템의 실시간 구현을 위해서 선형분리추적필터(linear decoupled tracking filter)가 필요하며 시선좌표계에서의 분리추적필터는 실제 적용에 자주 이용된다. 시선좌표계는 x 축이 표적의 예측추정위치를 향한 시선(line-of-sight)상에 위치하도록 정

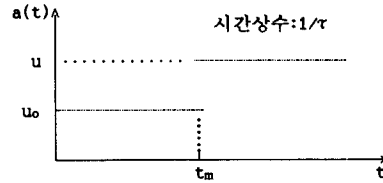


그림 1. 새로운 기동모델에서의 기동가속도

의된 시선좌표계상에서 구성된 필터로써, 새로운 추정치가 얻어질 때마다 매번 구성해야 한다. 세축의 잡음이 서로 심하게 연관된 관성좌표계에서의 의사선형측정치(pseudo-linear measurement)와 비교할 때, 시선좌표계에서의 의사선형측정치잡음은 근사적으로 대각인 공분산행렬을 갖기때문에 세축의 분리가 가능하며 그결과 계산량을 대폭 줄일 수 있다. 몇가지 근사화를 통하여 표적의 운동에 따른 시선좌표계의 회전운을 고려하는 다음과 같은 시선좌표계에서의 분리추적필터를 구할 수 있다. [11-13]

System Propagation

$$\hat{\underline{x}}^{k-1}(k/k-1) = F \hat{\underline{x}}^{k-1}(k-1/k-1) \quad (3)$$

$$P(k/k-1) = F P(k-1/k-1) F' + Q(k) \quad (4)$$

Coordinate Update

$$\hat{\underline{x}}^k(k/k-1) = \Delta T_3(k/k-1) \hat{\underline{x}}^{k-1}(k/k-1) \quad (5)$$

$$T_3(k) = \Delta T_3(k/k-1) T_3(k-1) \quad (6)$$

$$\Delta T_3(k/k-1) \equiv T_3(\Delta\phi(k), \Delta\hat{\theta}(k)) \quad (7)$$

$$\Delta\phi(k) = \tan^{-1} \left(\frac{\hat{y}^{k-1}(k/k-1)}{\hat{x}^{k-1}(k/k-1)} \right)$$

$$\Delta\hat{\theta}(k) = \tan^{-1} \left(\frac{\hat{z}^{k-1}(k/k-1)}{\{(\hat{x}^{k-1}(k/k-1))^2 + (\hat{y}^{k-1}(k/k-1))^2\}^{1/2}} \right)$$

Measurement Update

$$\hat{\underline{z}}^k(k/k) = \hat{\underline{z}}^{k-1}(k/k-1) + K(k)[\underline{z}^k(k) - H\hat{\underline{x}}^{k-1}(k/k-1)] \quad (8)$$

$$P(k/k) = [I - K(k)H] P(k/k-1) \quad (9)$$

$$K(k) = P(k/k-1)H'[HP(k/k-1)H' + R^k(k)]^{-1} \quad (10)$$

식에서 위첨자 k 는 k 번째 예측추정치를 이용하여 구성된 시선좌표계상의 값을 의미하며 시선좌표계상의 의사선형측정치 $\underline{z}_L(k)$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \underline{z}^k(k) = & T_3(k) \underline{z}_1(k) \\ \approx & H \underline{x}^k(k) + \underline{v}^k(k) \end{aligned} \quad (11)$$

$$T_3(k) = \begin{bmatrix} \cos\hat{\phi}(k)\cos\hat{\theta}(k) & \sin\hat{\phi}(k)\cos\hat{\theta}(k) & \sin\hat{\theta}(k) \\ \sin\hat{\phi}(k) & \cos\hat{\phi}(k) & 0 \\ \cos\hat{\phi}(k)\sin\hat{\theta}(k) & -\sin\hat{\phi}(k)\sin\hat{\theta}(k) & \cos\hat{\theta}(k) \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\hat{\phi}(k) = \tan^{-1}(\hat{y}(k)/\hat{x}(k))$$

$$\hat{\theta}(k) = \tan^{-1}[(\hat{z}(k)/\{\hat{x}^2(k) + \hat{y}^2(k)\}^{1/2})]$$

$$\underline{v}^k(k) = [v_r(k) \quad \hat{r}(k)\cos\hat{\theta}(k)v_\phi(k) \quad \hat{r}(k)v_\theta(k)]' \quad (13)$$

$$H = [I_3 \quad O_3 \quad O_3] \quad (14)$$

식에서 $\underline{z}_1(k)$ 는 관성좌표계에서의 의사선형측정치이고 $T_3(k)$ 는 식(12)와 같이 주어지는 관성좌표계로부터 시선좌표계로의 좌표 변환행렬이며 $\hat{x}(k)$, $\hat{y}(k)$, $\hat{z}(k)$ 는 관성좌표계에서의 표적위치 예측추정치이다. $\underline{v}^k(k)$ 는 근사화된 시선좌표계에서의 의사선형측정

잡음으로서 다음과 같은 대각행렬의 공분산을 갖는다.

$$R^k(k) = E\{z^k(k)z^k(k)'\} \\ = \begin{bmatrix} \sigma_r^2(k) & 0 & 0 \\ 0 & r^2(k)\cos^2\theta(k)\sigma_\phi^2(k) & 0 \\ 0 & 0 & r^2(k)\sigma_\theta^2(k) \end{bmatrix} \quad (15)$$

또한 $T_9(k)$ 는 다음과 같이 정의된 행렬이다.

$$T_9(k) = \begin{bmatrix} T_3(k) & O_3 & O_3 \\ O_3 & T_3(k) & O_3 \\ O_3 & O_3 & T_3(k) \end{bmatrix} \quad (16)$$

시선좌표계에서의 분리추적필터는 근사화 필터로서 초기 오차공분산행렬 $P(0)$ 의 3×3 부행렬이 대각행렬일 경우, 세축을 분리하여 필터를 구성할 수 있으며, 이러한 경우, 우수한 추적성능을 유지하면서 계산량이 대폭 감소되는 장점을 가진다. 또한 이 필터는 측정치 샘플링주기가 충분히 짧고 표적까지의 거리가 충분히 멀어서 고각 및 횡각의 각변화율이 작을 경우에는 필터의 안정성도 보장할 수 있다.[12-13] 그러므로 입력추정기법과 시선좌표계에서의 분리추적필터를 결합시키면 비선형측정치문제와 기동표적문제를 동시에 해결할 수 있는 실제적인 적응추적필터를 구성할 수 있다.

3. 시선좌표계에서의 분리추적필터를 이용한 개선된 입력추정기법

Whang등이 제안한 의사잔류오차를 이용한 개선된 입력추정기법은 작은 기동의 표적은 Singer모델의 공정잡음공분산 Q 을 이용하여 추적하고 큰 기동의 표적에 대해서는 입력추정기법을 이용하여 기동의 크기 및 기동수준 변화시간을 추정하여 필터를 보상함으로써 추적성능을 향상시키는 기법이다. 이 기법에서는 큰 기동이 표적에 인가될 때 공정잡음공분산 Q 에 의하여 기동탐지가 지연되는 것을 방지하기 위하여 이전측정치와 기동수준 변화시간의 속도등을 이용하여 만든 표적의 예측위치와 현재의 측정치로부터 새로운 의사잔류오차를 정의하고, 이를 이용하여 기동탐지 및 보상을 한다. 개선된 입력추정기법은 임의의 크기나 형태의 기동에 대하여 항상 편향되지 않은 추정치를 제공하며, Bogler의 입력추정기법과 비교할 때 향상된 성능을 보인다. 이러한 기법을 실제로 적용시키기 위해서는 비선형측정치문제를 고려해야 하며, 본 논문에서는 시선좌표계에서의 분리추적필터와 결합시킴으로써 실시간 적응추적필터를 구현한다. 이와 같은 필터의 자세한 유도는 다음과 같다.[8]

식(1)의 기동표적모델에서 입력수준(input level)의 변화를 고려하지 않았을 때 시선좌표계에서의 사후 추정치(a posterior estimate)는 다음과 같이 주어진다.

$$\hat{x}^k(k) = (I-K(k)H)\Delta T_9(k)(k-1)[F\hat{x}^{k-1}(k-1)+G\hat{u}^k-1] \\ + K(k)z^k(k) \quad (17)$$

식에서 위첨자 k 는 k 번째 예측추정치에 의하여 구성된 시선좌표계상의 값을 의미하고 \hat{u}_0 와 \hat{u}_n 는 각각 이전 기동수준과 기동수준 변화시간 n 이후의 새로운 기동수준을 나타낸다. 시선좌표계에서의 분리추적필터는 일반적인 칼만필터와 동일한 오차공분산행렬식을 가지므로 필터 이득 $K(k)$ 도 일반적인 칼만필터의 이득과 동일하다.

Bogler의 기법과 동일한 기준, 즉 사후확률(a posterior probability)을 최대화하도록 식(1)의 \hat{u} 와 \hat{n} 을 추정하기 위하여 다음과 같은 새로운 추정치를 정의한다.

$\hat{x}^k(k)$: 과거시간 $k=n$ 에서 표적의 기동입력수준이 변경되었다

는 가설에 따른 시선좌표계에서의 추적필터 상태변수 사후 추정치

이와 같은 추정치는 이전의 기동수준 \hat{u}_0 를 이용하여 구한 칼만필터 추정치 $\hat{x}^k(k)$ 와 다음과 같은 관계를 가지며, 식에서 $M(i) = (I_9 - K(i)H)F\Delta T_9(i/i-1)$ 이고 I_9 는 9×9 단위행렬이다.

$$\hat{x}_n^k(k) = \hat{x}^k(k) + M_n(k)[\hat{u}^n - \hat{u}_0^k] \quad (18)$$

$$M_n(k) = \left[\prod_{i=n+1}^k M(i) \right] B + \sum_{i=n}^{k-1} \left[\prod_{j=i+1}^k M(i) \right] F^{-1}G \quad (19)$$

[8]과 [9]에서의 의사잔류오차(pseudo-residual)를 시선좌표계에서 정의하면 다음과 같다.

$$e_n^i(i) = \begin{cases} z^i(i) - H\Delta T_9(i/i-1)[F\hat{x}^{i-1}(i-1) + G\hat{u}^{i-1}] & i \leq n \\ z^i(i) - z^i(i-1) - H\Delta T_9(i/n)[FD_1\hat{x}^n(n) \\ + (FD_2)^{i-n}B\hat{u}^n + \sum_{j=0}^{i-n-1} (FD_2)^j G\hat{u}^n] & i > n \end{cases} \quad (20)$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} O_3 & O_3 & O_3 \\ O_3 & I_3 & O_3 \\ O_3 & O_3 & O_3 \end{bmatrix}, \quad D_2 = \begin{bmatrix} O_3 & O_3 & O_3 \\ O_3 & I_3 & O_3 \\ O_3 & O_3 & I_3 \end{bmatrix} \quad (21)$$

기동수준 변화시간 n 이후에는 표적이 등가속운동을 한다는 가정하에 구성된 의사 잔류오차는 평균이 0이고 세축이 서로 상관되는 다음과 같은 공분산을 갖는다.

$$S_n^i(i) = \begin{cases} H[FP(i-1)F' + Q]H' + R^i(i) & i \leq n \\ H\Delta T_9(i/n)FD_1P(n)D_1'F'\Delta T_9(i/n)H' + R^i(i) \\ + \Delta T_3(i/i-1)R^{i-1}(i-1)\Delta T_3(i/i-1)' & i > n \end{cases} \quad (22)$$

식에서 $P(n)$ 은 기동수준이 변화한 시간 n 에서의 사후 오차공분산행렬이다. 시선좌표계에서의 분리추적필터에서는 $P(i)$ 의 부행렬이나 $R^i(i)$ 모두 근사적으로 3×3 대각행렬이다. 이와 같은 성질을 이용하여 각축을 분리한 입력추정기법을 유도하기 위하여 시간 j 와 기동수준 변경시간 n 의 간격이 충분히 작을 경우에 $R^j(j) \approx \Delta T_3(j/n)'R^i(j)\Delta T_3(j/n)$, ($j=i, i-1$)라 가정하고 다음과 같이 의사잔류오차공분산을 근사화 한다.

$$S_n^i(i) \approx \begin{cases} H[FP(i-1)F' + Q]H' + R^i(i) & i \leq n \\ \Delta T_3(i/n)[HFD_1P(n)D_1'F'H' + R^i(i) \\ + R^{i-1}(i-1)\Delta T_3(i/n)'] & i > n \end{cases} \quad (23)$$

이와 같은 근사화는 관성좌표계의 근사추적필터에서 비대각원소를 무시하여 근사화하는 경우와 비교할때, 매우 작은 값을 근사화하는 것이다. 또한 이와 같은 근사화는 추정치가 아닌 오차공분산행렬에서 이루어지는 것이므로 필터의 성능에 크게 영향을 미치지 못한다.

Bogler의 기법에서와 같이 다음과 같은 평가함수(score function)를 정의한다.

$$L(n) = -\frac{1}{2} \sum_{i=k-1}^n e_n^i(i)'S_n^i(i)^{-1}e_n^i(i) \quad (24)$$

또한 n 번째 시선좌표계에서의 값, $N^n(i)$ 와 $e^n(i)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$N^n(i) = H[(FD_2)^{i-n}B + \sum_{j=0}^{i-n-1} (FD_2)^j G] \quad i > n \quad (25)$$

$$e^n(i) = \Delta T_3(i/n)'z^i(i) - \Delta T_3(i-1/n)'z^{i-1}(i-1) - HFD_1\hat{x}^n(n) \quad i > n \quad (26)$$

식(25)와 (26)을 이용하여 식(24)를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$L(n) = -\frac{1}{2} \sum_{i=k-1}^n \mathbf{e}_n(i)' \mathbf{S}_n(i)^{-1} \mathbf{e}_n(i) - \frac{1}{2} \sum_{i=n+1}^k [\mathbf{e}^n(i) - \mathbf{N}^n(i) \hat{\mathbf{u}}^n]' \mathbf{S}_n(i)^{-1} [\mathbf{e}^n(i) - \mathbf{N}^n(i) \hat{\mathbf{u}}^n] \quad (27)$$

최적화를 위하여 식(27)은 $\hat{\mathbf{u}}^n$ 과 n 에 대하여 동시에 최대화되어야 하며, Bogler의 기법에서와 같이 $L(n)$ 을 $\hat{\mathbf{u}}^n$ 에 대하여 미분함으로써 식(27)을 최대화하는 $\hat{\mathbf{u}}^n$ 는 식(28)과 같이 주어진다.

$$\hat{\mathbf{u}}^n = \left[\sum_{i=n+1}^k \mathbf{N}^n(i)' (\mathbf{S}_n(i))^{-1} \mathbf{N}^n(i) \right]^{-1} \sum_{i=n+1}^k \mathbf{N}^n(i)' (\mathbf{S}_n(i))^{-1} \mathbf{e}^n(i) \quad (28)$$

식(28)을 식(27)에 대입하여 정리하면 $L(n)$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$L(n) = -\frac{1}{2} \sum_{i=k-1}^n \mathbf{e}_n(i)' \mathbf{S}_n(i)^{-1} \mathbf{e}_n(i) - \frac{1}{2} \sum_{i=n+1}^k \mathbf{e}^n(i)' \mathbf{S}_n(i)^{-1} \mathbf{e}^n(i) + \Delta L(n) \quad (29)$$

식에서 $\Delta L(n)$ 은 다음과 같이 $\hat{\mathbf{u}}^n$ 의 추정치로 나타낸다.

$$\Delta L(n) = \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{u}}^n)' \left[\sum_{i=n+1}^k \mathbf{N}^n(i)' (\mathbf{S}_n(i))^{-1} \mathbf{N}^n(i) \right] \hat{\mathbf{u}}^n \quad (30)$$

식(29)에서 $\Delta L(n)$ 뿐만 아니라 우변 앞의 두항도 n 에 연관되어 있으므로 $L(n)$ 을 최대화하는 n 을 최적의 기동수준 변화시간 \hat{n} 으로 간주할 수 있다.

기동수준변화의 탐지는 \hat{n} 에 대한 추정 기동수준 $\hat{\mathbf{u}}^n(\hat{n})$ 와 이전의 기동수준 \mathbf{u}^n 의 차이를 이용하여 다음과 같은 정규화된 유클리디안 놈(Euclidean norm)을 만들고 이값이 임계값(thresh hold) λ 를 초과하면 기동수준이 변화했다고 판단한다.

$$(\hat{\mathbf{u}}^n - \mathbf{u}^n)' [E\{(\hat{\mathbf{u}}^n - \mathbf{u}^n)(\hat{\mathbf{u}}^n - \mathbf{u}^n)'\}]^{-1} (\hat{\mathbf{u}}^n - \mathbf{u}^n) > \lambda : \text{기동수준변화} \\ < \lambda : \text{기동수준불변} \quad (31)$$

식에서 추정 기동수준의 공분산 $E\{(\hat{\mathbf{u}}^n - \mathbf{u}^n)(\hat{\mathbf{u}}^n - \mathbf{u}^n)'\}$ 는 다음과 같다.

$$E\{(\hat{\mathbf{u}}^n - \mathbf{u}^n)(\hat{\mathbf{u}}^n - \mathbf{u}^n)'\} = \left[\sum_{i=n+1}^k \mathbf{N}^n(i)' \mathbf{S}_n(i)^{-1} \mathbf{N}^n(i) \right]^{-1} + \left[\sum_{i=n+1}^k \mathbf{N}^n(i)' \mathbf{S}_n(i)^{-1} \mathbf{N}^n(i) \right]^{-1} \cdot \left[\sum_{i=n+1}^k \sum_{j=i+1}^k \{ \mathbf{N}^n(i)' \mathbf{S}_n(i)^{-1} E(\mathbf{e}_n(i) \mathbf{e}_n(j)') \mathbf{S}_n(j)^{-1} \mathbf{N}^n(j) + \mathbf{N}^n(j)' \mathbf{S}_n(j)^{-1} E(\mathbf{e}_n(j) \mathbf{e}_n(i)') \mathbf{S}_n(i)^{-1} \mathbf{N}^n(i) \} \right] \cdot \left[\sum_{j=n+1}^k \mathbf{N}^n(j)' \mathbf{S}_n(j)^{-1} \mathbf{N}^n(j) \right]^{-1} \quad (32)$$

$$E(\mathbf{e}_n(i) \mathbf{e}_n(j)') = \begin{cases} \text{HFD}_1 P(n) D_1' F' H' - R^i(i) & j=i+1 \\ \text{HFD}_1 P(n) D_1' F' H' & j>i+1 \end{cases} \quad (33)$$

식(23)과 같이 시선좌표계에서의 의사관류오차 공분산을 근사화할 경우, 오차공분산행렬 $P(i)$ 의 3×3 부행렬과 $R^i(i)$ 은 대각행렬이므로 이상에서 살펴본 바와 같이 시선좌표계에서의 분리필터를 이용하여 구성된 입력추정기법은 각축을 분리하여 기동입력 및 기동수준 변화시간을 추정할 수 있다. 이러한 경우, 대폭적으로 계산량을 감소시킬 수 있으며, 특히 기동수준 변화시간이 다른 각 가설마다 계산해야 하는 식(28)~(30)에서의 수치적인 행렬계산에서 더욱 두드러진다. 또한 식(31)의 기동탐지논리에서 각축에 대하여 자유도(degree of freedom)가 1인 카이제곱분포(Chi square distribution), 즉 정규분포의 제곱형태를 가지는 값을 계산하여 각 임계값과 비교함으로써 각축에 대한 기동판정

을 할 수 있다. 그러나 실제의 경우, 기동은 표적의 진행방향을 x 축으로 하는 동체좌표계에 대해서 인가되며 일반적으로 시선좌표계나 관성좌표계에서는 세축에 대하여 동시에 나타나므로 각축에 대하여 독립적으로 기동을 판정하는 것은 무의미하다. 그러므로 식(31)에서 세축을 합하여 자유도가 3인 카이제곱분포를 가지는 값을 계산한 후, 이 값을 이용하여 기동수준의 변화를 탐지하는 것이 바람직하다. 이때, 시선좌표계에서의 측정잡음은 관성좌표계에서의 측정잡음과는 달리 서로 근사적으로 독립이므로, 각 변수가 서로 독립이라는 카이제곱분포의 가정을 만족하고 그 결과 오경보 확률을 대폭 줄일 수 있다.

기동이 탐지되면 필터의 추정치 및 오차공분산에 대하여 보상을 해야 하며, 추정치에 대한 보상은 다음과 같다.

$$\hat{\mathbf{x}}^k(k) = \hat{\mathbf{x}}^k(k) + \mathbf{M}_n(k) [\hat{\mathbf{u}}^n - \mathbf{u}^n] \quad (34)$$

식에서 $\mathbf{M}_n(k)$ 는 식(19)과 같고 식(19)와 (34)로부터 다음과 같은 관계를 구할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{x}}^k(k) - \hat{\mathbf{x}}^k(k) = \mathbf{M}_n(k) [\hat{\mathbf{u}}^n(\hat{n}) - \mathbf{u}^n] - \mathbf{M}_n(k) [\hat{\mathbf{u}}^n(n) - \mathbf{u}^n] \quad (35)$$

추정된 기동입력 및 기동수준 변화시간이 정확하다는 가정하에 식(35)을 근사화시키면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{\mathbf{x}}^k(k) - \hat{\mathbf{x}}^k(k) = \mathbf{M}_n(k) [\hat{\mathbf{u}}^n(\hat{n}) - \hat{\mathbf{u}}^n(\hat{n})] \quad (36)$$

그러므로 다음과 같은 오차공분산 행렬 보상식을 구할 수 있다.

$$P_u(k) = P(k) + \mathbf{M}_n(k) [E\{(\hat{\mathbf{u}}^n - \hat{\mathbf{u}}^n)(\hat{\mathbf{u}}^n - \hat{\mathbf{u}}^n)'\}]^{-1} \mathbf{M}_n(k)' \quad (37)$$

식에서 $E\{(\hat{\mathbf{u}}^n - \hat{\mathbf{u}}^n)(\hat{\mathbf{u}}^n - \hat{\mathbf{u}}^n)'\}$ 는 식(32)와 같으며, k 번째 시선좌표계에서의 새로운 기동수준은 다음과 같이 계산된다.

$$\hat{\mathbf{u}}^k(k) = \hat{\mathbf{u}}^k(k) + \Delta T_3(k/n) [\hat{\mathbf{u}}^n - \mathbf{u}^n] \quad (38)$$

이와 같이 기동을 보상한 후, 보상된 추정위치 시선방향으로 좌표계의 x 축이 향하도록 다음과 같은 좌표계 갱신을 하여야 한다.

$$\hat{\mathbf{u}}^k(k) = \Delta T_3^u \hat{\mathbf{u}}^k(k) \quad (39)$$

$$\hat{\mathbf{x}}^k(k) = \Delta T_3^x \hat{\mathbf{x}}^k(k) \quad (40)$$

$$T_3(\hat{\phi}^u(k), \hat{\theta}^u(k)) = \Delta T_3^u T_3(\hat{\phi}(k), \hat{\theta}(k)) \quad (41)$$

$$\Delta T_3^u = T_3(\Delta \hat{\phi}^u, \Delta \hat{\theta}^u) \quad (42)$$

$$\Delta \hat{\phi}^u(k) = \tan^{-1} [\hat{y}^k(k) / \hat{x}^k(k)] \quad (43)$$

$$\Delta \hat{\theta}^u(k) = \tan^{-1} [\hat{z}^k(k) / \sqrt{(\hat{x}^k(k))^2 + (\hat{y}^k(k))^2}] \quad (44)$$

식(23), (25), (26), (28)로부터 서로 다른 기동수준 변화시간을 갖는 매 가설마다 식(29)를 계산하여 이를 최대화하는 n 을 찾고 이에 대한 식(28)의 기동입력 추정치를 계산할 때와 식(31)의 기동수준 변화판정을 할 때, 시선좌표계에서의 분리필터를 이용하여 구성된 입력추정기법에서는 각축을 분리하여 계산할 수 있다. 그러므로 세축이 연관된 필터를 이용하여 구성된 입력추정기법과 비교할 때, 추적성능을 유지하면서 계산량을 획기적으로 줄일 수 있다. 더욱이 각축에 대하여 필터를 병렬로 구현하면 계산시간을 더욱 단축할 수 있으며, 그 결과 기동하는 표적을 실시간으로 추적할 수 있는 우수한 성능의 추적필터를 구현할 수 있다.

III. 시뮬레이션 결과 및 토론

비선형추정치문제와 기동표적문제를 동시에 고려한 각 적용추적필터들의 성능을 알아보기 위하여 세축에 대한 몬테칼로(Monte

Carlo) 시뮬레이션 결과들을 비교하였다. 비교에 고려된 필터들은 세 축이 연관된 일반적인 관성좌표계에서의 추적필터를 이용한 입력추정기법과 본 논문에서 제안한 세 축이 분리된 시선좌표계에서의 분리추적필터를 이용한 입력추정기법이며, 표기상의 편의를 위하여 다음과 같이 각 필터들을 정의한다.

- 필터 A : 세축이 연관된 관성좌표계에서의 추적필터와 입력추정기법을 결합한 적응추적필터
- 필터 B : 세축이 분리된 시선좌표계에서의 분리추적필터와 입력추정기법을 결합한 적응추적기법
(세축을 합하여 자유도가 3인 카이제곱분포를 가짐)
- 필터 C : 세축이 분리된 시선좌표계에서의 분리추적필터와 입력추정기법을 결합한 적응추적기법
(각축을 분리하여 자유도가 1인 카이제곱분포를 가짐)

표적 시나리오는 기동이 큰 표적에 대한 것으로서, 기동가속도는 40초에서 60초까지 관성좌표계의 x, y, z축방향으로 각각 $15m/sec^2$, $-10m/sec^2$, $-5m/sec^2$ 의 크기로 입력된다고 가정하였다. 이러한 시나리오의 궤적은 그림 2과 같으며, 그밖의 시뮬레이션의 조건은 다음과 같다.

측정치 샘플링 주기 $\Delta t = 1Hz$
 기동상수 $\tau = 10초$
 기동가속도의 편차 $\sigma_m = 5m/sec^2$

$$극좌표계의 측정잡음공분산 R_p = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0.000049 & 0 \\ 0 & 0 & 0.000036 \end{bmatrix}$$

$$기동탐지 임계값 \lambda = \begin{cases} 10.83 (\chi^2분포의 자유도가 1일 경우) \\ 16.27 (\chi^2분포의 자유도가 3일 경우) \end{cases}$$

윈도우 길이 $l = 5$
 기동추정을 위한 최소 데이터 갯수 $N_{id} = 3$

시뮬레이션 조건에서 λ 는 허위경보확률이 0.001이 되도록 정하였고 N_{id} 는 기동입력을 추정하는데 있어서 지나치게 적은 측정치 샘플에 의하여 발생하는 오경보나 추정입력의 불확실성을 방지하기 위하여 정의된 값이다.[8]

이와 같은 조건하에서 필터 A, B, C에 대한 100번의 몬테카를로 시뮬레이션을 수행하였으며 그림 3는 세축을 합하여 기동을 탐지하는 필터인 필터 A, B에 대한 RMS추정오차를 비교한 것이다. 또한 그림 4은 이때의 추정된 기동입력 평균값의 추이이다. 전반적으로 필터 A, B는 유사한 성능을 나타내며, 필터 B의 계산량이 필터 A와 비교할 때 월등히 작으므로 필터 B가 실제 적용에 있어서 유리하다. 또한, 관성좌표계에서의 측정잡음은 서로 심하게 연관되어 있기 때문에 필터 A는 기동이 없을 때에도 오탐지 하는 경우가 더 빈번히 발생하며, 그 결과 기동이 없을 때 필터 B보다 큰 분산을 갖는다. 이와 같은 현상은 100번의 시뮬레이션동안 매 시간에 대하여 각 필터가 기동을 탐지한 횟수를 나타낸 표 1에서도 알 수 있다.

표에서 보는 바와 같이 기동을 개시한 40초나 종료한 60초의 수 스텝후에는 기동수준 변화가 탐지되어 보상되며, 보상치가 정확하지 않을 경우에는 약 5스텝 이후에 다시 보상하여 정확한 기동수준을 맞춘다. 한편, 필터 A의 경우에는 관성좌표계에서의 측정잡음이 서로 연관되어 있으므로 카이제곱분포의 각 변수가 서로 독립적이라는 가정에 어긋난다. 그러므로 기동이 시작하기 전이나 끝난 후에도 자주 기동을 탐지하며, 이러한 빈번한 기동탐지는 추정치의 분산을 커지게 하는 부작용을 야기시킨다.

시선좌표계의 분리추적필터를 이용한 입력추정기법중에서 세축을 분리하여 기동을 탐지하는 경우인 필터 C는 세 축을 합하여 기동을 탐지하는 필터 B와 전반적으로 유사한 성능을 보인다. 그러나 표 1에서 알 수 있듯이 필터 C는 필터 B보다 기동탐지가 빈번한데, 기동탐지가 빈번히 일어나는 것은 추적성능에 이익을 주지 못한다. 또한 필터 C는 각축을 분리하여 기동을 탐지하기 때문에 기동입력의 크기에 따라 기동수준 변화탐지가 지연됨을 알

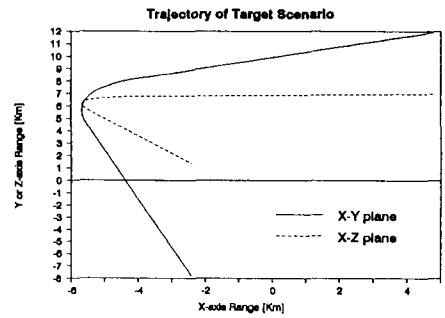


그림 2. 표적 시나리오의 궤적

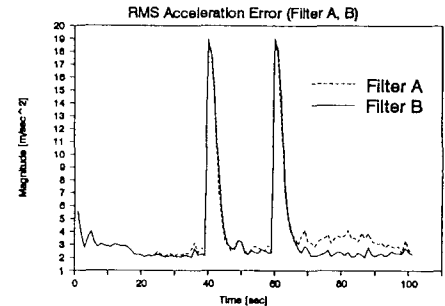
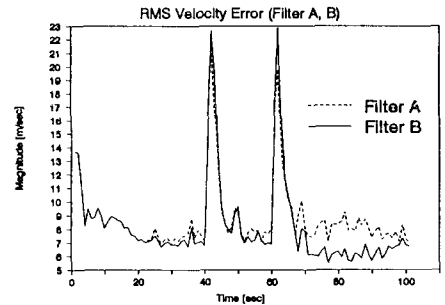
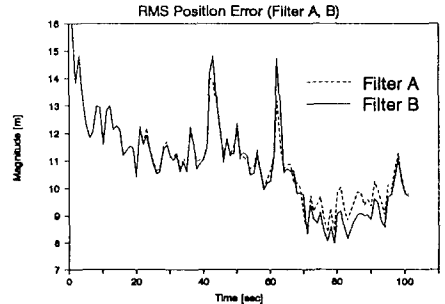


그림 3. 필터 A, B의 RMS추정오차 추이

수 있다. 즉, 상대적으로 기동의 크기가 작은 y축의 기동탐지시간이 x축보다 늦으며 그 분산도 크다. 일반적으로 표적에 인가되는 기동입력은 표적의 동체좌표계에 대하여 주어지며 이러한 값은 관성좌표계나 시선좌표계에서는 서로 연관되어 나타난다. 필터 B와 같이 세축을 합하여 기동을 탐지할 경우, 한 축의 잔류오차의 크기가 충분히 커져서 기동이 검출되면 그 순간의 다른 축에 나타나는 기동도 함께 보상되기 때문에 전반적으로 기동보상이 빨라지는 효과를 얻을 수 있다. 그러므로 세 축을 합하여 기동을 탐지하는 것이 기동표적 추적에 유리하다.

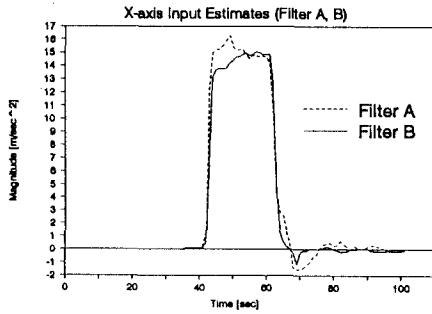


그림 4. 필터 A, B의 평균추정기동입력 추이

표 1. 매시간에서의 각 필터의 탐지 횟수

Time	Filter A	Filter B	Filter C		
			x	y	z
1-40	4	1	0	2	0
41	2	0	0	0	0
42	9	3	5	1	0
43	73	53	50	11	0
44	14	40	44	28	0
45	2	3	1	46	0
46	0	1	0	10	0
47	2	0	0	3	0
48	4	1	0	0	0
49	27	18	14	2	0
50	17	24	19	1	0
51	4	5	4	1	0
52	0	2	2	5	0
53	2	2	3	1	0
54	5	4	2	1	0
55	8	10	6	1	0
56	7	8	7	1	0
57	2	5	1	1	0
58	3	2	2	2	0
59	1	3	3	3	0
60	7	2	2	2	0
61	8	1	1	1	0
62	31	16	13	5	0
63	43	57	55	5	0
64	9	19	23	16	0
65	2	5	6	20	4
66	7	2	2	14	17
67	7	1	1	9	16
68	19	4	6	7	6
69	26	26	10	7	12
70	8	16	10	0	6
71	7	3	5	3	4
72	5	6	2	2	6
73	7	5	1	1	2
74	8	1	2	3	2
75-100	192	55	42	47	69

이상에서 살펴본 바와 같이 시선좌표계에서 구성된 입력추정 기법은 관성좌표계에서의 입력추정기법보다 양호한 성능을 보인다. 더우기 계산량을 비교할 때, 시선좌표계에서의 분리추정 필터는 각 축을 분리하여 알고리즘을 구성할 수 있으므로 세축을 동시에 계산해야 하는 관성좌표계에서의 입력추정기법보다 계산량이 월등히 적다. 그러므로 시선좌표계에서 구성된 입력추정기법은 우수한 추적성능을 유지하면서 실시간으로 기동표적을 추적할 수 있는 알고리즘이다.

IV. 결 론

본 논문에서는 의사잔류오차를 이용한 개선된 입력추정기법과 시선좌표계에서의 분리추정필터를 결합시킴으로써 비선형측정치 문제와 기동표적문제를 동시에 해결할 수 있는 실제적인 적응추정필터를 제시하였다. 제안된 적응추정필터는 세축을 분리하여 필터를 구성할 수 있기 때문에 세축이 연관된 기존의 관성좌표계에서의 적응추정필터와 비교할 때 우수한 추적성능을 유지하면서

계산량을 대폭 줄일 수 있는 장점을 갖는다. 시뮬레이션 결과 제안된 적응추정필터는 기존의 적응추정필터보다 기동을 오탐지하는 경우가 작았으며 그 결과 추적성능이 향상된다. 제안된 적응추정필터는 실시간으로 기동표적을 추적할 수 있으므로 실제 시스템에 적용 가능하다.

참 고 문 헌

- [1] Singer, R.A., "Estimating Optimal Tracking Filter Performance for Manned Maneuvering Targets," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, Vol. AES-6, Jul. 1970, pp.473-483.
- [2] Chang, C.B. and J.A. Tabaczynski, "Application of State Estimation to Target Tracking", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. AC-29, Feb. 1984, pp.98-109.
- [3] Bogler, P.L., *Radar Principles with Applications to Tracking Systems*, John Wiley & Sons, 1990.
- [4] Bar-Shalom, Y. and T.E. Fortmann, *Tracking and Data Association*, Academic Press, 1988.
- [5] Bogler, P.L., "Tracking a Maneuvering Target Using Input Estimation," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, Vol. AES-23, May 1987, pp.298-310.
- [6] Chan, Y.T., A.G.C. Hu and J.B. Plant, "A Kalman Filter Based Tracking Scheme with Input Estimation," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, Vol. AES-15, Mar. 1979, pp.237-244.
- [7] "Tracker with a Simple Input Estimator," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, Vol. AES-18, Mar. 1982, pp.235-241.
- [8] Sung, T.K., *Developments of a Decoupled Tracking Filter in Line-Of-Sight Coordinate System and an Adaptive Tracking Filter for Maneuvering Targets*, Ph.D. Dissertation, Department of Control and Instrumentation Engineering, Seoul National University, 1992.
- [9] Whang, I.H., T.K. Sung and J.G. Lee, "A Modified Target Maneuver Estimation Technique Using Pseudo-acceleration Informations," *Proc. of AIAA Guidance, Navigation & Control Conf.*, Hilton Head, SC, Aug. 1992, to be appeared
- [10] Fitzgerald, R.J., "Decoupled Kalman Filters for Phased Array Radar Tracking," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. AC-28, Mar. 1983, pp.269-283.
- [11] Song, T., J.Y. Ahn and C. Park, "Sub-optimal Filter Design with Pseudo-Measurement for Target Tracking," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, Vol. AES-24, Jan. 1988, pp.28-39.
- [12] Sung, T.K. and J.G. Lee, "Stochastic Properties of a Tracking Filter with Pseudomeasurements in Line-of-sight Coordinate System," *Proc. of the 1991 American Control Conf.*, Boston, MA, Jun., 1991, pp.2654-2659.
- [13] Sung, T.K. and J.G. Lee, "A Sufficient Condition for Stability of a Decoupled Tracking Filter in LOS Coordinate System," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, to be appeared.
- [14] Farooq, M. and S. Bruder, "Information Type Filters for Tracking a Maneuvering Target," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, Vol. AES-26, May 1990, pp.441-454.