

회전운동을 고려하지 않고 유도된 유도지령이 발사체의 자세안정성에 미치는 영향분석

○ 최재원, 이장규
서울대학교 공과대학 제어계측공학과

Influence Analysis of the Guidance Commands on Attitude Stability of a Launch Vehicle

Jae-Weon Choi, Jang-Gyu Lee
Dept. of Control & Instrumentation Eng.
Seoul National University

Abstract

The conventional closed-loop guidance commands are generated from a simplified point mass model for real time operations. In real situations, the generated guidance commands are applied to the original rigid body. This can cause attitude instability of the vehicle.

In this paper, in order to solve the attitude instability problem in the guidance system sense, the influence of the guidance commands on a launch vehicle attitude is derived quantitatively. The checking method of the attitude stability conditions that uses Liapunov theorem is proposed, and the attitude stabilizing method is also proposed. The attitude stability is accomplished by subtracting the influence of the guidance commands that destabilize the vehicle attitude.

The closed-loop guidance commands generated from the simplified point mass model may destabilize the vehicle attitude, which is verified through simulations. In this case, the vehicle attitude can be always stabilized with the proposed attitude stabilizing method without additive fuel consumption.

1. 서론

유도시스템은 일반적으로 다음 기능들을 수행한다: 1) 항체의 현 위치와 속도를 측정하고, 2) 간접식 유도(implicit guidance) 방식인 경우에는 항체의 현 궤적을 기준궤적(reference trajectory)과 비교하여 항체의 궤적정보를 평가하며, 3) 위치 및 속도 편차량을 보정할 유도지령을 생성한다.[1] 이러한 유도지령은 요구하는 목표지점에서의 위치 및 속도 오차를 최소화시키는 것을 목적으로 하며, 또한 그 고유기능상 실시간처리를 필요로하기 때문에 가능한한 시스템을 간단하게 하여 유도지령을 계산하게 된다. 즉, 추력(thrust) 및 질량흐름률(mass flow rate)을 일정하게 가정하고, 중력이 속도에 대한 항도 간단화시키며, 강체 발사체를 질량중심에 대하여 점질량(point mass)으로 보고 유도지령을 계산하게 된다.[2-13] 이러한 간단화 과정은 필연적으로 유도오차를 유발하고, 특히 점질량에 대하여 구한 유도지령은 실제로는 강체

발사체 모델에 직접 적용되기 때문에 유도오차와 더불어 발사체의 회전운동에 긍정적 또는 부정적 영향을 미치게 된다.

유도지령 생성과 관련한 많은 연구논문들[2-13]은 앞에서 언급한 바와 같이 발사체를 점질량으로 보고 유도시스템을 구성하여 유도성능 향상에 그 초점을 맞추고 있으므로 발사체의 비행중 자세에 대한 언급은 다루지 않고 있다. 그러나, 참고 문헌 [5] 및 [6]에서 지적된 바와 같이 최소연료 소모의 관점에서 구한 유도지령이 발사체의 자세를 급격하게 변화시키는 경우가 발생하였는데, 이는 제어 특성에 악영향을 미치게 되므로 그 원인 분석과 해결책이 필요하다.

본 논문에서는 점질량으로부터 유도된 유도지령이 발사체의 회전운동에 미치는 영향을 정량적으로 구하고, 회전운동방정식에 대하여 Liapunov 정리를 이용하여 발사체의 자세 안정조건을 구하며, 자세의 급격한 변화를 유발하는 유도지령을 사전에 감지하여 회전운동방정식에 영향을 미치지 못하게 배제함으로써 자세변화를 느리게 하여 자세 안정화를 도모한다.

본 논문의 연구결과는, 자세 안정화 조건에 위배되는 유도지령은 사전에 배제함으로써, 불안정한 자세를 안정화 시키기 위한 불필요한 연료 소모를 줄일 수 있게 하고, 자세 안정화 조건에 부합되게 유도된 유도지령이 안전하게 실제 적용에 사용될 수 있다는 이론적 근거를 제공한다.

2. 유도지령이 발사체의 회전운동에 미치는 영향

발사체의 운동은 발사체를 강체로 모델링하여 병진 및 회전운동방정식으로 나누어 기술할 수 있다. 본 장에서는 발사체를 점질량으로 보고 유도한 유도지령이 강체 발사체 모델(즉, 병진 및 회전운동방정식)에 적용되어 발사체의 자세에 미치는 영향을 정량적으로 분석하고, 그 영향이 자세의 급격한 변화를 유발하여 자세 불안정화를 일으키는 경우 그 해결 방법을 제안한다.

2.1 영함의 정량화

대기 및 기타 불확실한 미지의 외란이 작용하는 대기권 영역에서는, 발사체의 구조상의 문제, 운동방정식의 복잡화, 외란의 불확실성 등의 원인으로 페루프(closed-loop) 방식의 유도법은 그 해를 구하기 어려우므로 주로 개루프(open-loop)의

프로그램 유도법이 적용된다.[3.6] 본 논문에서는 페루프 방식의 유도법을 적용하였을 때의 유도지령이 발사체의 자세에 미치는 영향을 정량화하기 위하여 페루프 유도법이 적용되는 즉, 공기력을 무시할 수 있는 외기권 구간에 대하여 다룬다.

외기권에 대하여, 발사체의 추력 및 질량흐름률이 일정하다고 가정하면, 유도지령을 생성시키는 유도방정식은 동체좌표계에서 다음과 같이 표시된다.[2.4.6]

$$\begin{cases} \dot{U} = \frac{T_g}{m} \cdot \cos\beta_y \cdot \cos\beta_z + G_{Bx} \\ \dot{V} = \frac{-T_g}{m} \cdot \sin\beta_z + G_{By} \\ \dot{W} = \frac{T_g}{m} \cdot \sin\beta_y \cdot \cos\beta_z + G_{Bz} \end{cases} \quad (2.1-1)$$

여기서, m = 발사체의 현시점에서의 질량
 T_g = 추력
 G_B = 동체좌표계(B-계)에서의 중력가속도
 β_y = 엔진 변위각(피치) - 피치 유도지령각
 β_z = 엔진 변위각(요) - 요 유도지령각

β_y 및 β_z 를 그림에서 나타내면 다음과 같다.

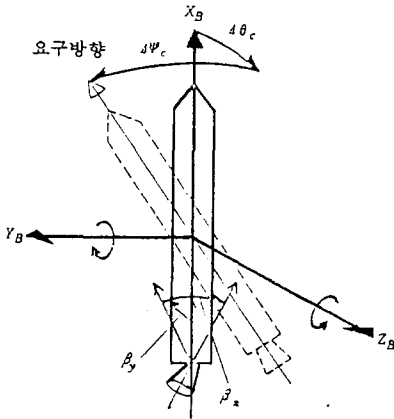


그림 2.1-1 발사체의 강제운동 모형

식 (2.1-1)과 같은 질점 운동방정식에 대하여 최소연료모든을 성능지표함수로 택하여 구한 최적 유도지령각은, 다음의 식 (2.1-2) 및 (2.1-3)에서 기술한 강제 발사체 모델로 입력되어 발사체의 위치, 속도 및 자세에 영향을 미치게 된다.

변진운동방정식:

$$\begin{cases} \dot{U} = \frac{T_g}{m} \cdot \cos\beta_y \cdot \cos\beta_z + G_{Bx} + R \cdot V - Q \cdot W \\ \dot{V} = \frac{-T_g}{m} \cdot \sin\beta_z + G_{By} + P \cdot W - R \cdot U \\ \dot{W} = \frac{T_g}{m} \cdot \sin\beta_y \cdot \cos\beta_z + G_{Bz} + Q \cdot U - P \cdot V \end{cases} \quad (2.1-2)$$

회전운동방정식:

$$\begin{cases} \dot{P} = \frac{M_{gx}}{I_x} + \frac{I_y - I_z}{I_x} \cdot R \cdot Q \\ \dot{Q} = \frac{M_{gy}}{I_y} + \frac{I_z - I_x}{I_y} \cdot P \cdot R \\ \dot{R} = \frac{M_{gz}}{I_z} + \frac{I_x - I_y}{I_z} \cdot P \cdot Q \end{cases} \quad (2.1-3)$$

여기서, M_g = 추력에 의한 회전모멘트
 I = 발사체의 관성모멘트

발사체 자세에 미치는 영향을 정량적으로 살펴보기 위하여, 그림 2.1-2를 참조하여 식 (2.1-3)의 추력에 의한 회전모멘트를 구체적으로 표시하여 식 (2.1-3)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{cases} \dot{P} = \frac{I_y - I_z}{I_x} \cdot R \cdot Q \\ \dot{Q} = \frac{I_z - I_x}{I_y} \cdot P \cdot R + \frac{L_g \cdot T_g}{I_y} \cdot \sin\beta_y \cdot \cos\beta_z \\ \dot{R} = \frac{I_x - I_y}{I_z} \cdot P \cdot Q + \frac{L_g \cdot T_g}{I_x} \cdot \sin\beta_z \end{cases} \quad (2.1-4)$$

여기서 L_g 는 발사체 중력중심(CG)에서 추력중심위치(DISR)까지의 거리이다. 식 (2.1-4)의 그림자로 표시된 부분이 바로 발사체를 점질량으로 상정하고 구한 유도지령이 발사체의 자세를 불안정하게 할 수 있는 양이 된다.

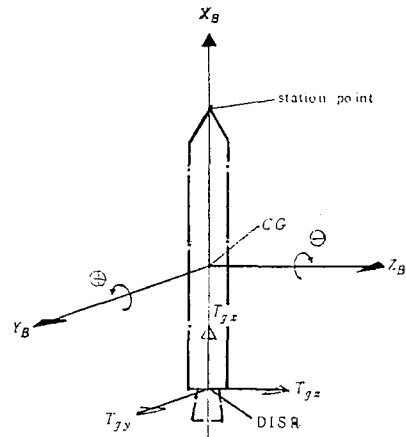


그림 2.1-2 발사체의 추력에 의한 회전모멘트

2.2 Liapunov 함수를 이용한 발사체의 자세 안정 조건

본 절에서는, 회전운동방정식의 안정성(stability) 즉, 자세의 안정성을 보장하는 조건을 구하기 위하여 다음의 Liapunov정리를 이용한다.

정리 1.^[15]

독립변수 x 와 t 에 대하여, 연속적인 1차 편미분이 존재하는 스칼라 함수 $V(x,t)$ 가 $V(0,t) = 0$ 이고, 다음에 열거하는 조건들을 만족하면, 비선형 미분방정식 $\dot{x} = f(x,t)$ $f(0,t)=0$, $\forall t \geq t_0$ 의 평형점은 초기조건의 크기 및 시간에 관계없이 점근적으로 안정(uniformly asymptotically stable in the large)하다.

(i) $V(x,t)$ 는 양의 정칙(positive-definite)이다. 즉, 모든 t 및 0 이 아닌 모든 x 에 대하여, $\alpha(0)=0$ 이고 $V(x,t) \geq \alpha(\|x\|) > 0$ 인 연속이며 감소하지 않는 스칼라 함수 α 가 존재한다.

(ii) $V(x,t)$ 는 decrescent이다. 즉, $\beta(0)=0$ 이고 모든 t 에 대하여, $\beta(\|x\|) \geq V(x,t)$ 인 연속이며 감소하지 않는 스칼라 함수 β 가 존재한다.

(iii) $V(x,t)$ 의 시간변화율은 음의 정칙(negative-definite)이다. 즉,

$$\dot{V}(x,t) = \frac{\partial V}{\partial t} + (\nabla V)f(x,t) \leq -\gamma(\|x\|) < 0 \quad (2.1-5)$$

여기서, γ 는 $\gamma(0)=0$ 인 연속이며 감소하지 않는 스칼라 함수이고, ∇V 는 x 에 대한 V 의 그래디언트(gradient)이며, V 의 시간변화율은 준 미분방정식의 궤적을 따라 계산된다.

(iv) $V(x,t)$ 는 radially unbounded이다. 즉, $\|x\| \rightarrow \infty$ 에 따라 $\alpha(\|x\|) \rightarrow \infty$ 로 된다. ■

(증명) 참고문헌[15] pp.53-55 참조. ■

Liapunov함수를 선택하기 위하여, 발사체의 회전운동방정식을 다시 살펴보면, 발사체의 경우 그 대칭성에 의하여 $I_y = I_z$ 가 되므로 식 (2.1-4)에서 P 의 시간변화율은 0이 되고 Q 및 R 의 시간변화율에 대한 식만 남게 된다. 따라서, Liapunov함수를 다음과 같이 선택한다.

$$V = \frac{1}{2} (Q^2 + R^2) \quad (2.1-6)$$

유도지령의 영향에 관계없이 발사체의 자세가 점근적으로 안정되기 위해서는 다음의 식 (2.1-7)과 같이 V 의 시간변화율이 음의 정칙이 되어야 한다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{Q}Q + \dot{R}R \\ &= \frac{L_g \cdot T_g}{I_y} \cdot (\sin\beta_y \cdot \cos\beta_z \cdot Q + \sin\beta_z \cdot R) \end{aligned} \quad (2.1-7)$$

여기서, $L_g \cdot T_g / I_y$ 값은 항상 양의 값을 가지며, 유도지령각 β_y 및 β_z 도 그 특성상 ± 90 도 범위내에 속하므로 $\cos\beta_z$ 도 항상 양의 값을 가진다. 따라서, 식 (2.1-7)이 음의 값이 되기 위해서는 다음의 조건을 만족하면 된다.

$$Q \cdot \sin\beta_y + R \cdot \tan\beta_z < 0 \quad (2.1-8)$$

이를 각 변수들의 조건에 따라 자세 안정화 조건을 살펴보면 다음과 같다.

- (1) $Q \cdot \sin\beta_y > 0$ 이고 $R \cdot \tan\beta_z > 0$, 이면 안정도 판정 불가.
- (2) $Q \cdot \sin\beta_y > 0$ 이고 $R \cdot \tan\beta_z < 0$, $|R \cdot \tan\beta_z| > |Q \cdot \sin\beta_y|$
- (3) $Q \cdot \sin\beta_y < 0$ 이고 $R \cdot \tan\beta_z > 0$, $|R \cdot \tan\beta_z| < |Q \cdot \sin\beta_y|$
- (4) $Q \cdot \sin\beta_y < 0$ 이고 $R \cdot \tan\beta_z < 0$, 항상 점근적으로 안정.
- (5) $Q \cdot \sin\beta_y = 0$ 이고 $R \cdot \tan\beta_z > 0$, 이면 안정도 판정 불가.
 $R \cdot \tan\beta_z = 0$, 단순안정.
 $R \cdot \tan\beta_z < 0$, 항상 점근적으로 안정.
- (6) $R \cdot \tan\beta_z = 0$ 이고 $Q \cdot \sin\beta_y > 0$, 이면 안정도 판정 불가.
 $Q \cdot \sin\beta_y < 0$, 항상 점근적으로 안정.

위에서 안정도 판정 불가의 경우는 Liapunov정리의 조건이 충분조건이기 때문이며, 따라서 이 경우는 시스템이 안정할 수도 있고 불안정하게 될 수도 있음을 의미한다.

2.3 자세 불안정화 유도지령의 제거

본 논문에서는 시뮬레이션을 통하여 앞절에서 구한 안정도 판정 불가의 경우, 유도지령이 자세 불안정을 유발할 수도 있음을 확인하고 이의 해결 방안을 제시한다.

발사체 고유의 특성상 단분리(stage separation) 또는 엔진 연소정지(cut off) 등과 같은 이벤트가 발생할 때는 일반적으로 발사체의 자세가 다소 급격히 변하는 양상을 보여준다. 따라서, 이러한 경우에 유도지령이 자세에 영향을 미치게 되면 발사체의 자세가 더욱 악화되어 시스템이 불안정하게 된다.

본 논문에서는, 자세 불안정을 유발하는 유도지령의 영향, 즉 식 (2.1-4)의 그림자 부분의 양이 사전에 미리 알 수 있는 값이라는 데 착안하여, 2.2절에서 제시한 방법으로 먼저 안정도를 판별한 후, 안정도 판정 불가의 경우에 대하여, 이를 회전운동방정식에서 빼줌으로써 자세 불안정 유발 요인이 제거된 보완된 유도지령을 구성하여 자세 안정화를 성취한다.

3. 시뮬레이션 및 결과 분석

3.1 시뮬레이션 환경

페루프 유도지령이 발사체의 자세를 불안정하게 만들 수 있음을 시뮬레이션을 통하여 입증하고, 본 논문의 2장에서 제시한 방법으로 유도지령을 보완하게 되면 자세가 안정화될 수 있음을 시뮬레이션을 통하여 확인한다. 시뮬레이션을 수행하기 위하여 발사 지점은 일본의 다네가시마로 하고, N-1 발사체에 대하여 대기권을 비행하게 되는 1단 구간에서는 개루프의 프로그램 유도 방식을[2, 4], 2단 구간에서는 참고문헌 [3, 5, 6, 7]에서 제시한 페루프 직접식 관성유도법을 적용하여 목표조건을 만족하는 유도지령을 생성한다. 발사체는 표 3.1-1에 나타낸 이벤트 순서에 따라 비행한다.

3.2 시뮬레이션 결과 분석

먼저, 3.1절의 조건하에서 유도지령이 발사체의 자세 불안정화를 유발하는 경우(그림 3.2-1)에 대하여 시뮬레이션을 수행하고, 2.2절에서 제시한 판별법에 기초하여 자세 불안정화 유발 유도지령을 감지한 후 이를 제거함으로써 자세안정화를 성취하는(그림 3.2-2) 경우에 대하여 시뮬레이션을 수행하였다.

표 3.1-1 이벤트 순서
Table 3.1-1 Event sequence

시간(sec)	EVENTS
0.00	제1단 주 엔진, SOB, 버어니어 엔진 점화
7.33	피치프로그램(No.1) 개시
38.19	SOB 연소종료
40.00	피치프로그램(No.1) 종료
40.33	피치프로그램(No.2) 개시
60.00	피치프로그램(No.2) 종료
60.33	피치프로그램(No.3) 개시
80.00	SOB 분리
85.00	피치프로그램(No.3) 종료
85.33	피치프로그램(No.4) 개시
208.00	피치프로그램(No.4) 종료
218.513	제1단 주 엔진 연소종료(MECO)
219.513	제1단 주 엔진 잔류추력 연소종료
224.513	버어니어엔진 연소종료(VECO)
226.013	제1단 분리
228.013	제2단 주 엔진 점화(물-가스제트 가제어상태) 제2단 유도프로그램 개시(직접식 관성유도)
242.513	페어링덮개(fairing cover) 제거
461.970	제2단 주 엔진 연소종료(SECO)
462.970	제2단 잔류추력종료(피치,요 자세제어상태 가)

그림 3.2-1의 (a)는 발사체의 피치 자세각의 시간 추이를 나타내는데, 460초 부근, 즉 2단 주엔진의 연소종지라는 이벤트가 발생(표 3.1-1 참조)하는 시간 부근에서 자세가 급격하게 변하는 것을 알 수 있는데, 이러한 현상은 제어 특성에 악영향을 끼치며, 약 463초 이후의 관성비행 구간 동안 행하게 되는 자세제어를 실패하게 할 수 있다. 또한 230초 부근에서의 자세 변동은 발사체의 단분리(2단)에 따르는 고유한 문제로 그 크기가 작으므로 문제가 되지 않는다. 그림 3.2-1의 (b)는 요 자세각 추이를 표시하는데 역시, 460초 부근에서 심각한 자세 불안정을 보이고 있다. 그리고 그림 3.2-1의 (c) 및 (d)는 피치 및 요의 유도지령각의 시간 추이를 보이고 있다. 그림 3.2-2의 (a) 및 (b)는 각각 자세 불안정화 유도지령을 제거했을 때의 피치 및 요의 자세각 추이를 보이고 있는데, 그림에서 보듯이 급격한 자세 변동이 제거되었음을 알 수 있다. 그리고 그림 3.2-2의 (c) 및 (d)는 각각 자세 불안정화 유도지령을 제거했을 때의 피치 및 요의 유도지령각 추이를 도시하고 있다. 그림 3.2-1의 (c),(d)와 그림 3.2-2의 (c),(d)를 서로 비교하면 부가적인 연료 소모없이 자세 안정화가 성취됨을 알 수 있다. 따라서, 연료를 부가적으로 더 사용하지 않고 단지 유도지령각을 보완함으로써 자세 안정화를 성취할 수 있음을 입증하였다.

4. 결론

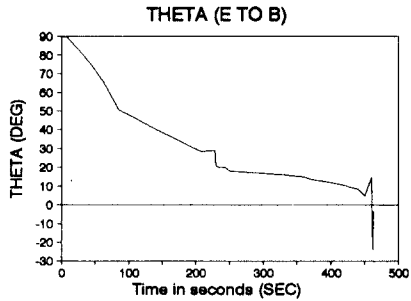
본 논문에서는 걸림량으로부터 유도된 유도지령이 발사체의 자세를 불안정하게 할 수 있음을 시뮬레이션을 통하여 입증하였으며, 이때 불안정한 발사체의 자세 문제를 유도시스템 관점에서 해결하기 위하여 먼저, 회전운동에 미치는 유도지령의

영향을 정량적으로 구하고, 회전운동방정식에 대하여 Liapunov 정리를 이용하여 발사체의 자세 안정조건을 구하였으며, 자세의 급격한 변화를 유발하는 유도지령을 사전에 감지하여 회전운동방정식에 영향을 미치지 못하게 배제함으로써 자세 안정화를 성취하였다. 즉, 자세 불안정을 유발하는 유도지령의 영향이 사전에 미리 알 수 있는 값이었는데 착안하여, Liapunov 정리를 이용하여 먼저 안정도를 판별한 후, 안정도 판정 불가의 경우에 대하여, 이를 회전운동방정식에서 빼줌으로써 자세 불안정 유발 요인이 제거된 보완된 유도지령을 구성하여 부가적인 연료 소모 없이도 자세 안정화를 성취할 수 있었다.

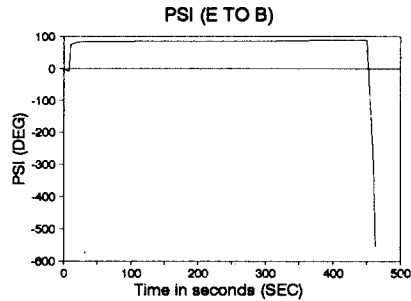
참고문헌

- [1] A.L.Greensite, *Analysis and Design of Space Vehicle Flight Control Systems*, Spartan Books, 1970.
- [2] 이장규 외, 위성발사체 유도제어시스템에 대한 연구, 최종연구보고서, 과학기술처, 1988년 7월.
- [3] 大坪孔治, 三次元準最適直接式誘導法, 日本航空宇宙技術研究所報告, TR-258, 1972년 1월.
- [4] 小口美津夫, 大坪孔治, 新田慶治, 森 英彦, 實系のシミュレ-ションを考慮した剛體ロケットの高精度、多目的軌道解析プログラム -RMAP-, 日本航空宇宙技術研究所報告, TM-310, Sep. 1976.
- [5] 大坪孔治, 小口美津夫, 新田慶治, 森 英彦, ストラップダウン方式を用いた慣性誘導システム -搭載ソフトウェアシステムとその評價-, 日本航空宇宙技術研究所報告, TR-775, 1983년 8월.
- [6] 최재원, 윤용중, 이장규, "직접식 관성유도시스템의 성능 분석", 한국자동제어학술회의 논문집, 1991, pp.419-424.
- [7] D.C.Chandler, I.E.Smith, "Development of the iterative Guidance Mode with Its Application to Various Vehicles And Missions", *J.Spacecraft*, Vol.4, No.7, July. 1967, pp.898-903.
- [8] D.T.Martin, R.F.Sievers, R.M.O'Brien and A.F.Rice, "Saturn V Guidance, Navigation, and Targeting", *J.Spacecraft*, Vol.4, No.7, July. 1967, pp.891-897.
- [9] M.Seetharama Bhat, Shashi K.Shrivastava, "An Optimal Q-Guidance Scheme for Satellite Launch Vehicles", *J.Guidance, Control, and Dynamics*, Vol.10, No.1, Jan.-Feb., 1987, pp.53-60.
- [10] A.M.Schneider, E.D.Capen, "Variable Point Guidance for Space Missions", *J.Spacecraft*, Vol.3, No.8, August, 1966, pp.1202-1209.
- [11] P.R.Schultz, R.V.Soufl, C.Grubin, "A Boost Guidance Scheme for Following a Given Trajectory and Satisfying Injection Constraints", *J.Spacecraft*, Vol.3, No.8, August, 1966, pp.1209-1215.
- [12] J.L.Tylee, J.W.Hardtla, "Adaptive Guidance for Future Launch Vehicles", *AIAA paper 88-4124-CP*, 1988, pp.609-617.

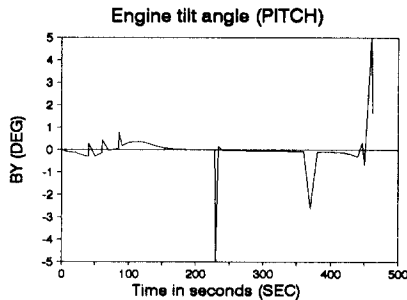
- [13] M.E.Hough, "Explicit Guidance Along an Optimal Space Curve", *AIAA paper 88-4297-CP*, 1988, pp.620-626.
- [14] A.E.Bryson, Y.C.Ho, *Applied Optimal Control*, Hemisphere Publishing Co., 1975.
- [15] K.S.Narendra, A.M.Annaswamy, *Stable Adaptive Systems*, Prentice-Hall, 1989.



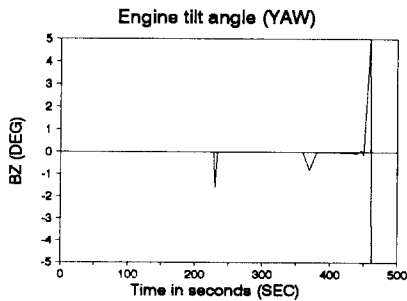
(a) 피치 자세각



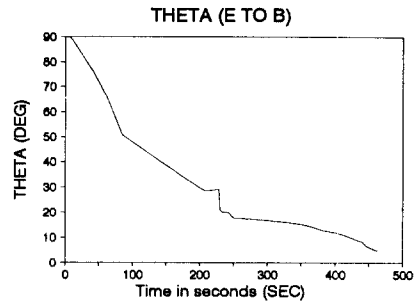
(b) 요 자세각



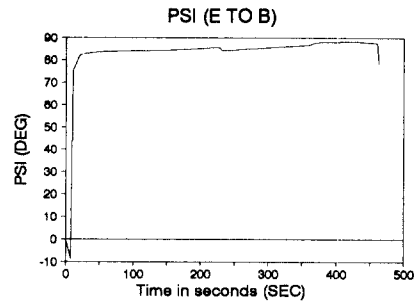
(c) 피치 유도지령각



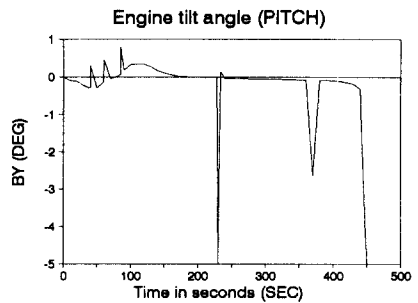
(d) 요 유도지령각



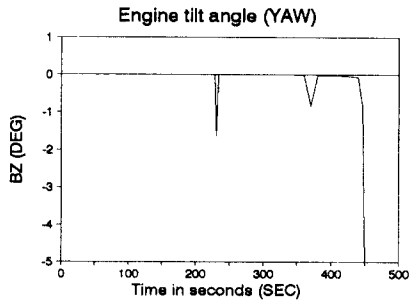
(a) 피치 자세각



(b) 요 자세각



(c) 피치 유도지령각



(d) 요 유도지령각

그림 3.2-2 자세불안정화 유도지령의 제거에 의한 자세 안정화

그림 3.2-1 유도지령이 자세 불안정화를 유발하는 경우