

미지의 불확실한 시스템에 대한 강인한 적응 제어

*김진환 이정휴 정사철 함철주 함운철

전북대학교 공과대학 전자공학과

Robust Adaptive Control for Unknown Uncertain Systems

*Kim Jin Whan, Lee Jeong Hyu, Jeung Sa Cheul, Ham Cheul Ju, Ham Woon Chul

Dept. of Elec. Eng, Chonbuk Nat'l Univ.

요 약

본 논문에서는 미지의 불확실한 시스템에 적용할 수 있는 제어 알고리즘을 제안하였다. n차 수 단일 입출력 시스템의 상태를 "uncontrolled" 상태와 "controlled" 상태로 분리시키며 아울러 uncontrolled 부시스템이 임의의 n-1개의 특성근(eigen values)을 갖도록 하는 변환 행렬을 유도하고 이를 이용하여 새로운 강인한 제어를 설계하였다. 적응 제어 이론과 가변 구조 제어 이론의 개념을 도입하여 새로운 제어 법칙을 제안하였으며 제안된 제어기의 안정도는 Lyapunov 안정도 이론을 이용하여 증명하였다. 컴퓨터 시뮬레이션 결과 제안된 적응 제어 알고리즘이 강인성과 안정성을 갖음을 확인할 수 있었다.

Abstract

In this paper, robust adaptive control algorithms which can be applied to unknown uncertain systems are suggested. Transform matrix for dividing states into "uncontrolled" states and "controlled" states and general searching procedure for the transform matrix which assign arbitrary n-1 eigen values for the uncontrolled subsystem of n-th order single-input single-output systems is also studied and utilized for the design of new-type controllers. We derived new-type control laws by using adaptive control theory and variable structure system and its stability is proved by using Lyapunov stability theory. From computer simulation results, we can see that the proposed adaptive control algorithm is robust and stable.

I. 서 론

최근 10여년 동안 미지 또는 시스템의 매개변수 중 일부만 알려져 있는 제어 시스템에 대한 많은 연구가 진행되어 왔다^[1-10]. 이러한 제어 문제와 관련된 이론 중의 하나가 적응 제어 이론이며 최근 들어 많은 연구가 진행되고 있다. 적응 제어 이론의 특징은 시스템의 동특성(dynamics)을 결정하는 매개변수를 알지 못하는 경우에도 시스템을 제어할 수 있다는 것이다. 현재 외란이 존재할 경우나 모델화되지 않

은 동특성인 시스템에 적용할 수 있는 안정하고 강인한 제어 알고리즘을 구현하기 위한 많은 연구가 진행되고 있다. 이러한 제어 문제를 해결하기 위하여 Narendra^{[1][2]}, Egardt^[3], 그리고 Anderson^[4]은 매개변수 추정시 사역(dead-zone)을 이용하였으며 이 방법에 있어서는 강인한 안정성을 위하여 식별 오차(identification error)가 어느 한 계치를 초과할때만 매개변수를 재 조절하는 매개변수 추정 방식을 사용하고 있다. 다른 한가지 방법은 σ -수정 방식을 이용한 것으로 이 방식에서는 매개변수 추정치의 발산, 즉 불안정성을 제거하기 위하여 기존의 매개변수 추정 방식에 $-\sigma$ 를 첨가하고있다. Ioannou^{[5][6]}는 적응 제어 알고리즘의 강인성을 위하여 후자의 방법을 이용했으며, 초기상태에 모든 궤적들이 수렴되도록 하는 상태 공간 영역이 존재함을 보였다. 위의 두 방식에 있어서 공정오차가 0으로 수렴됨을 보장하고 있지 않음으로 공정 오차가 0으로 수렴하도록 하는 강인한 적응 제어 알고리즘을 찾는 것은 아직 연구해야할 과제로 남아있다는 단점이 있다. 이러한 강인성 문제를 해결하기 위한 또다른 제어 이론은 Utkin^[7]과 Itkis^[8]에 의하여 연구된 가변 구조 제어 이론이다. 이 이론은 상태 공간상의 초평면 상에서 입력의 고속 스위칭에 의한 슬라이딩 운동을 이용한 방법으로써 시스템의 외란이나 불확실한 변수에 대하여 매우 둔감하다는 장점을 가지고 있다.

본 논문에서는 불확실한 변수가 있는 미지의 시불변 단일 입출력 시스템에 대한 강인한 새로운 형태의 제어기를 설계하기 위하여 가변 구조 시스템의 물리적 개념을 부가한 적응 제어 알고리즘을 제안하였으며 제어기의 안정도 분석 및 설계의 단순성을 고려하기 위하여 "uncontrolled"와 "controlled"상태로 분리하기 위한 변환 행렬을 유도하고 이를 제어기 설계에 이용하였다.

본 논문의 구성은 II장에서 시스템의 상태를 "uncontrolled"와 "controlled"상태로 분리하는 변환 행렬을 소개하였으며 이에 대한 일반적인 구현 과정을 제시하였다. III장에서는 3 가지 유형의 제어기를 소개하였고 IV장에서는 제안된 제어기들의 안정도를 분석하였다. V장에서는 제안된 강인한 제어 법칙을 이용하여 제어기를 설계하였으며, 설계된 제어기를 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 분석하여 보았다. 컴퓨터 시뮬레이션 결과 공정 오차가 0으로 수렴함을 알 수 있었다. 제안된 제어 알고리즘은 입력에 외란이 발생할 경우에도 공정의 출력 오차

가 0으로 수렴되는 강인성을 갖고 있음을 알 수 있었으며 가변 구조 제어이론과 유사한 현상인 chattering 현상이 입력 파형에서 발생됨을 알 수 있었다.

II. 수학적 배경

본 장에서는 uncontrolled 부시스템이 임의의 n-1 특성근을 갖도록 하는 변환 행렬을 구하기 위한 수학적 배경에 대하여 고찰한다.

[정리1] i번째 요소 $a_i > 0$ 인 벡터 $a \in \mathbb{R}^{n-1}$ 와 n-2차 다항식 $p(s)$ 가 주어지면 다음 식을 만족하는 벡터 $a \in \mathbb{R}^{n-1}$ 가 유일하게 존재한다.

$$p(s) = a_1(s+a_2)(s+a_3)\dots(s+a_{n-1}) + a_2(s+a_1)(s+a_3)\dots(s+a_{n-1}) + \dots + a_{n-1}(s+a_1)(s+a_2)\dots(s+a_{n-2}) \quad (1)$$

단, 모든 $i \neq j$ 에 대하여 $a_i \neq a_j$ 라 가정한다.

[증명]

행렬 V를 다음과 같이 정의한다.

$$V = \begin{bmatrix} 1 & \sum_{i=1}^{n-1} a_i & \sum_{\substack{i,j=1 \\ j>i}}^{n-1} a_i a_j & \sum_{\substack{i,j,k=1 \\ k>j>i}}^{n-1} a_i a_j a_k & \dots & \prod_{i=1}^{n-1} a_i \\ 1 & \sum_{i=2}^{n-1} a_i & \sum_{\substack{i,j=2 \\ j>i}}^{n-1} a_i a_j & \sum_{\substack{i,j,k=2 \\ k>j>i}}^{n-1} a_i a_j a_k & \dots & \prod_{i=1}^{n-1} a_i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & \sum_{i=n-1}^{n-1} a_i & \sum_{\substack{i,j=n-1 \\ j>i}}^{n-1} a_i a_j & \sum_{\substack{i,j,k=n-1 \\ k>j>i}}^{n-1} a_i a_j a_k & \dots & \prod_{i=n-1}^{n-1} a_i \end{bmatrix} \quad (2)$$

식(2)에서 행렬 V의 i, j번째 요소 v_{ij} 는 다음과 같이 정의 되는 다항식의 s^{n-j} 계수이다.

$$v_i = (s+a_1)(s+a_2)\dots(s+a_{n-1}) / (s+a_i) \quad i=1, 2, \dots, n-1 \quad (3)$$

위 정리를 증명하기 위하여 행렬 V가 nonsingular 즉, 행렬 V의 행렬식이 0이 아님을 보이면 된다. 적절한 row operation을 행렬 V에 적용하여 행렬 V의 행렬식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$|V| = \begin{vmatrix} 1 & \times & \times & \times & \dots & \times \\ 0 & (a_1-a_2) & \times & \times & \dots & \times \\ 0 & 0 & \sum_{i=1}^2 (a_i-a_{i+1}) & \times & \dots & \times \\ 0 & 0 & 0 & \sum_{i=1}^3 (a_i-a_{i+1}) & \dots & \times \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \sum_{i=1}^{n-2} (a_i-a_{i+1}) \end{vmatrix} = (a_1-a_2)^{n-2} (a_2-a_3)^{n-3} \dots (a_{n-2}-a_{n-1}) \quad (4)$$

따라서 모든 $i \neq j$ 에서 $a_i \neq a_j$ 인 가정하에서 행렬 V의 행렬식이 0이 아님을 알 수 있다.

[정리2] 행렬 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 와 벡터 $a \in \mathbb{R}^{n-1}$ 가 주어진 경우 아래와 같이 표현된 행렬 Λ 의 특성근이 모든 $i \neq j$ 에 대하여 $a_i \neq a_j$ 인 가정하에서 행렬 Λ 의 특성근과 같도록 하는 벡터 $b, c \in \mathbb{R}^{n-1}$ 와 스칼라 d 가 다음과 같이 존재한다.

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -a_1 & 0 & \dots & 0 & b_1 \\ 0 & -a_2 & \dots & 0 & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -a_{n-1} & b_{n-1} \\ c_1 & c_2 & \dots & c_{n-1} & -d \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서 $a^T = [a_1, a_2, \dots, a_{n-1}]$

$b^T = [b_1, b_2, \dots, b_{n-1}] = [1, 1, \dots, 1]$

$c^T = [c_1, c_2, \dots, c_{n-1}]$

[증명]

행렬 Λ 의 특성 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$|sI - \Lambda| = (s+d)(s+a_1)(s+a_2)\dots(s+a_{n-1}) + c_1(s+a_2)(s+a_3)\dots(s+a_{n-1}) + c_2(s+a_1)(s+a_3)\dots(s+a_{n-1}) + \dots + c_{n-1}(s+a_1)(s+a_2)\dots(s+a_{n-2}) \quad (6)$$

그러므로 정리 1에서 살펴 보았듯이 $|sI - \Lambda|$ 는 벡터 c 와 스칼라 d 를 적절히 선정함으로써 임의의 n차 모닉(monik) 다항식이 될 수 있으며, 따라서 $|sI - \Lambda|$ 와 같도록 할 수 있다. ■

다음은 controllable 상태 방정식으로 표현된 선형 전달 함수에 적용될 수 있는 정리를 제안한다.

[정리3] 행렬 Λ 를 식(5)와 같이 정의하고 벡터 $\beta \in \mathbb{R}^n$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\beta^T = [0, 0, \dots, 1] \quad (7)$$

이때 (Λ, β) 는 controllable하다.

[증명]

(Λ, β) 에 대한 controllability 행렬 C_c 를 다음과 같이 정의 한다.

$$C_c = [\beta, \Lambda\beta, \Lambda^2\beta, \dots, \Lambda^{n-1}\beta] \quad (8)$$

이때 C_c 의 랭크는 n 또는 C_c 의 행렬식이 0이 아님을 보여야 하며 C_c 에 적절한 column operation을 취할 경우 행렬 C_c 의 행렬식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$|C_c| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -a_1 & (-a_1)^2 & \dots & (-a_1)^{n-2} \\ 0 & 1 & -a_2 & (-a_2)^2 & \dots & (-a_2)^{n-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 1 & -a_{n-1} & (-a_{n-1})^2 & \dots & (-a_{n-1})^{n-2} \\ 1 & -d & \times & \times & \dots & \times \end{vmatrix} = (-1)^n \prod_{i < j}^{n-1} (a_i - a_j) \quad (9)$$

따라서 controllability 행렬 C_c 의 행렬식은 모든 $i \neq j$ 에 대하여 $a_i \neq a_j$ 인 가정하에서 0이 아님을 알 수 있다. ■

Remark 1 다음과 같은 단일 입출력 시스템을 고려한다.

$$\dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + b_p u(t) \quad (10)$$

여기서 (A_p, b_p) 는 controllable하다고 한다. 이때 위 시스템 식 (10)이 다음 시스템 식 (11)과 동가가 되도록 하는 행렬 P 가 존재하며 이 경우 시스템 식 (11)은 정리 3에 의하여 controllable하다고 한다.

$$\dot{y}_p(t) = \Lambda y_p(t) + \beta u(t) \quad (11)$$

여기서 $P x_p(t)$ 는 다음과 같다.

$$P x_p(t) = y_p(t) \quad (12)$$

단일 (A_p, b_p) 가 controllable canonical 형태이면 다음과 같이 나타낼 수 있으며

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_{p1} & -a_{p2} & \dots & -a_{pn} \end{bmatrix} \quad b_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

이때 변환 행렬 P 는 다음과 같다.

$$P = \begin{bmatrix} \prod_{i=1}^{n-1} a_i \dots \sum_{i=1, j>i}^{n-1} a_i a_j & \sum_{i=1}^{n-1} a_i & 1 & 0 \\ \prod_{i=2}^{n-1} a_i \dots \sum_{i=2, j>i}^{n-1} a_i a_j & \sum_{i=2}^{n-1} a_i & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \prod_{i=n-1}^{n-1} a_i \dots \sum_{i=n-1, j>i}^{n-1} a_i a_j & \sum_{i=n-1}^{n-1} a_i & 1 & 0 \\ \prod_{i=1}^{n-1} a_i \dots \sum_{k>j>i=1}^{n-1} a_i a_j a_k & \sum_{j>i=1}^{n-1} a_i a_j & \sum_{i=1}^{n-1} a_i & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

변환 행렬 P 의 ij 번째 요소는 아래의 식 (14)로 정의되는 다항식 $P_i(s)$ 의 s^{j-1} 계수와 같다.

$$P_i(s) = \begin{cases} (s+a_1)(s+a_2)\dots(s+a_{n-1})/(s+a_i), & i \neq n \\ (s+a_1)(s+a_2)\dots(s+a_{n-1}), & i = n \end{cases} \quad (14)$$

III. 제어기 설계

다음과 같은 controllable canonical 형태의 시스템을 고려한다.

$$\dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + b_p u(t) + f(x_p(t)) \quad (15)$$

여기서 $x \in \mathbb{R}^n, A_p \in \mathbb{R}^{n \times n}, b_p \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}$ 그리고 $f(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 은 시스

템에서 unmodeled 동특성으로 표현되는 비선형 벡터 함수이다.

[가정1] 함수 $f(\cdot)$ 에 대하여 다음과 같은 매칭 조건을 만족하는 $g(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^1$ 이 존재한다.

$$f(x) = b_p g(x) \quad (16)$$

[가정2] 함수 $g(\cdot)$ 는 다음 조건을 만족한다.

$$|g(x)| \leq \mu_0 + \mu_1 \|x\|, \quad 0 < \mu_0, \mu_1 < \infty. \quad (17)$$

가정 1로부터 시스템 (15)는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + b_p(u(t) + g(x_p(t))) \quad (18)$$

Remark 1에서 변환 행렬 P 가 존재하므로 시스템 (18)은 다음과 같다.

$$\dot{y}_p(t) = \Lambda y_p(t) + \beta(u(t) + \bar{g}(y_p(t))) \quad (19)$$

여기서 $\bar{g}(y_p(t))$ 는 다음과 같다.

$$\bar{g}(y_p(t)) = g(x_p) \leq \mu_0 + \mu_1 \|x_p\| \leq \mu_0 + \mu_1 \|P^{-1}\| \|y_p\| \quad (20)$$

이제 위 시스템 (19)를 두개의 부 시스템으로 분할한다.

$$\begin{cases} \dot{z}(t) \\ \dot{y}_{pn}(t) \end{cases} = \begin{bmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} \\ \Lambda_{21} & \Lambda_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ y_{pn}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (u(t) + \bar{g}(z(t), y_{pn}(t))) \quad (21)$$

여기서 $\begin{bmatrix} z(t) \\ y_{pn}(t) \end{bmatrix} = [y_p(t)]$ 이다.

위 식에서 $\Lambda_{11} \in \mathbb{R}^{(n-1) \times (n-1)}$ 은 안정한 행렬이며 시스템 성능을 개선하기 위하여 자유롭게 임의의 특성근을 갖도록 선택할 수 있다. 이때 $z(t)$ 와 $y_{pn}(t)$ 의 요소들을 각각 "uncontrolled"상태와 "controlled"상태라 한다. $y_{pn}(t)$ 가 L_2 공간에 속하도록 제어기를 설계한다면 $z(t)$ 또한 L_2^{n-1} 공간에 속하게 된다. 이러한 의미에서 $z(t)$ 와 $y_{pn}(t)$ 의 요소들을 각각 "uncontrolled"상태와 "controlled"상태로 명명하기로 한다.

Remark 2 시스템 (21)에서 $y_{pn}(t) \in L_p$ 이면 이때 Λ_{11} 이 안정한 행렬이므로 $[z(t)^T y_{pn}(t)]^T \in L_p^n$ 이다.

즉, 만일

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_{pn}(t) = 0$$

이면

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [z(t)^T y_{pn}(t)]^T = 0 \quad \text{이다}^{[9]}.$$

식 (20)으로 부터 함수 $\bar{g}(z(t), y_{pn}(t))$ 는 다음조건을 만족한다.

$$|\bar{g}(z(t), y_{pn}(t))| \leq \nu_0 + \nu_1 \|z(t)\| + \nu_2 |y_{pn}(t)| \quad (22)$$

여기서 $\nu_0, \nu_1, \nu_2 > 0$ 이다.

ν_* 와 $\omega(t)$ 를 다음과 같이 정의 한다.

$$\nu_* = [\nu_0, \nu_1, \nu_2]^T$$

$$\omega(t) = [1, \|z(t)\|, |y_{pn}(t)|]^T$$

이 경우 식 (22)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$|\bar{g}(z(t), y_{pn}(t))| \leq \nu_*^T \omega(t) \quad (23)$$

다음은 Remark 2의 성질을 이용하여 다음과 같은 경우들에 대하여 $y_{pn}(t)$ 가 L_2 공간에 속하도록 하는 Deterministic 제어기, 적응 제어기, 강인한 적응 제어기를 제안한다.

[경 우1] $\Lambda_{21}, \Lambda_{22}$ 는 알고있는 값이며 $\bar{g}(\cdot) = 0$ 이다.

Deterministic 제어기 :

$$u(t) = -\Lambda_{21}z(t) - \Lambda_{22}y_{pn}(t) - ky_{pn}(t) \quad (24)$$

[경 우2] $\Lambda_{21}, \Lambda_{22}$ 는 미지의 값이며 $\bar{g}(\cdot) = 0$ 이다.

적응 제어기 :

$$u(t) = -\hat{\Lambda}_{21}(t)z(t) - \hat{\Lambda}_{22}(t)y_{pn}(t) - ky_{pn}(t) \quad (25)$$

여기서
$$\begin{bmatrix} \hat{\Lambda}_{21}(t) \\ \hat{\Lambda}_{22}(t) \end{bmatrix} = \Gamma \begin{bmatrix} z(t) \\ y_{pn}(t) \end{bmatrix} y_{pn}(t) \quad (26)$$

[경 우3] $\Lambda_{21}, \Lambda_{22}$ 는 미지의 값이며, $\bar{g}(\cdot) \neq 0$ 이다. 또한 ν_0, ν_1, ν_2 도 미지의 값이다.

강인한 적응 제어기 :

$$u(t) = \begin{cases} -\hat{\Lambda}_{21}(t)z(t) - \hat{\Lambda}_{22}y_{pn}(t) - ky_{pn}(t) - \hat{\nu}_1(t)^T \omega(t) & , y_{pn}(t) > 0 \\ -\hat{\Lambda}_{21}(t)z(t) - \hat{\Lambda}_{22}y_{pn}(t) - ky_{pn}(t) + \hat{\nu}_2(t)^T \omega(t) & , y_{pn}(t) < 0 \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\Lambda}_{21}(t) \\ \hat{\Lambda}_{22}(t) \end{bmatrix} = \Gamma_1 \begin{bmatrix} z(t) \\ y_{pn}(t) \end{bmatrix} y_{pn}(t) \quad (28)$$

$$\hat{\nu}_1(t) = \begin{cases} +\Gamma_2 \omega(t) y_{pn}(t) & , y_{pn}(t) > 0 \\ 0 & , y_{pn}(t) \leq 0 \end{cases} \quad (29)$$

$$\hat{\nu}_2(t) = \begin{cases} -\Gamma_2 \omega(t) y_{pn}(t) & , y_{pn}(t) < 0 \\ 0 & , y_{pn}(t) \geq 0 \end{cases} \quad (30)$$

여기서 $\hat{\nu}_1(t) = [\hat{\nu}_{01}(t), \hat{\nu}_{11}(t), \hat{\nu}_{21}(t)]^T$

$$\hat{\nu}_2(t) = [\hat{\nu}_{02}(t), \hat{\nu}_{12}(t), \hat{\nu}_{22}(t)]^T$$

$$k > 0$$

$\Gamma_0, \Gamma_1, \Gamma_2$ 는 대칭 정치 행렬

IV. 안정도 분석

본 장에서는 앞에서 제안한 제어기의 안정도를 분석한다. 본 장에서는 논문의 지면상 적응 제어기와 강인한 적응 제어기에 국한하여 안정도를 분석하기로 하며 Deterministic 제어기에서도 이와 유사한 방법으로 쉽게 안정도를 증명할 수 있다.

적응 제어기에 대한 Lyapunov함수 $V_1(t)$ 를 Remark 2의 성질을 고려하여 다음과 같이 선정한다.

$$V_1(t) = (y_{pn}(t)^2 + \bar{\lambda}_2(t)^T \Gamma^{-1} \bar{\lambda}_2(t))/2 \quad (31)$$

여기서 $\bar{\lambda}_2$ 는 다음과 같다.

$$\bar{\lambda}_2(t) = [\Lambda_{21}(t)^T, \Lambda_{22}(t)^T]^T - [\Lambda_{21}^T, \Lambda_{22}]^T$$

$V_1(t)$ 를 시간에 대하여 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{V}_1(t) = y_{pn}(t)(\Lambda_{21}^T z(t) + \Lambda_{22} y_{pn}(t) + u(t)) + \bar{\lambda}_2(t)^T \Gamma^{-1} \dot{\bar{\lambda}}_2(t) \quad (32)$$

식 (32)에 적응 제어기의 제어 법칙을 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= -ky_{pn}(t)^2 - y_{pn}(t) \bar{\lambda}_2(t)^T y_p(t) + \bar{\lambda}_2(t)^T \Gamma^{-1} \dot{\bar{\lambda}}_2(t) \\ &= -ky_{pn}(t)^2 < 0. \end{aligned} \quad (33)$$

따라서 $y_{pn}(t) \in L_2$ 에 있으며 Remark 2의 성질로부터 제안된 적응제어기가 안정함을 알 수 있다. ■

강인한 적응 제어기의 안정도 분석을 위하여 강인한 적응 제어기에 대한 Lyapunov함수 $V_2(t)$ 를 다음과 같이 선정한다.

$$V_2(t) = \begin{cases} (y_{pn}(t)^2 + \bar{\lambda}_2(t)^T \Gamma_1^{-1} \bar{\lambda}_2(t) + \hat{\nu}_1(t)^T \Gamma_2^{-1} \hat{\nu}_1(t))/2 & , y_{pn}(t) > 0 \\ (y_{pn}(t)^2 + \bar{\lambda}_2(t)^T \Gamma_1^{-1} \bar{\lambda}_2(t) + \hat{\nu}_2(t)^T \Gamma_2^{-1} \hat{\nu}_2(t))/2 & , y_{pn}(t) < 0 \end{cases} \quad (34)$$

여기서 $\hat{\nu}_1(t)$ 와 $\hat{\nu}_2(t)$ 는 다음과 같다.

$$\hat{\nu}_1(t) = \hat{\nu}_1(t) - \nu_*$$

$$\hat{\nu}_2(t) = \hat{\nu}_2(t) - \nu_*$$

$y_{pn}(t) > 0$ 일때 $V_2(t)$ 를 시간에 대하여 미분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= y_{pn}(t)(\Lambda_{21}^T z(t) + \Lambda_{22} y_{pn}(t) + u(t) + \bar{g}(z(t), y_{pn}(t))) \\ &\quad + \bar{\lambda}_2(t)^T \Gamma_1^{-1} \dot{\bar{\lambda}}_2(t) + \hat{\nu}_1(t)^T \Gamma_2^{-1} \dot{\hat{\nu}}_1(t) \end{aligned} \quad (35)$$

식 (35)에 강인한 적응 제어기의 제어법칙을 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= -ky_{pn}(t)^2 + y_{pn}(t)(-\bar{\lambda}_2(t)^T y_p(t) + \bar{g}(\cdot) - \hat{\nu}_1(t)^T \omega(t)) \\ &\quad + \bar{\lambda}_2(t)^T \Gamma_1^{-1} \dot{\bar{\lambda}}_2(t) + \hat{\nu}_1(t)^T \Gamma_2^{-1} \dot{\hat{\nu}}_1(t) \end{aligned}$$

$$= -ky_{pn}(t)^2 + y_{pn}(t)(\bar{g}(\cdot) - \bar{v}_1(t)^T \omega(t)) + \bar{v}_1(t)^T \Gamma_2^{-1} \bar{v}_1(t) \quad (36)$$

식 (23)을 대입 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &< -ky_{pn}(t)^2 + y_{pn}(t)(\nu_0^T \omega(t) - \bar{v}_1(t)^T \omega(t)) + \bar{v}_1(t)^T \Gamma_2^{-1} \bar{v}_1(t) \\ &= -ky_{pn}(t)^2 - y_{pn}(t) \bar{v}_1(t)^T \omega(t) + \bar{v}_1(t)^T \Gamma_2^{-1} \bar{v}_1(t) \\ &= -ky_{pn}(t)^2 < 0 \end{aligned} \quad (37)$$

$y_{pn}(t) < 0$ 일때 $V_2(t)$ 를 시간에 대하여 미분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= y_{pn}(t)(\Lambda_{21}^T z(t) + \Lambda_{22} y_{pn}(t) + u(t) + \bar{g}(z(t), y_{pn}(t))) \\ &+ \bar{\lambda}_2(t)^T \Gamma_1^{-1} \bar{\lambda}_2(t) + \bar{v}_2(t)^T \Gamma_2^{-1} \bar{v}_2(t) \end{aligned} \quad (38)$$

식(38)에 강한 적응제어기를 위한 제어법칙을 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= -ky_{pn}(t)^2 + y_{pn}(t)(-\bar{\lambda}_2(t)^T y_p(t) + \bar{g}(\cdot) + \bar{v}_2(t)^T \omega(t)) \\ &+ \bar{\lambda}_2(t)^T \Gamma_1^{-1} \bar{\lambda}_2(t) + \bar{v}_2(t)^T \Gamma_2^{-1} \bar{v}_2(t) \\ &= -ky_{pn}(t)^2 + y_{pn}(t)(\bar{g}(\cdot) + \bar{v}_2(t)^T \omega(t)) \\ &+ \bar{v}_2(t)^T \Gamma_2^{-1} \bar{v}_2(t) \end{aligned} \quad (39)$$

식 (23)을 이용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &< -ky_{pn}(t)^2 + y_{pn}(t)(-\nu_0^T \omega(t) + \bar{v}_2(t)^T \omega(t)) + \bar{v}_2(t)^T \Gamma_2^{-1} \bar{v}_2(t) \\ &= -ky_{pn}(t)^2 + y_{pn}(t) \bar{v}_2(t)^T \omega(t) + \bar{v}_2(t)^T \Gamma_2^{-1} \bar{v}_2(t) \\ &= -ky_{pn}(t)^2 < 0 \end{aligned} \quad (40)$$

따라서 $y_{pn}(t) \in L_2$ 에 있고 Remark 2로부터 강한 적응 제어기의 안정도를 증명하였다. ■

V. 컴퓨터 시뮬레이션

본 장에서는 3장에서 다룬 강한 적응 제어 이론을 이용하여 설계된 제어기의 동작 특성을 살펴보기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행한다. 일반적인 controllable canonical 형태의 식(18)과 같은 등가 시스템에 대하여 Runge-Kutta 방식을 적용하여 시뮬레이션을 하였다.

3 개의 특성근을 갖는 일반적인 controllable canonical 형태의 시스템을 고려한다.

여기서 a_{p1}, a_{p2}, a_{p3} 는 미지라고 가정하며 시뮬레이션을 위하여 각각 1, 2, 4로 설정하였다.

$$\dot{x}_p(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_{p1} & -a_{p2} & -a_{p3} \end{bmatrix} x_p(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} [u(t) + g(t)]$$

식 (13)의 변환 행렬을 이용한 위 식의 등가 시스템은 다음과 같으며 $a_1=1, a_2=2$ 인 경우에 국한하여 시뮬레이션 한다.

$$\dot{y}_p(t) = \begin{bmatrix} -a_1 & 0 & 1 \\ 0 & -a_2 & 1 \\ \Lambda_{211} & \Lambda_{212} & -a_{p3} + a_1 + a_2 \end{bmatrix} y_p(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} [u(t) + g(\bar{t})]$$

여기서 $\Lambda_{211} = (a_1^3 - a_{p1} + a_{p2} \cdot a_1 + a_{p3} \cdot a_1^2) / (a_2 - a_1)$,

$\Lambda_{212} = (-a_2^3 + a_{p1} - a_{p2} \cdot a_2 + a_{p3} \cdot a_2^2) / (a_2 - a_1)$

현재 a_{p1}, a_{p2}, a_{p3} 가 미지인 관계로 $\Lambda_{21}, \Lambda_{22}$ 도 미지이며 이들의 초기치 $\Lambda_{21}(0), \Lambda_{22}(0)$ 그리고 $\nu_1(0), \nu_2(0)$ 는 각각 다음과 같이 초기화 하였다.

$$\Lambda_{21}(0) = [\Lambda_{211}(0) \ \Lambda_{212}(0)] = [0.2 \quad 0.2]$$

$$\Lambda_{22}(0) = 0.2$$

$$\nu_1(0) = [\nu_{11}(0) \ \nu_{12}(0) \ \nu_{13}(0)] = [0.2 \quad 0.2 \quad 0.2]$$

$$\nu_2(0) = [\nu_{21}(0) \ \nu_{22}(0) \ \nu_{23}(0)] = [0.2 \quad 0.2 \quad 0.2]$$

또한 $\Gamma_0, \Gamma_1, \Gamma_2$ 를 각각 3, 3, 3으로 하였으며 외란 g 는 그림 2의 점선으로 표시된 것과 같이 +1과 -1로 변환한 구형파로 놓았다. 이 경우 시스템의 출력을 그림 1에 나타내었으며 입력 파형을 그림 2에 나타내었다. 각각의 매개변수를 그림 3과 그림 4에 나타내었다. 그림 1에서 보듯이 외란이 있음에도 불구하고 공정 오차가 0으로 수렴함을 알 수 있으며, 각각의 매개변수가 추정되어감을 알 수 있다. 그림 2에서는 가변구조 시스템에서 볼 수 있는 슬라이딩 개념의 chattering 현상을 볼 수 있다.

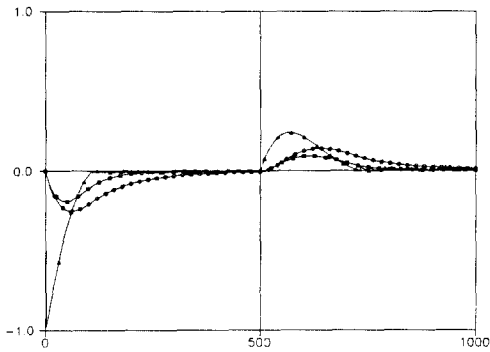
VI. 결 론

모델화 되어있지 않는 입력 외란이 존재하는 단일 입출력 시스템에 대한 강한 적응 제어 알고리즘을 제안하였다. 시스템의 특성과 외란의 유한치(tight bound)에 대한 매개변수들은 모두 미지값(unknown)으로 가정하였으며 이들 매개변수를 적절하게 추정하여 시스템의 안정도를 보장하는 매개변수 추정 방식을 제안하였다. 상태들을 가변구조 시스템에서 슬라이딩 운동의 물리적 개념을 도입하여 "uncontrolled"상태와 "controlled"상태로 분리할 수 있는 변환 행렬에 대하여 고찰하여 보았으며 이를 이용한 제어기 설계상 주안점은 "controlled"상태가 0으로 수렴함을 보일 수 있는 제어 알고리즘을 찾는 것이다. 본 논문에서 제안한 제어 알고리즘의 장점은 시스템의 정확한 모델링을 요하지 않으며 매칭조건을 만족하는 외란이 존재할 경우에도 공정 오차가 0으로 수렴할 수 있는 점이다. 앞으로 다중 입출력 시스템도 적용될 수 있도록 제안된 알고리즘을 확장하는 연구가 진행되어야 하겠다.

参 考 文 献

- [1] B. B. Peterson and K. S. Narendra, "Bounded error adaptive control," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-27, pp. 116 1-1168, Dec. 1982.
- [2] G. Kreisselmeier and K.S. Narendra, "Stable model reference adaptive control in the presence of bounded disturbance," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-27, pp.1969-pp1175, Dec. 1982.
- [3] B. Egardt, Stability of Adaptive Controllers. New York : Springer-Verlag, 1979.

- [4] G. Kreisselmeier and B.D.O. Anderson, "Robust Model Reference Adaptive Control," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-31, pp127-pp.133, Feb. 1986.
- [5] P.A. Ioannou and P. Kokotovic, "Robust redesign of adaptive control," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-29, pp202-p p211, Mar. 1984.
- [6] P.A. Ioannou and K.S. Tsakalis, "A Robust direct adaptive controller," IEEE Trans. Automat. contr., vol. AC-31, pp.103 3-pp.1043, Nov. 1986.
- [7] V.I. Utkin, Sliding Mode and Their Application in Variable Structure Systems. Moscow, USSR:MIR, 1978.
- [8] U. Itkis, Control Systems of Variable Structure. John Wiley & Sons, New York, 1976.
- [9] C.A. Desoer and M. Vidyasagar, Feedback Systems: Input-Output Properties. Academic Press, New York, 1975.
- [10] 戚震哲, "Adaptive Control Based on Explicit Model of Robot Manipulators" IEEE Trans. Automat. Contr., to be publish in Mar. 1993.



○ : $y_{p1}(t)$ Δ : $y_{p2}(t)$ □ : $y_{p3}(t)$

그림 1. 공정의 오차 출력

Fig. 1. output of system

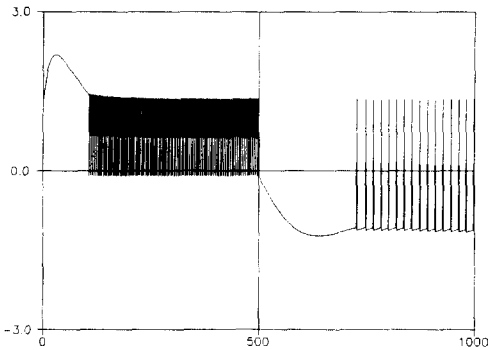
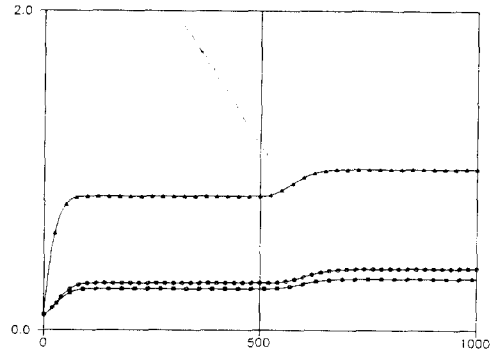


그림 2. 공정의 입력 및 외란

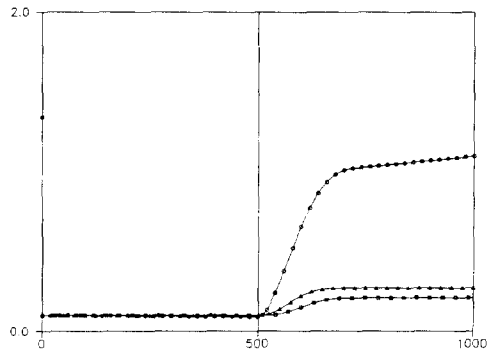
Fig. 2. Input and $\bar{g}(t)$



○ : λ_{11} Δ : λ_{12} □ : λ_{13}

그림 3. 매개변수 출력($[\lambda_{211}, \lambda_{212}, \lambda_{22}]$)

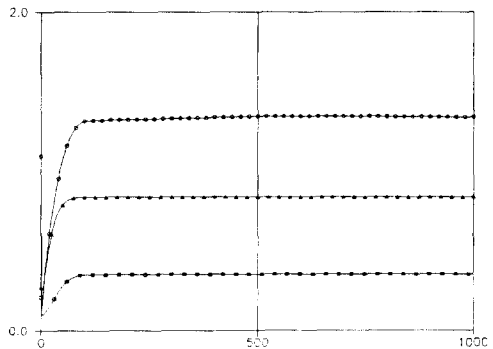
Fig. 3. Output of parameter($[\lambda_{211}, \lambda_{212}, \lambda_{22}]$)



○ : ν_{11} Δ : ν_{12} □ : ν_{13}

그림 4-a. 매개변수 출력($[\nu_{11}, \nu_{12}, \nu_{13}]$)

Fig. 4-a. Output of parameter($[\nu_{11}, \nu_{12}, \nu_{13}]$)



○ : ν_{21} Δ : ν_{22} □ : ν_{23}

그림 4-b. 매개변수 출력($[\nu_{21}, \nu_{22}, \nu_{23}]$)

Fig. 4-b. Output of parameter($[\nu_{21}, \nu_{22}, \nu_{23}]$)