

다중 표적 추적을 위한 표적 탐지 임계값에 대한 연구

이 양 원 · 이 봉 기 김 광 태 김 경 기
국방과학연구소

A study on the detection threshold for multitarget tracking

Lee Yang-Weon Lee Bong-Ki Kim Kwang-Tae Kim Kyung-Ki
Agency for Defence Development

Abstract

Tracking performance depends on the quantity of the measurement data. In the Kalman-Bucy filter and other trackers, this dependence is well understood in terms of the measurement noise covariance matrix, which specifies the uncertainty in the value of measurement inputs. In this paper, we derived approximated error covariance matrix to evaluate the dependence of target detection probability and false alarm probability in the presence of uncertainty of measurement origin.

1. 서 론

탐색 레이더로부터 제공되는 표적 위치 정보를 이용하여 표적의 속도, 침로등을 추정하는 방법을 TWS(track while scan)^[1] 라고 한다. 이같은 방법은 매 스캔 마다 추적 윈도우(window)를 움직여 가면서 레이더 반사 신호를 추출하여 추적이 가능하게 한 알고리즘으로써 현재까지도 실제 시스템에 많이 사용되고 있다.^[2, 3, 4]

일반적인 TWS 추적 장치의 기능은 크게 표적 탐지 및 추출 부분과 데이터 스무딩(추정 및 예측) 부분으로 나눌 수 있다. 기존의 TWS 시스템에서는 표적 데이터 스무딩 부분과 표적 탐지 및 추출 부분이 완전히 독립적으로 설계되므로써 표적 탐지 및 추출 부분에서는 TWS 추적 컴퓨터에서 얻을 수 있는 다음 스캔에서 일어날 수 있는 여러가지 표적에 관한 정보를 무시해 버렸고, 또한 TWS 추적 알고리즘은 물표와 추적의 연관(plot-to-track association)에 있어서 불확정성을 해결하는데 도움이 되는 요소^[5]들을 무시하게 되므로써 윈도우내에 레이더 반사 신호가 한개 이상 존재하면 추적 상태가 불안정하게 되어 추적을 유지하지 못하고 소실되며, 더우기 주변에 많은 표적이 있는 상황에서서는 지속적으로 표적 추적 상태를 유지하기가 어렵기 때

문에 심각한 문제가 발생된다. 따라서 이와같은 단점을 개선함과 동시에 센서에서 오는 오차들, 즉 측정 오차, 탐지 누락, 새로운 표적의 출현 및 허위 경보(false alarm)등으로 인한 원천(source)의 불확정성 문제를 해결하기 위해서 기존의 하드웨어(hardware)적인 표적 추출 대신에 탐색 영역 전체를 대상으로 하여 표적 탐지 및 추출 부분과 표적 데이터 스무딩(smoothing) 부분을 통합하여 추적 체계를 소프트웨어(software)적으로 최적화시키는 방법인 다중 표적 추적 (multi-target tracking) 기법의 연구가 진행중이다. 그러나 이러한 방법들은 다중 표적 추적 기법을 적용할 레이더에서 서로 독립적으로 존재할 수 없는 인자인 탐지 확률과 허위 경보 확률을 분리해서 고려하고 있으므로 실제 시스템 적용시 신뢰도 예측에 문제가 있을 수 있었다. 따라서 본 논문에서는 탐지 및 허위 경보 확률을 근거로 추적기의 오차 공분산 값을 구하는 식을 유도하여 탐지 확률과 허위 경보 확률이 다중 표적 추적기에 미치는 영향을 정량적으로 분석이 가능한 방법을 찾기 위하여 오차 공분산식을 근사화하여 탐지 확률과 허위 경보 확률에 종속 변수가 되도록 하므로써 이들의 영향을 정량적으로 분석이 가능하도록 하였다.

2. 문제 정의

다음과 같은 동차 선형 방정식으로 표현되는 T개 표적의 동적 시스템을 생각하자.

$$X^t(k+1) = \Phi^t X^t(k) + G^t \omega^t(k) \quad (2-1)$$

$$z^t(k) = H^t X^t(k) + \nu^t(k) \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (2-2)$$

이때 X^t 는 표적 t의 상태 벡터, z^t 는 표적 t의 측정 벡터, ω^t 와 ν^t 는 서로 독립이며 평균값이 영이면서 공분산 값이 각각 Q^t, R^t 인 가우시안 잡음(Gaussian noise)벡터이다. 이러한 시스

템에 대한 추적 방법으로는 이산 시간 칼만부시 필터(discrete time Kalman-Bucy filter)가 사용되는데 이방법을 요약하면 다음과 같다.

A. State Update

$$\hat{X}^t(k|k) = \hat{X}^t(k|k-1) + K^t(k) \tilde{z}^t(k) \quad (2-4)$$

$$P^t(k|k) = P^t(k|k-1) - K^t(k) S^t(k) K^t(k)' \quad (2-5)$$

B. State propagation

$$\hat{X}^t(k|k-1) = \Phi^t \hat{X}^t(k-1|k-1) \quad (2-6)$$

$$P^t(k|k-1) = \Phi^t P^t(k-1|k-1) \Phi^t' + G^t Q^t G^t' \quad (2-7)$$

여기서 $\tilde{z}^t(k)$ 는 이노베이션 벡터 (innovation vector)로써 $\tilde{z}^t(k) = z^t(k) - \hat{z}^t(k|k-1)$ 와 같이 정의되고 이것의 공분산 행렬은 아래와 같이 된다.

$$S^t(k) \equiv E \{ \tilde{z}^t(k) \tilde{z}^t(k)'\} \\ = H^t P^t(k|k-1) H^t' + R^t \quad (2-8)$$

한편 필터 이득 $K^t(k)$ 는 다음과 같다.

$$K^t(k) = P^t(k|k-1) H^t' S^t(k)^{-1} \quad (2-9)$$

그러나 기존의 방법을 이용할때는 실제 탐지 센서는 추적하고 있는 표적뿐만 아니라 주변의 클러터들에 대한 측정값들도 제공하기 때문에 이 값들 중에서 표적과 연관이 있는 어느 하나를 선택해야만 칼만 부시 필터를 사용할 수 있는 문제가 발생한다. 따라서 기존의 TWS 방식에서는 크기가 고정된 표적 추출 게이트를 이용, 게이트안에서 표적 예측 위치와 가장 가까운 측정값을 찾기 위해서 다음과 같은 이노베이션 함수를 이용하여 불필요한 표적을 제거 하였다.

$$\tilde{z}^t' S^{-1} \tilde{z}^t \leq g^2 \quad , \quad g: \text{게이트 임계값} \quad (2-10)$$

그러나 표적들이 근접해서 존재하거나 클러터 밀도가 높은 상황하에서는 게이트내에 다수의 측정값들이 존재하므로 문제가 발생한다. 따라서 다중 표적 추적용 TWS에서는 근접한 다중 표적들을 분리 추적 하기 위해서 게이트내에 탐지 물표와 추적간의 연관 관계를 조사하여 최적의 탐지값을 선택하는 것으로써 적용 개념에 따라 많은 방법이 제시되고 있다. [6.7.8] 본 논문에서는 Bar-shalom이 제안한 PDA^[7](probabilistic data association) 기법을 이용시 탐지 확률과 허위 경보 확률에 따른 오차 공분산 값의 변화를 정량적으로 알아보는 관계식을 유도 하였다. 식을

유도함에 있어서 편의상 표적 수를 의미하는 t와 시간 간격 k는 식의 유도에 혼돈이 없는한 생략한다.

3. PDA 필터^[7]

PDA(probabilistic data association filter)는 클러터 환경하에서 이미 궤적이 개시된 단일 표적을 추적하기위한 준최적 베이시안(suboptimal Bayesian)기법으로서 궤적의 유효화 영역내에 출현하는 모든 측정치를 사용하여 궤적을 갱신하는 전체 인접(all-neighbor)기법에 속한다. 부베이시안(Non-Bayesian)기법에서는 고려되는 궤적이 참(True)이라는 가정하에서 궤적을 갱신하나, 이 기법에서는 유효화 영역 내에 출현하는 모든 측정치를 측정치의 근원에 대한 불확실성을 고려하여 궤적에 포함한다. 유효화된 측정치의 전체 집합을 기존의 궤적에 포함하는 과정은 각각의 측정치가 궤적으로부터 기인할 사후 확률을 계산하고, 이를 가중치로 사용하여 각각의 측정치를 이용한 궤적의 추정치를 결합함으로써 최종적인 추정치를 산출하는 과정을 통하여 수행된다. 따라서 PDA 필터에서 산출되는 표적상태의 추정치와 오차 공분산 행렬은 측정치의 불확실성을 고려하게 된다. PDA 필터에서 데이터 연관을 위한 예비단계로서, 다수 측정치 중에서 궤적 갱신에 포함될 측정치를 선택하는 데이터 유효화 절차가 선행한다. 데이터 유효화 과정을 통하여 시간 k에서의 유효화된 측정치의 집합 $Z(k)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$Z(k) = \{z_1(k), z_2(k), \dots, z_{m_k}(k)\} \quad (3-1)$$

단 m_k : 시간 k에서 게이트내에 있는 유효 표적수

이때 스캔 1에서 스캔 k까지 모인 측정값을 집합으로 표시하면 다음과 같다.

$$Z^k = \{Z(1), Z(2), \dots, Z(k)\} \quad (3-2)$$

측정치의 집합 $Z(k) \cdot Z^k$ 를 사용하여 사건 $\theta_i(k)$ 와 Z^k 의 조건하에서 $\theta_i(k)$ 의 사후 확률(a posteriori probability) $\beta_i(k)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\theta_i(k) := \{z_i(k) \text{ is originated from the target}\}, i=1, \dots, m_k$$

$$\theta_0(k) := \{ \text{none of the measurements at time } k \text{ is originated from the target} \}$$

$$\beta_i(k) := P(\theta_i(k) | Z^k), i=1, \dots, m_k \quad (3-3)$$

한편 각 측정값과 표적 예측 추정 위치와의 차인 이노베이션은 다음과 같다.

$$\tilde{z}_j^t(k) = z_j(k) - \hat{z}^t(k|k-1) \quad (3-4)$$

단, $j = 1, \dots, m$

이때 PDA기법은 식(3-4)에서 구한 유수(residual)에 가중치 β_j 를 곱해서 식(3-5)와 같은 가중 이노베이션 (weighted innovation)을 이용하여 식(2-4)의 상태 벡터를 갱신한다.

$$\tilde{z}^t(k) = \sum_{j=1}^m \beta_j \tilde{z}_j^t(k) \quad (3-5)$$

한편 오차 공분산식 (2-5)는 다음과 같이 된다.

$$P(k|k) = P(k|k-1) - (1-\beta_0)KSK' + P_k \quad (3-6)$$

단, $P_k = K \left[\sum_{j=1}^m \beta_j z_{j,j} z_j - z z' \right] K \quad (3-7)$

위식을 고찰해 보면 데이터 종속 변수인 β_0, P_k 가 포함되어 있으므로 원래의 확정적(deterministic)인 이었던 식이 확률적(stochastic)인 식으로 변하여 버렸음을 알 수 있다. 본 논문의 목적은 탐지 확률 P_D 와 클러터 밀도 C 에 의해서 추적 성능의 변화를 정량적으로 알아보기 위해서 P_k 에 대한 근사화 작업이 선행되어야 한다.

4. 공분산식 근사화

추적 성능을 평가함에 있어서 가장 직접적인 영향을 미치는 요소가 오차 공분산 행렬 $P(k|k)$ 이므로 이 값을 조사해 보면 측정 값의 원천이 불확정할때 오차 변화 특성을 파악 할 수 있다. 그러나 $P(k|k)$ 는 랜덤하며 비선형이므로 확률적 의미에서 만 고찰이 가능하고 또한 단순 연산이 아닌 수치 해석 기법으로 1차 및 2차 모우먼트를 구해야하므로 문제가 복잡해진다. 따라서 본 논문에서는 앞절에서 언급한 오차 공분산식을 근사화하기 위해서 β_0 와 P_k 값의 기대값을 이용한다.

$$P_k = E\{P_k|Z^{k-1}\} \quad (4-1)$$

$$\beta_0 = E\{\beta_0|Z^{k-1}\} = E\{\beta_0\} = 1 - P_D P_C \quad (4-2)$$

위식을 오차 공분산 식(2-5), (3-6)에 대입하면 확정적(deterministic)식이 된다. 그러나 (3-6)식은 비선형이므로 $E\{P(k|k)\}$ 값을 계산하지 못한다. 따라서 이것의 선형화를 통하여 환경 인자인 P_D 와 C 의 함수로써 미래의 상태 오차 공분산 값의

근사치를 계산하려한다. 먼저 식(4-1)의 P_k 를 전개하면 아래와 같다.

$$P_k = E\{P_k|Z^{k-1}\} = E\{E\{P_k|m, Z^{k-1}\} | Z^{k-1}\} \quad (4-3)$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} E\{P_k|m, Z^{k-1}\} | P\{m|Z^{k-1}\}$$

식(3-7)과 (3-5)를 이용하여 P_k 의 기대값 부분을 정리하면 아래와 같다.

$$E\{P_k|m, Z^{k-1}\} = \begin{cases} K [U_1(m) - U_2(m)] K' & m=1, 2, \dots \\ 0 & \end{cases} \quad (4-4)$$

단,

$$U_1(m) = E\left[\sum_{i=1}^m \beta_i y_i y_i' | m, Z^{k-1}\right] \quad (4-5)$$

$$U_2(m) = E\left[\sum_{i=1}^m \beta_i^2 y_i y_i' | m, Z^{k-1}\right] \quad (4-6)$$

위식의 기대값을 구하기 위해서 가우시안 밀도의 대칭성과 유효화 영역을 구로 가정하며, 대각선상 이외에 존재하는 행렬 요소들을 무시하면 아래와 같이 표현 할 수 있다.

$$U_1(m) = m \frac{P_D}{P_D P_C m + (1 - P_D P_C) CV} \frac{C_M}{(2\pi)^{M/2}} I_1 S_k \quad (4-7)$$

$$U_2(m) = m \frac{P_D}{P_D P_C m + (1 - P_D P_C) CV} \frac{C_M}{(2\pi)^{M/2}} (M/g^M) \cdot I_2(m) S_k \quad (4-8)$$

단,

$$I_1 = \int_0^g r^{M+1} \exp(-r^2/2) dr \quad (4-9)$$

$$I_2(m) = \int_0^g \int_0^g \frac{\exp(-r_1^2/2)r_1^2}{b + \sum \exp(-r_j^2/2)} (r_1 \dots r_m)^{M-1} dr_1 \dots dr_m \quad (4-10)$$

여기서 b 는 β_0 를 계산하기 위해 사용한 것으로써 아래와 같다.

$$b = (2\pi)^{M/2} (CV/C_M g^M) ((1 - P_D P_C)/P_D) \quad (4-11)$$

식 (4-7, 10)을 식(4-3)에 대입하면 P_k 는 다음과 같이 된다.

$$P_k = (q_1 - q_2) KSK' \quad (4-12)$$

단,

$$q_1 = P_D \frac{C_M}{(2\pi)^{M/2}} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\exp(-CV)(CV)^{m-1}}{(m-1)!} I_1 \quad (4-13)$$

$$q_2 = P_D \frac{C_M}{(2\pi)^{M/2}} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\exp(-CV)(CV)^{m-1}}{(m-1)!} (M/g^M)^{M-1} I_2(m) \quad (4-14)$$

위식들과 (4-2)식을 (3-6)식에 대입하면 오차 공분산식은 다음과 같이 된다.

$$P(k|k) = P(k|k-1) - (P_D P_C - q_1 + q_2)(KSK') \quad (4-14)$$

위식은 g 와 M 값의 대표적인 값 즉 $g=4$ 혹은 5 , $M=10$ 을 대입하고 P_C 값이 대략 1 이라면 q_1 값은 대략 P_D 값과 같게 되므로 아래와 같이 간단한 식으로 만들 수 있다.

$$P(k|k) = P(k|k-1) - q_2(KSK') \quad (4-15)$$

위식에서 q_2 는 식(4-14)에서 정의된 것과 같이 스칼라 양이고 그 크기는 0과 1사이의 값을 가지면서 P_D 와 C 에 의하여 변하는 변수이다. q_2 는 공분산 값이 향상되는 것을 가로 막고 있는데 이것은 KSK' 에 q_2 가 곱해지므로서 이루어진다. 즉 q_2 가 작으면 작을 수록 공분산 값은 악화되고 있는 것을 위식을 통해서 알 수 있다. 따라서 q_2 는 P_D 와 C 값의 변화에 따라서 변하는 변수이므로 추적 성능을 평가하는 유용한 인자로 사용할 수 있다.

유도된 식의 추적기 성능 평가 관계를 위해 시뮬레이션을 수행하였다. 식(4-10)을 구하기 위해서 몬테 카를로(Monte Carlo) 적분 프로그램을 이용하였으며 P_D 와 C 의 여러가지 값에 대해서 q_2 의 변화를 구하여 보았다. 그림 4-1.2.3은 M 값의 변화에 따른 q_2 값의 변화를 x 축을 클러터 밀도로 잡고 y 축을 탐지 확률로 했을 때 나타낸 것이다. 예측 했던바와 같이 q_2 값이 작으면 작을 수록 클러터 밀도는 증가하고 탐지 확률은 감소하는 것을 확인할 수 있었다.

5. 결 론

본 논문에서는 다중 표적 추적 알고리즘인 PDA 추적기의 데이터 결합 과정에서 가정하는 인자인 탐지 확률과 클러터 밀도가 전체 추적기 성능에 얼마나 영향을 미치는가를 오차 공분산식을 통하여 알아보는 방법을 제안하였다. 컴퓨터 시뮬레이션 수행 결과, PDA 추적기의 성능은 클러터 및 탐지 확률에 따라서 큰 변동이 있음을 알 수 있었다. 따라서 PDA 표적 추적기를 실제 시스템에 적용하기 위해서는 이 방법을 이용하여 최적 표적 탐지 임계값(threshold voltage)을 선택할 수 있을 것으로 판단된다.

6. 참 고 문 헌

- [1] S. A. Hovanessian, *Radar System Design and Analysis*, Artech House, 1984
- [2] *H-930 Surface Fire Control System*, Honeywell, 1985
- [3] *WH-28 Fire Control System Descriptions*, HSA, 1982
- [4] *WSA-423 Fire Control System Design Documents*, Ferranti Company, 1986
- [5] V. Nagarajan, R. N. Sharma and M. R. Chidambara, "An algorithm for tracking maneuvering target in clutter," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol AES-20, pp. 560-574, 1984.
- [6] D. B. Reid, "An algorithm for tracking multiple targets," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 24, pp. 843-854, Dec. 1979
- [7] Y. Bar-Shalom, "Extension of probabilistic data association filter in multi-target tracking," in *Proc. 5th Symp. Nonlinear Estimation Theory and its Application*, pp. 16-21, Sept. 1974
- [8] D. L. Alspach, "A Gaussian sum approach to multi-target identification tracking problem" *Automatica*, vol. 11, , pp. 285-296, May 1975

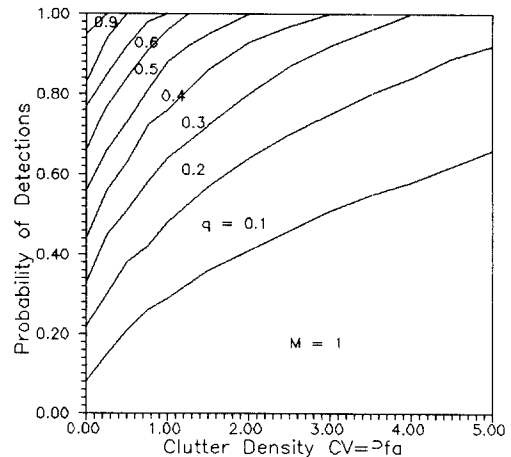


그림 4-1 M = 1일때 추적기 동작 특성
Fig. 4-1 Tracker operating characteristics for M=1

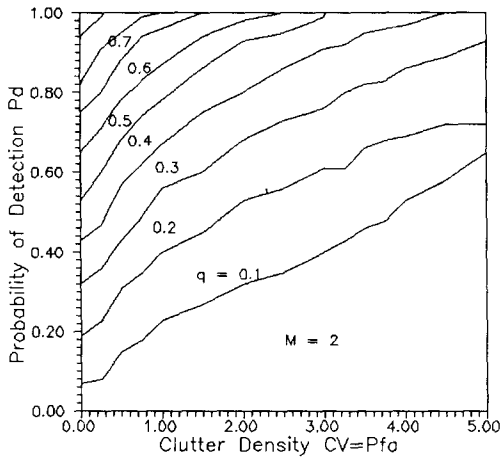


그림 4-2 $M = 2$ 일때 추적기 동작 특성
 Fig. 4-2 Tracker operating characteristics for $M=2$

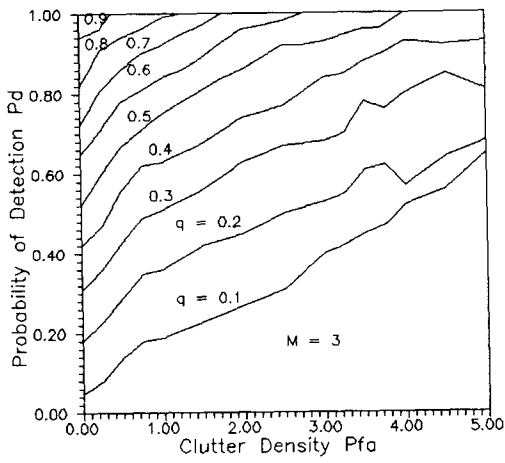


그림 4-3 $M = 3$ 일때 추적기 동작 특성
 Fig. 4-3 Tracker operating characteristics for $M=3$