

Anti-windup보상기의 점프공진에 관한 연구

박 영 진[○]
한국과학기술원 기계공학과

장 원 옥
대우중공업 중기사업본부

Jump Resonance in Anti-Windup Compensator for Systems with Saturating Actuators

Youngjin Park Dept. of Mech. Engr., KAIST Won Woog Chang Const. Equip. Div., DaeWoo Heavy Indst.

ABSTRACT

One of the undesirable nonlinear phenomenon called 'wind up' occurs when the integrator in the controller and the saturated actuator interact. Large overshoot, slow response, instability, limit cycle and jump resonance are the characteristics of wind up phenomenon. Several 'anti-windup' compensators have been developed to prevent some of the aforementioned nonlinear characteristics such as instability and limit cycle, but none has studied the effect of antiwindup compensator on the jump resonance. In this paper, we developed an analytical method to design the compensator to prevent not only limit cycle but also jump resonance. An illustrative example is included to show the compensator eliminates jump resonance effectively.

포화요소가 있는 시스템의 또 다른 비선형 현상중의 하나는 점프공진 현상이다. 이 현상은 궤환제어 시스템 뿐만이 아니라 일반적인 비선형 시스템에서도 일어 날수 있는 현상으로 시스템 입력이 일정한 진폭을 갖는 조화 함수일때 이의 주기를 천천히 증가 또는 감소 시킬 때 출력의 진폭이 갑자기 불연속적으로 커지거나 줄어드는 현상을 일컫는다. 궤환 제어계에서도 비선형 요소가 있을 때 점프공진 현상이 발생함을 Hatanaka [10], Hopkin 과 Ogata [11]등이 보였다.

본 논문에서는 와인드업 방지 보상기를 사용하여 와인드업 뿐만이 아니라 점프 현상도 동시에 제거 할수 있음을 보이고 이 두가지 목적을 동시에 이룰 수있는 보상기 이득 결정 방법을 제시하려 한다.

1. 개요

와인드업 (windup)현상은, 적분기가 있는 제어기의 출력이 액추에이터 (actuator)의 포화현상으로 인하여 제어하려는 계에 충분히 전달되지 않는 경우에, 제어기의 출력이 비정상적으로 증가하는 바람직하지 않은 비선형 현상을 말한다. 와인드업이 일어나는 계는 큰 오버슈트 (over-shoot)가 나타나거나 리미트 싸이클 (limit cycle)이 나타나는 등의 비선형 거동을 하게 된다. 그 중에서도 가장 큰 문제는 선형 구간에서 안정한 계가 포화 현상이 일어나면서 불안정해 질 수 있다는 것이다. 이런 현상은 큰 제어 신호가 발생하는 시동 초기나 과도기 등에 액추에이터가 한동안 포화됨에 따라서 많이 나타난다 [1].

실제 제어계에는 가격이나 크기등의 이유로 되도록 작은 용량의 액추에이터가 사용되므로 이런 와인드업 제어 (anti-windup control)의 필요성이 크다. 이 분야에 관한 연구들은 와인드업 작용을 조절할 수 있는 새로운 비선형 제어기를 설계하거나 [2, 3, 4], 혹은 포화요소가 있는 계의 안정성을 해석할 수 있는 방법을 제시하는 방향으로 이루어져 왔다 [5, 6, 7, 8]. 최근에는 포화요소와 제어기 사이에 부착되는 와인드업 방지 보상기가 개발되었으며 이 보상기의 이득을 리미트사이클을 제거하도록 해석적으로 구하는 방법이 제시되었다. [9]

2. 와인드업 방지 보상기 (Anti-Windup Compensator)

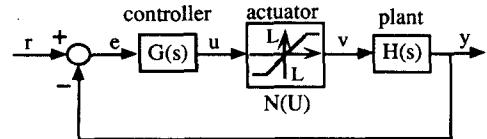


그림 1. 와인드업을 일으키는 계의 블록선도
Fig. 1 The block diagram of a system with Windup

그림 1은 액추에이터에서 포화현상이 발생하는 궤환 제어계의 구성도이다. 본 논문연구 대상은 그림 1에서 처럼 포화요소를 제외한 모든 구성요소가 선형적으로 작동하는 계에 국한한다. 와인드업 현상은 그림 1의 u가 v에 비하여 크게 증가하는 현상을 일컫으므로, 와인드업 방지 보상기는 그림 2에서 처럼 제어기와 액추에이터(actuator)사이에 부착되어 u와 v사이의 차이를 줄여 와인드업을 방지한다. [9] 보상기안의 포화요소와 액추에이터의 특성이 일치한다면, 액추에이터를 무시하여도 전체 시스템 특성에는 변화가 없으므로 이후부터는 이를 무시한다. 포화가 일어난 경우의 와인드업 현상은 보통 제어기 내의 적분기에 오차값이 누적되어 일어나므로 이를 상쇄하기 위해서 보상기 궤환 전달함수 속에 적분기를 필요로 하게 된다. 여기서 상수 K_a 는 보상기이득(compensator gain)이다.

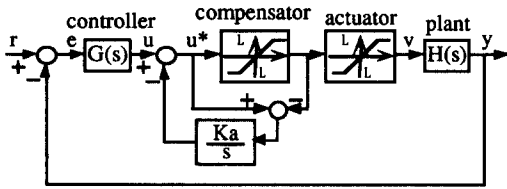


그림 2. 보상기를 부착한 계의 블럭선도
Fig. 2 The block diagram of a system with compensator

보상기의 이득은 와인드업과 점프 공진 현상이 일어 나지 않도록 적절히 구하여야 한다. 다음 절에는 와인드업 특히 리밋사이클이 일어 나지 않도록 보상기 이득을 결정하는 방법을 소개한다. 이는 참고 문헌 [9]에서 자세한 전개 과정은 생략하고 결과만을 인용한 것이다.

2.1 리밋사이클 방지를 위한 보상기 이득 결정 방법

보상기 이득에 관계없이 리밋 사이클을 갖지 않을 개피로 주파수 응답함수 $GH(j\omega)$ 의 조건은 보상기 이득이 양인 경우, 그림 3의 빗금친 구역과 같다. 이는 보상기 이득 값에 상관없이, $GH(j\omega)$ 가 빗금친 구간안에 들어가는 주파수 ω 로 진동하는 리밋 사이클이 존재할 수 없음을 뜻한다.

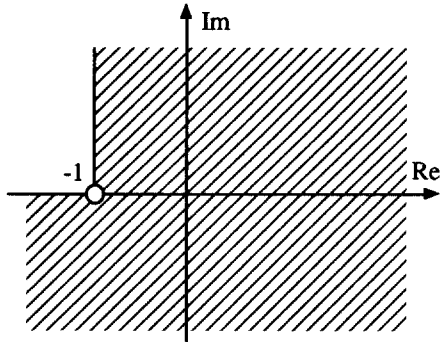


그림 3. $K_a > 0$ 일때, 리밋 사이클을 갖지 않는 영역
Fig. 3 For $K_a > 0$, the domain without limit cycle

음수의 K_a 를 사용하면 와인드업을 증가시키는 현상이 일어나므로 고려의 대상에서 제외한다.

$GH(j\omega)$ 가 위에서 정의된 영역을 제외한 부분에 값을 갖는 경우는 그 주파수 영역에 한해서 다음의 함수를 정의한다

$$f(\omega) = \frac{-\omega \text{Imag}[GH(j\omega)]}{\text{Real}[GH(j\omega)] + 1} = \omega \tan\theta(\omega) \quad (1)$$

여기서 θ 는 그림 4에서와 같이 정의 된다.

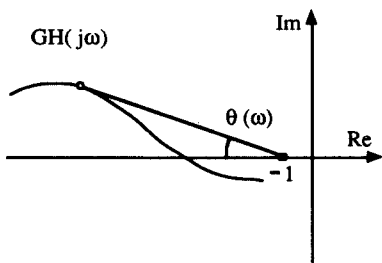


그림 4. $\theta(\omega)$ 의 정의
Fig. 4. The definition of $\theta(\omega)$

$K_a > \text{Max}\{f(\omega)\}$ 또는 $0 < K_a < \text{Min}\{F(\omega)\}$ 되도록 K_a 를 결정하면 리밋 사이클을 피할 수 있다. 그림 4에서와 같이 $GH(\omega)$ 가 실수축을 통과하여 제 2상한으로 들어오는 경우에는 각도 θ 는 0도에서부터 증가하므로 $K_a > \text{Max}\{f(\omega)\}$ 인 구간에서만 리밋 사이클을 피할 수 있다.

이절에서는 포화요소를 무시한 선형계의 나이퀴스트 플롯으로부터 쉽게 리밋 사이클을 없애는 보상기 이득을 구할 수 있음을 보였다. 한가지 주의할 점은, 위의 결과는 묘사함수 방법을 사용한 근사방법이므로 모의실험이나 감도해석 (sensitivity analysis)등을 통한 검증을 필요로 한다는 것이다.

3. 점프공진 현상

그림 1과 같은 비선형 궤환 제어계의 주파수 응답에서 정현파 입력의 진폭이나 주파수가 변할 경우에 점프공진 현상이 발생한다. 점프공진 현상은 정상 상태에서 발생하게 되는 바람직하지 않은 비선형 현상으로 정현파 입력의 특정한 주파수와 진폭에서 입력과 출력의 진폭의 비가 불연속적으로 갑자기 증가하거나 감소하게 되는 현상을 말한다.

정현파 입력이 들어 올 때 계가 정상 상태라고 하면, 그림 1에 있는 제어계는 그림 5의 비선형 궤환 제어계와 동일하다고 할 수 있다.

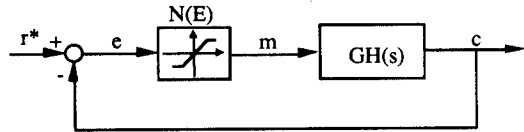


그림 5 점프공진을 일으키는 비선형 궤환 제어계
Fig. 5 Nonlinear Control System model for jump resonance

3.1 점프공진 현상의 원인과 해결 방안

점프공진은 그림 5와 같이 포화 요소가 있는 계를 궤환할 경우에 계의 목표값(reference input) r^* 의 진폭(R)과 포화 요소의 입력 e의 진폭(E) 사이의 대응 관계가 어떤 주파수에 대해서는 일대일의 대응 관계를 이루지 않고 하나의 R값에 대해서 2~3개의 E값이 대응됨에 따라서 입력과 출력의 진폭의 비도 한 주파수에 대해서 2~3개가 대응되게 됨에 따라 일어난다[12].

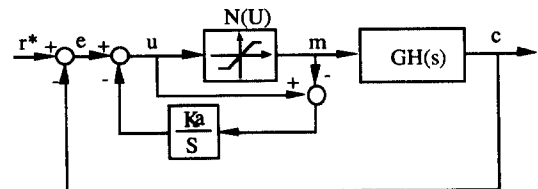


그림 6 보상기를 부착한 비선형 궤환 제어계의 블럭 선도
Fig. 6 Nonlinear system with compensator

또한 점프공진이 일어나는 영역은 그림 5와 같은 계에 있어서 $\frac{\partial R}{\partial E} < 0$ 과 같은 식으로 표현 가능하다[10]. 이 조건은 그림 6과 같이 보상기가 부착된 계에 대해서는 $\frac{\partial R}{\partial U} < 0$ 으로 대응

될 수 있다. 그림 6의 계에서의 보상기의 이득의 변화는 $\frac{\partial R}{\partial U} < 0$ 의 영역을 변화시키게 된다. 그러므로 보상기의 이득의 변화로 점프공진 현상을 해결할 수 있다.

여기서 R과 E와 U는 각각 그림 5와 6에서의 신호 r^* , e , u 의 진폭을 나타낸다. 그리고 포화 요소의 최대 출력을 L이라고 하자

3.2 점프공진 현상의 발생 조건

그림 6에 있는 입력 주파수가 ω 인 정상 상태계에서 목표값의 진폭(R)과 포화 요소 입력의 진폭(U) 사이의 관계식은 다음과 같다.

$$R = \frac{U}{\omega} \sqrt{\omega^2 \{1 + N(U)X(\omega)\}^2 + \{K_a - K_a N(U) - \omega N(U)Y(\omega)\}^2} \quad (2)$$

여기서 $X(\omega) = \text{Re}[GH(j\omega)]$
 $Y(\omega) = \text{Im}[GH(j\omega)]$

이 식을 U에 관해서 편미분하면 (3)식이 된다.

$$\frac{\partial R}{\partial U} = \frac{\omega^2 A^2 + B^2 + \omega^2 U A A' + U B B'}{\omega \sqrt{\omega^2 A^2 + B^2}} \quad (3)$$

여기서 $A = A(U, \omega) = 1 + N(U)X(\omega)$
 $B = B(K_a, U, \omega) = K_a - K_a N(U) - \omega N(U)Y(\omega)$
 $A' = \frac{\partial A(U, \omega)}{\partial U} = X(\omega) \frac{\partial N(U)}{\partial U} = X(\omega) N'(U)$
 $B' = \frac{\partial B(K_a, U, \omega)}{\partial U} = -K_a N'(U) - \omega Y(\omega) N'(U)$

$\omega > 0$ 이므로 (3)식의 분모항도 양의 값을 갖게 된다. 그러므로 $\frac{\partial R}{\partial U} < 0$ 의 조건은 (4)식으로 정리가 된다.

$$\omega^2 A^2 + B^2 + \omega^2 U A A' + U B B' < 0 \quad (4)$$

이 식을 새로운 변수 N^* 를 사용하여 치환한 후

$$N^* = N + UN' \quad (5)$$

(4)식에 A, A', B, B' 원래의 값을 대입하고 정리하면 다음과 같다.

$$(X + \frac{1}{N})(X + \frac{1}{N}) + (Y + \frac{(N-1)K_a}{\omega N})(Y + \frac{(N^*-1)K_a}{\omega N^*}) < 0 \quad (6)$$

윗식은 보상기가 부착된 계에서 점프공진이 일어나는 조건을 나타내고 있다.

3.3 점프공진 현상이 일어나는 영역

(6)식에서 좌변을 영과 같게 놓으면 점프공진이 일어나는 극한점을 나타낸다. 이는 다음의 원의 방정식으로 바뀌어질 수 있다.

$$(X + \alpha)^2 + (Y + (1 - \alpha)K)^2 = \beta^2 (1 + K^2) \quad (7)$$

여기서 $\alpha = \frac{1}{2}(N^{-1} + N^{*-1}) > 1$
 $\beta = \frac{1}{2}(N^{-1} \cdot N^{*-1}) > 0$
 $K = \frac{K_a}{\omega}$

이 방정식은 GH(j ω)의 복소수 평면에서 다음과 같은 원의 중심과 반경을 갖게 된다.

$$[-\alpha, -K(1-\alpha)] \quad , \quad \beta \sqrt{1+K^2}$$

그러므로 GH(j ω)의 복소수 평면에서 (7)식은 U와 ω 에 따라서 중심과 반경이 달라지는 원들의 집합을 나타낸다.

먼저 $K(=K_a/\omega)$ 를 고정 시키고 모든 U에 대해서 점프공진이 일어나는 경계를 고려하자. 식(7)에서 보면 모든 U에 대한 고려는 모든 R에 대한 고려로 볼 수 있다. 그 경계는 (7)식의 원들의 envelope로써 나타나게 된다. $x=L/U$ 라고 놓고 이 envelope의 방정식을 구하면 (8)식으로 나타낸다[Appendix 참조].

$$X = a \pm Kb \quad , \quad Y = \pm b - K(1+a) \quad (8)$$

여기서 $a = a(x) = \beta \frac{\partial \beta}{\partial \alpha} - \alpha$
 $b = b(x) = \beta \sqrt{1 - (\frac{\partial \beta}{\partial \alpha})^2}$
 $\frac{\partial \beta}{\partial \alpha} = \frac{(\frac{N^*}{N}) - (\frac{N^*}{N})^2}{(\frac{N^*}{N}) + (\frac{N^*}{N})^2}$

여기서 X는 경계 면의 GH(j ω) 평면상의 실수값을 Y는 허수값을 나타낸다.

(8)식은 모든 R에 대해서 점프공진이 일어나는 경계를 나타낸다. 이 식이 나타내는 경계는 K값의 변화에 따라서 변화하게 된다.

먼저 K가 극한값을 가질 때의 경계를 고려하기로 하자. $K=0$ 일때의 영역은 (8)식에 $K=0$ 를 대입함으로써 얻을 수 있다. 이 영역은 보상기를 부착하기 전의 점프공진이 일어나는 영역을 나타낸다. 그림 7은 이 때의 영역을 나타낸다. 이는 참고 문헌 [11]에서 구한 영역과 일치함을 알 수 있다.

$K=\infty$ 일때의 영역은 다음과 같이 구해진다. 영역을 고려하기 위하여 (8)식을 다음과 같이 나누어 쓰자.

$$X^+ = a + Kb \quad , \quad Y^+ = b - K(1+a) \quad (9)$$

$$X^- = a - Kb \quad , \quad Y^- = -b - K(1+a) \quad (10)$$

위의 두 식을 각각 결합하면

$$Y^+ = -cX^+ + d \quad (11)$$

$$Y^- = cX^- - d \quad (12)$$

여기서 $c = c(x) = \frac{1+a(x)}{b(x)}$
 $d = d(x) = \frac{b(x)^2 + a(x)^2 + a(x)}{b(x)}$

여기서 $x=1$ 일 때 다음 식이 성립한다. [13]

$$\lim_{x \rightarrow 1} [-c(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} d(x) = 0^+ \quad (13)$$

(13)을 (11)식과 (12)식에 대입하면 다음의 관계식을 얻는다.

$$\lim_{x \rightarrow 1} Y^+ \geq 0 \quad (X^+ = -1 \text{ 일때만 등호 성립})$$

위에서 계산한 것처럼 유한한 값의 X에 대해서 x를 1로 보내면 Y는 0⁺ 값을 얻는 것을 알 수 있다. x를 1로 보내는 것은 다음식에서 보는 것처럼 K를 ∞ 로 보내는 것을 의미한다. ($X^+ = -1$ 제외)

$$\lim_{x \rightarrow 1} K = \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{X^* - a}{b} \right] = \infty \quad (14)$$

여기서

$$\lim_{x \rightarrow 1} a = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} b = 0$$

그러므로 K가 ∞ 로 갈 때 유한한 X에 대해서 Y는 영으로 간다. 그림 8은 $K=\infty$ 에서 점프공진이 일어나는 영역을 표시하고 있다.

그림 9는 K의 값에 따라서 점프공진이 일어나는 영역이 변화하는 것을 보여 준다. 이 그림에 의하면 $GH(j\omega)$ 의 복소수 평면에서 K값의 변화에 따라서 점프공진이 생기는 영역이 변화 함에도 불구하고 $K=0$ 일때 $[X^*, Y^*]$ 의 곡선과 Y^* 가 $X^* < -1$, $K > 0$, $0 < x < 1$, 의 영역에서 최대값을 나타내는 $[X^*, Y^*]$ 의 곡선 사이의 영역은 점프공진이 항상 일어나는 영역으로 남게됨을 알 수 있다.

X에 대한 Y의 최대값은 다음과 같이 구해진다. (12)식을 x에 대해서 미분해서 $dY/dx = 0$ 인 경우를 고려하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$X = \frac{dd(x)/dx}{dc(x)/dx} \quad (15)$$

식(12)와 (15)을 만족하는 Y가 최대값을 나타내게 된다. 그림 10은 항상 점프공진이 일어나는 영역을 표시하고 있다.

이제 계의 입력 R이 고정되었을때의 점프공진이 일어나는 영역을 고려하기로 하자. $\frac{\partial R}{\partial U} < 0$ 인 조건은 식(2)의 R과 U사이의 관계식을 고려하면 언제나 비선형 영역이 시작되는 $U=L$ 의 점에서 나타나게 된다. 특별히 Hopkin과 Ogata는 이 점이 상한 점프공진점(upper jump-resonance point)이라고 소개하였다[11]. 그리고 Hatanaka는 이 정보보다 조금 큰 값을 갖는 점이 상한 점프공진점이라고 주장하였다[10]. 두 경우를 모두 고려하더라도 이 점은 점프공진이 일어나는 점이 된다. 그러므로 점프공진은 이점을 포함하는 그 근처의 영역에서 나타나게 된다. 이 점은 $GH(j\omega)$ 의 복소수 평면에서 다음과 같이 표시 된다.

먼저 무차원 입력을 다음과 같이 정의하고 식(2)에 $U=L$ 을 대입하면 다음의 식이 된다.

$$\bar{R} = \frac{R}{L} = \sqrt{[X(\omega)+1]^2 + Y(\omega)^2} \quad (16)$$

이 식은 $GH(j\omega)$ 의 평면에서 -1을 중심으로 하고 반경 \bar{R} 를 가지는 원으로 표시된다. 그림 11은 \bar{R} 를 상수로 고려하였을 경우의 그림이다.

그러므로 계의 입력이 고정된 경우의 점프공진이 일어나는 영역은 $GH(j\omega)$ 의 복소수평면에서 (8)식의 영역 중에서 (16)의 원의 경계 부근이 된다.

3.4 보상기 이득의 결정 방법

포화 요소를 가지고 있는 계의 선형 부분 $GH(j\omega)$ 의 나이퀴스트 플롯이 식(8)에서 나타내는 점프공진을 일으키는 영역에 들어가지 않으면 입력의 진폭 R의 크기에 상관없이 점프공진 현상은 일어나지 않는다. $K=K_c/\omega$ 이므로 K_c 가 상수일 경

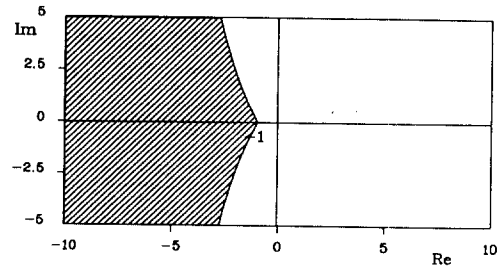


그림 7 $K=0$ 일때, 점프공진 영역
Fig. 7 Region of jump resonance for $K=0$

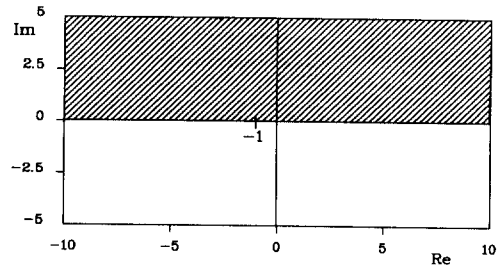


그림 8 $K=\infty$ 일때, 점프공진 영역
Fig. 8 Region of jump resonance for $K=\infty$

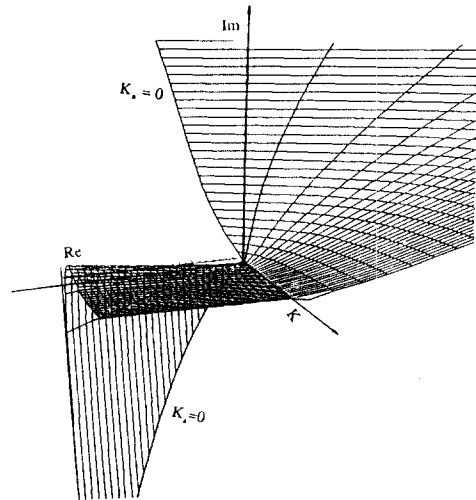


그림 9 K값의 변화에 따른 점프공진 영역의 변화
Fig. 9 Region of jump resonance for changing K

우에 복소수 평면에서 점프공진을 일으키는 영역과 $GH(j\omega)$ 는 ω 에 따라서 변화하게 된다. ω 가 고정되었을 경우에 $GH(j\omega)$ 는 평면에 한점으로 나타나고 이 점이 점프공진을 일으키는 영역에 들어가지 않으면 그 주파수에서 점프공진은 일어나지 않게 된다.

계의 선형 부분 $GH(j\omega)$ 와 점프공진이 일어나는 영역은 복소수 평면과 이 평면에 수직으로 새로운 축 K를 갖는 그림 9과 같은 3차원 공간에서 함께 그려질 수가 있다. 이 3차원 공간에서 점프공진 영역과 $GH(j\omega)$ 가 만나는 현상은 한축은 $\omega(K_c/K)$ 의 값을 갖고 다른 한축은 K의 값을 갖는 평면에서 동일하

계 고려될 수 있다. 이 평면에서 $K_a = \text{const.}$ 를 나타내는 선을 고려하면 도식적인 방법으로 모든 입력의 크기에 관계없이 점프공진 현상이 나타나지 않는 보상기의 이득을 구할 수가 있다.

4. 예제

정상 상태에서 적당한 입력에 대해서 점프공진을 일으키는 다음과 같은 개회로 선형 전달함수를 갖는 다음의 계를 고려하자.

$$G(s) = \frac{10(s+1)}{s(2s+1)(0.5s+1)(0.1s+1)} \quad (17)$$

위의 계는 포화 요소의 최대 출력 L 이 2이며, 계의 정현파 입력의 진폭 R 이 5인 경우에 $\omega = 1.41(\text{rad/sec})$ 근방에서 점프공진을 일으킨다[10,11]. 그림 12는 보상기를 부착하기 전의 점프공진이 일어나는 영역($K_a=0$ 과 무차원 입력 \bar{R} 그리고 $GH(j\omega)$ 의 곡선이 만나는 것을 보여 주고 있다. 그림 12로부터 이 시스템은 보상기의 이득에 관계없이 리미트사이클이 없을 것을 알 수 있으므로 점프공진을 없애는 이득 구간만을 구하면 된다. K 를 변화 시키면서 $GH(j\omega)$ 의 곡선이 영역과 만나는 ω 를 계산해서 K 와 ω 의 평면에 표시하면 그림 13을 얻을 수 있다. 그림 13에서 보상기의 이득을 $0.9 \leq K_a \leq 520$ 에서 결정하면 빗금 친 부분을 지나지 않게 되므로 모든 입력의 진폭에 대해서 점프공진 현상을 피할 수 있다.

이제 특정한 입력이 들어 오는 경우에 보상기를 부착해서 점프공진이 없어짐을 컴퓨터 모의 실험을 통해서 알아보자.

그림 14는 $\bar{R}=2.5$ 의 경우를 그림 15는 $\bar{R}=0.67$ 의 경우의 결과를 보여 준다. 두 경우에 점프공진의 경향이 다르게 나타나는 것을 볼 수 있다. $U=L$ 인 점이 전자에는 상한 점프공진점을 나타내는데 반하여 후자에서는 하한 점프공진점을 나타내게 된다. 각각의 경우 점프공진이 일어나는 주파수를 그림 12에서 예측 할 수 있음을 알 수 있다.

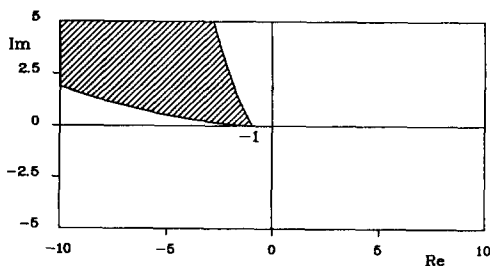


그림 10 K (or K_a)의 값에 상관없이 점프공진이 발생하는 영역
Fig. 10 Region of jump resonance regardless of K

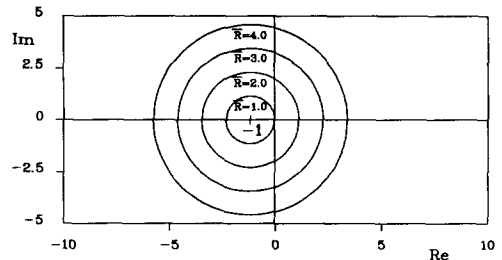


그림 11 무차원 입력 \bar{R} 이 일정한 선의 그림
Fig. 11 Line of constant dimensionless \bar{R}

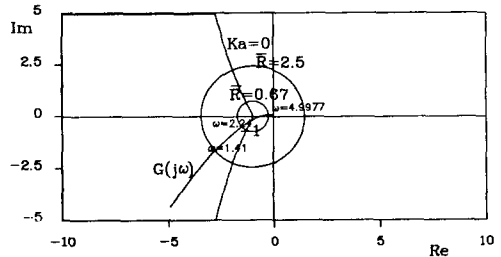


그림 12 계의 선형 부분 $G(j\omega)$ 의 나이퀴스트 플롯
Fig. 12 Nyquist plot of linear subsystem

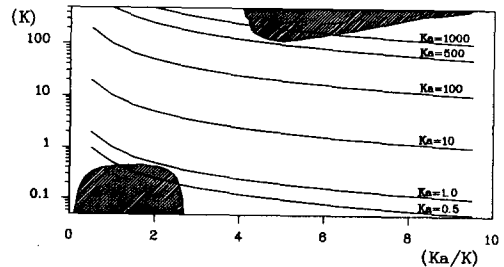


그림 13 점프공진을 없애는 이득의 예측
Fig. 13 Region of compensator gains without jump resonance

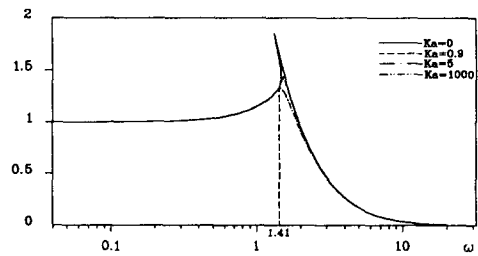


그림 14 $\bar{R}=2.5$ 일때, K_a 의 변화에 따른 계의 주파수 응답함수
Fig. 14 Frequency response function for various K_a ($\bar{R}=2.5$)

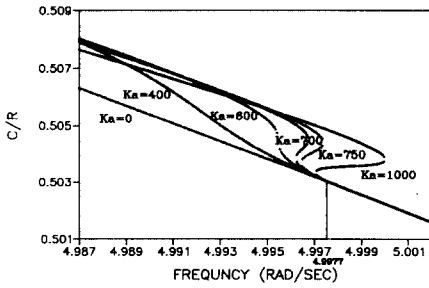


그림 15 $R=0.67$ 일때, K_a 의 변화에 따른 계의 주파수 응답함수
Fig. 15 Frequency response function for various K_a ($R=0.67$)

5. 결론

본 논문에서 다룬 보상기는 와인드업(windup)현상과 점프 공진 현상을 없애는데 우수한 능력을 보인다. 특히 이 보상기는 선형 제어가 설계 및 설치된 이후에도 제어를 바꾸지 않고 추가로 설치할 수 있는 장점이 있다. 이 보상기는 포화현상이 일어나지 않으면 전혀 작동하지 않으므로 선형 작동 구간의 동특성은 보상기 부착 전과 동일하다.

개회로 선형 시스템의 나이퀴스트 플롯(Nyquist Plot)을 사용하여 와인드업(windup)현상과 점프공진 현상을 일으키지 않는 보상기 이득을 체계적으로 구할 수 있는 방법을 제시하였으며 이를 예제를 통하여 보였다.

6. 참고 문헌

- [1] K. J. Astrom and B. Wittenmark, 1990, "Computer Controlled Systems - theory and design," Prentice-Hall, pp 224-226.
- [2] H. A. Fertik and C. W. Ross, 1967, "Direct digital control algorithms with anti-windup feature", ISA Transactions, Vol. 6, No. 4, pp. 317-328.
- [3] N. J. Krikelis, 1980, "State feedback integral control with 'intelligent' integrators", Int. J. Control, Vol. 32, No. 3, pp. 465-473.
- [4] K. J. Astrom and B. Wittenmark, 1984, "Computer Controlled Systems - theory and design, First edition", Prentice-Hall, pp. 369-373.
- [5] A. H. Glatfelter and W. Schaufelberger, 1983, "Stability Analysis of Single Loop Control Systems with Saturation and Antireset-Windup Circuits", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-28, No. 12, pp. 1074-1081.
- [6] B. S. Chen and S. S. Wang, 1988, "The Stability of Feedback Control with Nonlinear Saturating Actuator : Time Domain Approach," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-33, No. 5, pp. 483-487.
- [7] Sangsik Yang, 1990, "Stability Analysis of a Control system with an Antireset-Windup Limiter by Liapunov's Second Method", Proc. of 1990 KACC, Vol. 2, pp. 1289-1294.

[8] Sangsik Yang, 1989, "Stability and Performance of a Control System with an Intelligent limiter," Proc. of 1989 ACC V2 (of 3), pp. 1699-1705.

[9] 장 원욱, 박영진, 1992, "포화요소가 있는 계를 위한 와인드업 방지 보상 방법," 대한기계학회 논문집 16권 7호, pp. 1332-1340.

[10] H. Hatanaka, 1963, "The Frequency Response and Jump-Resonance Phenomena of Nonlinear Feedback Control Systems," J. Basic Eng., Trans. ASME Series D, Vol. 85, No. 2, pp. 236-242.

[11] A. M. Hopkin and K. Ogata, 1959, "An Analytic Frequency Response Solution for a High Order Servomechanism with a Nonlinear Control element," J. Basic Eng., Trans. ASME Series D, Vol. 81, No. 1, pp. 41-45.

[12] Y. Takahashi, M.J. Rabins and D.M. Auslander, 1970, "Control and Dynamic Systems," Addison-Wesley.

[13] 장 원욱, 1992, "포화요소가 있는 계를 위한 와인드업 방지 보상 방법," 한국과학기술원 석사학위 논문.

APPENDIX

식(8)로부터 다음과 같이 새로운 함수를 정의하자.

$$f(X^*, Y^*, x) = [X^* + \alpha]^2 + [Y^* - (\alpha - 1)K]^2 - \beta^2(1 + K^2) \quad (A-1)$$

이 식을 x 에 대해서 편미분하면

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2(1 + K^2) \left(\alpha \frac{\partial \alpha}{\partial x} - \beta \frac{\partial \beta}{\partial x} \right) + 2 \frac{\partial \alpha}{\partial x} (X^* - KY^* - K) \quad (A-2)$$

X^* 와 Y^* 가 envelope의 좌표이기 위해서는 (A-2)식이 영이 되어야 한다.

$$(1 + K^2) \left(\alpha \frac{\partial \alpha}{\partial x} - \beta \frac{\partial \beta}{\partial x} \right) + \frac{\partial \alpha}{\partial x} (X^* - KY^* - K) = 0 \quad (A-3)$$

(A-3)식을 Y^* 에 대해서 정리하면

$$Y^* = \frac{1}{K} X^* + \frac{1}{K} \left[(1 + K^2) \left(\alpha \frac{\partial \alpha}{\partial x} - \beta \frac{\partial \beta}{\partial x} \right) - K^2 \right] \quad (A-4)$$

X^* 와 Y^* 는 (8)식을 만족하므로 (A-4)식을 대입하고 정리하면

$$X^* = \beta \frac{\partial \beta}{\partial x} - \alpha \pm K \beta \sqrt{1 - \left(\frac{\partial \beta}{\partial x} \right)^2} \quad (A-5)$$

$$Y^* = \pm \beta \sqrt{1 - \left(\frac{\partial \beta}{\partial x} \right)^2} + K \left(\alpha - 1 - \beta \frac{\partial \beta}{\partial x} \right) \quad (A-6)$$

이제 (A-5)와 (A-6)은 envelope의 X 와 Y 좌표를 나타낸다.