

서보제어를 위한 출력편차 적분 가변구조 제어기

박귀태* 이기상** 김석진* 배상욱*

* 고려대학교 전기공학과 ** 단국대학교 전기공학과

An Integral of Output Error VSC for Servo Control using Dynamic Switching Function

Gui-Tae Park* Kee-Sang Lee** Seok-Jin Kim** Sang-Wook Bae**

* Dept. of Elec. Eng., Korea Univ., ** Dept. of Elec. Eng., Dan-kook Univ.,

Abstract

A new scheme of OFVSC(Output Feedback Variable Structure Controller) is proposed for the servo control system. The main structure of proposed control scheme is composed of servo compensator and dynamic switching function. By the use of dynamic switching function the assumption of full state availability can be removed and the disturbances which does not satisfy the matching condition can be rejected. And the servo compensator which is designed for each output variable enhances the robustness for the all type of disturbances.

And the performances of proposed control system are evaluated through simulation studies for a numerical example.

I. 서론

가변구조제어기법(VSC: Variable Structure Controller)은 계통의 상태를 스위칭 평면에 도달시켜 슬라이딩 운동을 유지하도록 고속의 스위칭 입력을 인가하는 제어방식이며, 스위칭 평면을 적절히 설계함으로써 레귤레이터 및 서보추적 등의 제어 목적에 사용된다. 특히 슬라이딩 모드에서는 계통 파라미터의 변화 및 외란에 둔감하며, 속응성이 다른 제어기법들에 비해 우수하여 전동기의 속도, 및 위치제어, 로봇트 매니플레이터등의 제어에 많이 적용되고 있으며, 최근에는 비표준형 프로세스 및 비선형 계통에 대해서도 이론적인 연구가 진행되어 왔다.[1,2]

그러나 기존의 VSC는 이론적, 실제적으로 몇 가지 문제점을 갖고 있다.[3] 제어계의 실현과 관련된 가장 중요한 문제들 중 하나는 스위칭 함수 및 제어입력의 계산에 모든 상태변수에 대한 정보가 필요하다는 점이다.[4] 이 문제는 측정불가능한 상태변수를 갖는 고차의 계통에 VSC 가 적용되지 못하는 주요한 이유가 되어 왔다. 그러나 최근 함수관측자 이론에 근거하여 설계되는 동적 스위칭 함수를 이용한 출력궤환 가변구조 제어기에 대한 연구가 진행되었으며, 입력변수와 출력변수에 대한 정보만을 이용하여 스위칭 함수 및 제어입력을 계산하였지만, 그 특성이 전상태(full state) 정보를 사용하는 경우에 비해 결코 뒤지지 않음을 보였다. [5, 6] 이 방법은 상태변수의 가용성 문제를 해결하는 장점외에 정합조건이 만족되지 않으면서, 계통의 출력에 그 영향이

나타나는 외란을 제거하는 장점이 있으나, 그 특성에 대한 해석을 제시하지 못하였다.

기존 VSC의 이론적인 문제점들 중 하나는 정합조건이 만족되지 않는 외란의 영향을 제거하는데에 어려움이 많다는 것이다. 이 문제의 해결을 위한 연구가 [7]외에 많이 있었으며, [7]에서는 1 차의 서보 보상기를 도입하여 VSC를 구성하였으나 이 방법으로는 단위계단 형태의 외란만을 제거할 수 있다는 문제점이 여전히 존재하게 된다.

본 연구에서는 정합조건이 만족되지 않으면서 단위계단형, ramp형태로 나타나는 외란의 영향을 제거할 수 있는 새로운 형태의 출력궤환 가변구조 제어기, 즉 출력편차적분 가변구조 제어기(IOEVSC: Integration of Output Error VSC)를 제안하고, 그 외란 제거 특성에 대해 해석한다. 제안되는 제어기는 각 출력에 대해 2 차의 서보 보상기를 설계하여, 이를 원래계통과 병합한 병합계통에 대해 출력궤환 가변구조 제어기를 설계함으로써 구성되며, 위에서 기술한 이론적, 실제적 문제점을 동시에 해결할 수 있는 것이 된다. 수치예에 대한 시뮬레이션을 통하여 제안된 제어기의 유용성을 보인다.

II. 문제 설정

본 절에서는 기존 VSC의 설계법에 대해 간략히 기술하고, 그 특성 및 문제점에 대해 기술한다. 먼저 고려하는 계통은 다변수 계통으로서 다음과 같은 동태방정식으로 표현된다.

$$\dot{X} = AX + Bu + Dw \quad (2.1)$$

$$y = CX$$

여기서, $X \in R^n$ 은 상태벡터, $u \in R^m$ 은 입력변수, $y \in R^p$ 는 출력벡터, $w \in R^q$ 는 미지의 외란벡터이다. A, B, C, D 는 각각 (n,n), (n,m), (p,n), (n,q) 차원의 파라미터 행렬이다.

위의 계통에 대한 가변구조 제어기 설계를 위한 스위칭 함수는 일반적으로 다음과 같이 선정할 수 있다.

$$S = PX \quad (2.2)$$

슬라이딩 모드 존재 조건 $S = 0$ 로 부터 등가제어 입력을

구하면 다음과 같다.

$$U_{eq} = -(PB)^{-1} [PAX + PDW] \quad (2.3)$$

위의 등가입력을 계통에 인가한 경우 슬라이딩 모드에서의 정상상태 조건 $S = 0$ 로부터 구한 등가계통은 다음과 같으며, 식(2.2)의 P 는 이 등가계통이 안정한 극점을 갖도록 선정된다.

$$X = [I - B(PB)^{-1}P]AX + [I - B(PB)^{-1}P]DW \quad (2.4)$$

VSC의 최종적인 입력은 식(3)의 등가입력에 슬라이딩 모드 발생조건 $ST_S < 0$ 을 만족하도록 하기 위한 스위칭 입력을 더한 것으로서 다음과 같다.

$$U = -(PB)^{-1}PAX - (PB)^{-1}PDW - (PB)^{-1}\Omega \operatorname{sgn}(S) \quad (2.5)$$

여기서 Ω , $\operatorname{sgn}(S)$ 는 다음과 같다

$$\Omega = \operatorname{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m), \quad \alpha_i > 0, \quad i=1,2,\dots,m$$

$$\operatorname{sgn}(S) = [\operatorname{sgn}(S_1) \operatorname{sgn}(S_2) \dots \operatorname{sgn}(S_m)]^T$$

위의 과정에 의해 설계되는 기존의 VSC는 일반적으로 다음의 두 가지 문제점을 갖는다. 첫째는 $D=B\gamma$ 를 만족하는 γ 가 존재해야 한다는 정합조건이 만족되는 외란의 영향만을 제거할 수 있다는 것이고, 둘째로는 식(2.5)에서 볼 수 있는 바와 같이 위의 첫째 조건을 만족하더라도 계통의 모든 상태들이 측정가능해야 한다는 것이다. 첫 번째의 문제점 해결을 위한 연구가 [3]외에 많이 있었으나, [3]의 방법으로는 단위계단 형태의 외란만을 제거할 수 있다는 문제점이 여전히 존재한다. 또한 두 번째의 문제점 해결을 위한 연구가 최근 진행되었으나[4,5], 정합조건이 만족되지 않는 외란에 대한 대책 및 해석을 제시하지는 못하였다.

다음 절에서는 위의 두 가지 문제점을 동시에 해결할 수 있으면서 기존 VSC 설계시 계통의 편차방정식을 별도로 구해야 하는 번거로움을 덜어줄 수 있는 방법으로서, 새로운 출력과 입력 정보만을 이용하여 출력제한제어를 실현할 수 있는 새로운 출력편차적분 가변구조제어기를 제안하고, 그 설계법 및 특성에 대해 기술한다.

III. 출력편차적분 가변구조제어기(10EVSC)

본 장에서는 앞서 지적한 기존 VSC의 문제점인 정합조건이 만족되지 않는 외란 및 상태변수의 가용성 문제를 해결할 수 있는 새로운 10EVSC를 제안한다. 제안되는 10EVSC는 기존 입력항을 포함하게 되어 서보 제어계를 설계할 때 별도의 상태편차 동태방정식을 구할 필요가 없게 되고, 단위계단형, ramp 형 기준입력에 대한 추적편차가 없으며, 또한 정합조건이 만족되지 않는 단위계단형, ramp 형 외란에 대해 매우 강인한 특성을 갖는다. 그 설계과정은 병합계통의 구성, 병합계통에 대한 동적 스위칭 함수의 구성 그리고 동적 스위칭 함수를 이용한 출력제한 가변구조 제어기의 설계등으로 구성된다.

3.1 병합계통의 구성

서보제어 문제에 적용될 수 있도록 각 출력 편차들로부터 식(3.1)의 동태방정식으로 표현되는 서보변수 벡터 $\eta = [\eta_1 \ \eta_2]^T$ 를 정의한다.

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_1 &= \eta_2 \\ \dot{\eta}_2 &= R - CX \end{aligned} \quad (3.1)$$

여기서, $\eta_1, \eta_2 \in \mathbb{R}^p$ 는 각각 출력 편차를 2차, 1차 적분한 서보 변수벡터이다. $R \in \mathbb{R}^p$ 은 기준입력벡터, C 는 원래계통의 출력행렬이다.

위의 서보변수에 대한 동태방정식과 원래계통을 병합하여 다음과 같은 병합계통을 구성한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \\ \dot{X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I_p & 0 \\ 0 & 0 & -C \\ 0 & 0 & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ X \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ I_p \\ 0 \end{bmatrix} R + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ D \end{bmatrix} W \quad (3.2)$$

병합계통 (3.1)에 대한 정적 스위칭 함수를 다음과 같이 선정한다.

$$S_s = P[\eta \ X]^T = P_1\eta + P_2X = S_1 + S_2 \quad (3.3)$$

여기서, $P_1 = [P_1 \ P_2]^T$, P_2 는 각각 $(m, 2p)$, (m, n) 차원의 행렬이고, P_1, P_2 는 (m, p) 행렬들이다.

슬라이딩 모드에서의 조건식 $S_s = 0$ 로부터 구한 등가입력은 식(3.4)와 같다.

$$U_{eq} = -(P_2B)^{-1} [P_1\eta + P_2AX + P_2DW] \quad (3.4)$$

식(3.4)의 등가입력이 인가되었을때 병합계통 (3.2)의 등가계통은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \\ \dot{X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I_p & 0 \\ 0 & 0 & -C \\ 0 & -B(P_2B)^{-1}P_1 & (I-B(P_2B)^{-1}P_2)A \\ & & +B(P_2B)^{-1}P_2C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ X \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ I_p \\ -B(P_2B)^{-1}P_2H \end{bmatrix} R + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ [I - B(P_2B)^{-1}P_2]D \end{bmatrix} W \quad (3.5)$$

위의 등가계통이 안정하도록 스위칭 함수의 행렬 P의 값을 결정한다.

스위칭 함수 (3.3)과 등가입력 (3.4)에서 η 는 가용한 정보이나, 측정불가능한 상태변수를 포함하는 원래계통의 상태벡터 X 항이 존재하므로 여전히 상태변수의 가용성 문제가 남아 있게 된다.

다음 절에서는 이 문제를 해결하기 위한 방법으로 동적 스위칭 함수 설계법을 제시하며, 이로 인해 출력변수와 동적 스위칭함수의 상태만을 이용하여 제어입력을 발생하는 출력궤환 가변구조 제어기의 설계가 가능하게 된다.

3.2 동적 스위칭 함수의 구성

본 절에서는 식(3.3)의 정적 스위칭 함수에서 측정불가능한 상태변수를 포함하고 있는 $S_2 = P_2X$ 를 추정하는 동적 스위칭 함수의 설계법에 대해 기술한다.

제안되는 동적 스위칭 함수는 다음과 같다.

$$\dot{S} = S_1 + \dot{S}_2 = S_1 + d \quad (3.6)$$

$$d = Ly + Qz \quad (3.7-a)$$

$$\dot{z} = Fz + Jy + Gu \quad (3.7-b)$$

여기서, $d \in \mathbb{R}^m$ 는 S_2 를 추정할 값이고, S 는 최종적인 동적 스위칭 함수이다. 식 (3.6), (3.7)의 동적스위칭 함수는 원래 계통이 완전 가관측하면 항상 존재한다. (3.7)의 각 파라미터들은 각 S_{2i} (S_2 의 i 번째 행)들을 추정하는 d_i 들에 대해 설계한 파라미터 값들을 병합하여 구성하면 되고, 출력궤환 VSC를 위한 상세한 설계과정은 [5]에 기술되어 있다. 결과적으로 d 가 $S_2 = P_2X$ 에 접근적으로 수렴하기 위해 (3.7)의 각 파라미터가 만족하여야할 조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{i) } LC + QT &= P_2 \\ \text{ii) } TA - FT &= JC \\ \text{iii) } G &= TB \\ \text{iv) } F \text{의 고유치들이 음의 양수일 것} \end{aligned} \quad (3.8)$$

설계된 동적 스위칭함수에 대해 추정편차 $e = TX - z$ 의 동태방정식은 다음과 같고,

$$\dot{e} = Fe + TDW \quad (3.9)$$

d와 S_2 간의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} d &= Ly + Qz = (LC + QT)X - Qe \\ &= P_2X - Qe = S_2 - Qe \end{aligned} \quad (3.10)$$

F가 안정되게 선택되었으므로 식(3.9)에 의해 $W=0$ 이면 정상상태에서 $e = 0$ 이고, W 가 단위계단형 외란이면 정상상태에서 d와 S_2 는 다음의 관계를 갖는다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} d = S_2 + QF^{-1}TDW \quad (3.11)$$

3.3 제어입력의 설계

본 절에서는 (3.2)절에서 기술한 동적스위칭 함수를 이용한 새로운 출력 궤환 제어계의 구조를 제안한다.

제안되는 제어입력은 다음과 같다.

$$u = -(P_2B)^{-1}P_1\eta - [k_{yy} + k_{zz}] - (P_2B)^{-1}\Omega \operatorname{sgn}(S) \quad (3.12)$$

위의 제어입력이 타당하기 위한 k_y, k_z, k_d 에 대한 조건을 구하기 위해 $\dot{S}=0$ 로부터 등가 제어입력을 다음과 같이 구한다.

$$\begin{aligned} \dot{S} &= S_1 + d \\ &= P_1\eta + P_2X + Qe \\ &= P_1\eta + P_2AX + P_2Bu + P_2DW + Q(Fe + TDW) \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} u_{eq} &= -(P_2B)^{-1}P_1\eta - (P_2B)^{-1}P_2AX - (P_2B)^{-1}QFe \\ &\quad - (P_2B)^{-1}(P_2 - QT)DW \\ &= -(P_2B)^{-1}P_1\eta - (P_2B)^{-1}(P_2A + QFT)X + (P_2B)^{-1}QFz \\ &\quad - (P_2B)^{-1}(P_2 - QT)DW \end{aligned} \quad (3.14)$$

식(3.12), (3.14)로부터 슬라이딩 모드 존재조건에 대해 정리하면 다음과 같다.

[정리 1]

다음 등식을 만족하는 k_y, k_z 가 존재하면, 모든 시간 $t(t>0)$ 에 대해 슬라이딩 모드의 존재조건 $ST^S < 0$ 가 성립한다.

$$\begin{aligned} [k_yC + k_zT]X - k_z e &= (P_2B)^{-1}P_2AX + (P_2B)^{-1}QFe \\ &= (P_2B)^{-1}(P_2A + QFT)X - (P_2B)^{-1}QFz \end{aligned} \quad (3.15)$$

(증명)

식 (3.15)가 만족된다고 하면 식(3.12)의 제어입력을 계통에 인가할 때 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned} \dot{S} &= P_1\eta + d \\ &= P_1\eta + P_2 \{ AX + B[-(P_2B)^{-1}P_1\eta - k_{yy} - k_{zz} \\ &\quad - (P_2B)^{-1}\Omega \operatorname{sgn}(S)] + DW \} + Q(Fe - TDW) \\ &= (P_2 - QT)DW - \Omega \operatorname{sgn}(S) \\ &= LCDW - \Omega \operatorname{sgn}(S) \end{aligned}$$

따라서 다음이 만족되면

$$\alpha_i > \| (LCDW)_i \|$$

($i = 1, 2, \dots, m$, ($LCDW$)_i 는 $LCDW$ 의 i -번째 요소)

슬라이딩 모드 존재조건 $ST^*S < 0$ 이 만족된다.

$$ST^*S = ST^*(LCDW - \Omega \text{sgn}(S)) < 0$$

[Q.E.D]

위의 정리로부터 k_y, k_z 가 만족해야할 조건을 알 수 있으며, 그 조건은 다음과 같다.

$$[k_y \ k_z] \begin{bmatrix} C \\ I \end{bmatrix} = (P_2B)^{-1}P_2A \quad (3.16-a)$$

$$k_z = -(P_2B)^{-1}QF \quad (3.16-b)$$

위의 두 조건을 만족하는 k_y, k_z 를 간단히 구할 수는 없으나 ϵ 이 매우 작은 양수라 할 때 다음의 조건들을 만족하거나,

$$\| (k_z + (P_2B)^{-1}QF)e \| < \epsilon \quad (3.17)$$

$$\text{rank} \begin{bmatrix} C \\ I \end{bmatrix} = n \quad (3.18)$$

또는 입력이 투입되는 상태가 출력에 나타나지 않으면 슬라이딩 모드에서 e 가 계통 출력에 미치는 영향이 없으므로 상태가 서로 다르면, 다음과 같이 근사해를 구하여 사용할 수 있다.

$$[k_y \ k_z] = (P_2B)^{-1}P_2A \begin{bmatrix} C \\ I \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.19)$$

위의 근사해를 사용할 수 없는 경우에는 다음과 같은 동적제어기를 구성함으로써 이를 해결할 수 있다.

먼저 k_z 를 (3.16-b) 에 의해 구하고, $(P_2B)^{-1}(P_2A + QFT)X$ 를 추정하는 동적제어기를 따로 도입하는 방법이며, 구성하는 방법은 앞서의 동적 스위칭 함수의 경우와 같으며, 구성한 동적제어기는 다음과 같다.

$$du = Luy + Q_u z_u \quad (3.20-a)$$

$$z_u = F_u z_u + J_u y + G_u u \quad (3.20-b)$$

식(3.20)의 동적제어기를 도입했을때 제어입력은 다음과 같다.

$$u = -(P_2B)^{-1}P_1 \tau - d_u - (P_2B)^{-1}QFz - (PB)^{-1}\Omega \text{sgn}(S) \quad (3.21)$$

3.3 슬라이딩 모드 특성

본 절에서는 제안된 IOEVSC의 슬라이딩 모드에서의 출력 추적특성 및 외란 제거성능에 대해 고찰한다. 해석의 편의상 하나의 입출력 변수를 가지면서 정합조건이 만족되지 않는 외란이 존재하는 일반적인 2차계에 대해 제안된 IOEVSC가 설계된다고 가정하고, 전달함수에 의해 그 특성을 해석한다. 즉, 고려하는 2 차계통의 파라미터들은 다음과 같다고 가정한다.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}^T \quad (3.22)$$

이 계통에 대한 스위칭 함수 행렬을 $F = [P_1 \ P_2 \ P_3 \ 1]$ 로 가정했을 때, 슬라이딩 모드에서 $S = 0$ 이므로 다음의 식이 성립한다.

$$X_2 = -P_1 \tau_1 - P_2(R-y) - P_3 X_1 - Qe \quad (3.23)$$

따라서 X_2 는 계통의 특성에 영향을 미치지 않고, 슬라이딩 모드에서 동가계통은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\tau}_1 \\ \dot{\tau}_2 \\ \dot{X}_1 \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -a_{12}P_1 & -a_{12}P_2 & (a_{11}-a_{12}P_3) & -a_{12} \\ 0 & 0 & 0 & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ X_1 \\ e \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} R + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ TD \end{bmatrix} W \quad (3.24)$$

위의 동가계통으로부터 기준 입력 $R(s)$ 과 출력 추적 편차 $E(s) = R(s) - Y(s)$ 간의 전달함수 $G_1(s)$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$G_1(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{s^2[s^2 - (a_{11} - a_{12}P_3 + F)s - (a_{11} - a_{12}P_3)F]}{|sI - A_{eq}|} \quad (3.25)$$

$$\text{여기서, } |sI - A_{eq}| = s^4 - (a_{11} - a_{12}P_3 + F)s^3 + (a_{11}F - a_{12}P_3F - a_{12}P_2)s^2 + (P_2F - P_1)a_{12}s + P_1a_{12}F$$

위의 전달함수에 대해 최종치 정리를 이용하면 다음과 같이 단위계단형, ramp형 기준입력에 대해 출력 추적편차가 0 이 됨을 알 수 있다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s G_1(s) \frac{r}{s} = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s G_1(s) \frac{r}{s^2} = 0$$

외란 제거 성능을 고찰하기 위해 외란 $W(s)$ 와 출력 $Y(s)$ 간의 전달함수 $G_2(s)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$G_2(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{s^2(s - F - a_{12})}{|sI - A_{eq}|} \quad (3.26)$$

최종치 정리에 의해 단위계단형, ramp형 외란이 출력에 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s G_2(s) \frac{W}{s} = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s G_2(s) \frac{W}{s^2} = 0$$

IV. 수치에 및 시뮬레이션 결과

본 장에서는 제안된 IOEVSC의 유용성을 보이기 위해 (4.1)과 같은 계통 파라미터를 갖는 2차 계통에 대해 IOEVSC를 설계하여 기존의 VSC와 시뮬레이션을 통한 특성비교를 한다.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.1)$$

먼저 기존의 VSC 설계과정에 의해, 등가계통의 극점이 -5에 존재하도록 $P = [3 \ 1]$ 로 선정하였을 때 제어입력 입력은 다음과 같다.

$$U = 4 X_1 - 0.5 X_2 - 10 \operatorname{sgn}(S) \quad (4.2)$$

제안된 IOEVSC에 의해 출력궤환 제어를 구성한다. 먼저 원래계통 서보변수를 포함하도록 병합계통을 구성하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\tau}_{11} \\ \dot{\tau}_{12} \\ \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_{11} \\ \tau_{12} \\ X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} R + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} W \quad (4.3)$$

위의 병합계통에 대해 등가계통의 극점이 0, -5, -10, -20에 존재하도록 P의 값을 아래와 같이 선정하고, 선정된 P에 3.2절의 방법에 의해 동적 스위칭을 구성하면 식(4.4), (4.5)와 같다.

$$P = [-1000 \quad -350 \quad 33 \quad 1]$$

$$S = S_1 + \hat{S}_2 = -1000\tau_{11} - 350\tau_{12} + d \quad (4.4)$$

$$d = 129y + z \quad (4.5-a)$$

$$z = -100z - 9410y + 2u \quad (4.5-b)$$

다음에는 출력궤환이득 k_y, k_z 를 구한다. 본 수치예에서는 입력에 관계하는 상태가 출력에 나타나지 않으므로 근사해식(3.19)에 의해 k_y, k_z 를 구하여 사용할 수 있으며, 구한 결과는 다음과 같다.

$$[k_y \ k_z] = [1358 \ 14.5]$$

최종적으로 구성된 제어입력은 다음과 같다.

$$u = 500\tau_{12} + 175(R-y) - 1358y - 14.5z - 10 \operatorname{sgn}(S) \quad (4.6)$$

설계된 위의 두 제어계를 Runge-Kutta fourth order method에 의해 시뮬레이션한 결과 그림 1, 2의 결과를 얻었다. 기존의 VSC에서는 모든 상태변수가 측정가능하다고 가정하여 전상태 궤환을 행하였다. 시뮬레이션 Time interval은 0.002초이다.

(그림 1)은 시간 5초에서 단위계단형 외란이 W에 발생하였을 때 각 제어계의 단위계단 기준입력 응답특성이다. IOEVSC의 과도응답에서 오버슈트가 발생하였지만 외란이 미치는 영향이 거의 없음을 알 수 있다.

(그림 2)은 시간 5초에서 ramp형 외란이 W에 발생하였을 때 각 제어계의 ramp형 기준입력 응답특성이다. 이 경우 기존의 VSC는 외란이 없을 경우에도 정상상태 편차가 발생하며, 특히 ramp형 외란이 투입되면 슬라이딩 모드를 이탈하면서 발산을 하는 반면 IOEVSC는 정상상태 편차가 발생하지 않으며 외란의 영향이 완전히 제거됨을 알 수 있다.

V. 결론

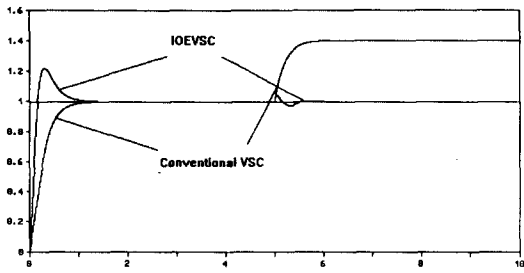
각 출력에 대해 2차의 서보 보상을 원래계통에 병합하여 구성된 병합계통에 대해 출력궤환 가변구조 제어기를 설계하는 새로운 출력궤환적분 가변구조 제어기를 제안하였다.

제안된 제어계에서는 단위계단형 외란 뿐만 아니라 ramp형 외란에 대해서도 강인한 특성을 보장하기 위하여 2차의 편차 동태 방정식으로 표현되는 서보 보상을 원래의 계통에 병합하였고, 상태변수의 가용성 문제를 배제하기 위해 동적 스위칭 함수를 도입하여 측정출력과 입력만으로 구동되는 출력궤환 가변구조 제어기가 설계되었다. 또한 제안된 IOEVSC가 정합조건이 만족되지 않는 외란의 영향을 제거할 수 있음을 증명하여 보이고, 특히 일반적인 2차 계통에서 단위계단형, ramp형태로 나타나는 외란의 영향을 제거할 수 있음을 슬라이딩 모드에서 전달함수를 해석함으로써 보였다.

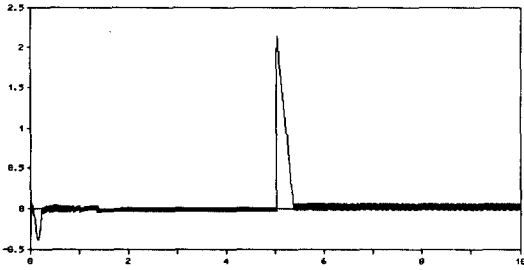
수치예를 통하여 그 외란제거 특성이 기존의 VSC에 비해 매우 우수함을 보였다.

참고 문헌

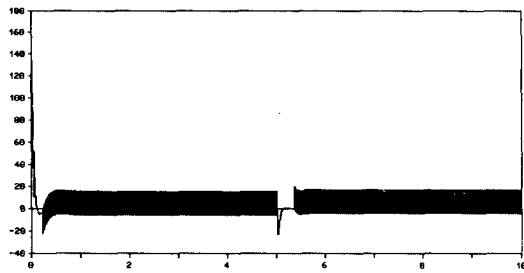
1. K.K.D.Young, "Controller design for a manipulator using the theory of variable structure systems," IEEE Trans. sys. man. cybern., Vol. 8, No. 2, pp. 101-109, 1978.
2. H.Hashimoto, "Variable structure strategy for motion control systems: application to electrical machines," Proc. IECON'87, pp. 159-165, 1987.
3. R.A.Decarlo, "Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable Systems: A Tutorial", IEEE. Proceeding, Vol. 76, No. 3, pp 212-232, 1988.
4. V.I.Utkin, "Variable Structure System : present & future", Automat Remote Control, Vol. 45, pp. 1105-1120, 1984.
5. 이기상, 송명현, 조상호, "출력궤환 가변구조제어를 위한 동적스위칭 함수의 제안과 응용", 한국전기학회 논문지, Vol. 40, No. 7, pp 706-717, 1991.
6. 이기상, 조동식, "출력궤환 가변구조제어계의 설계에 관한 연구", 한국전기학회 논문지, Vol. 41, NO. 8, 1992.
7. A.J.Calise, K.V.Raman, "A Servo Compensator Design Approach for Variable Structure Systems", 82' ACC, pp. 1014-1019, 1982.



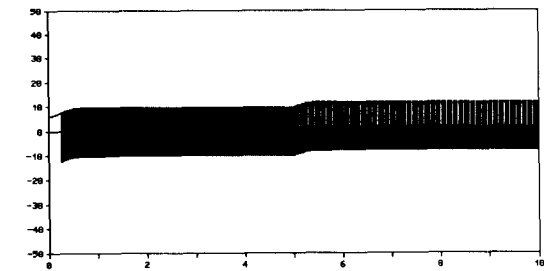
(a)



(b)



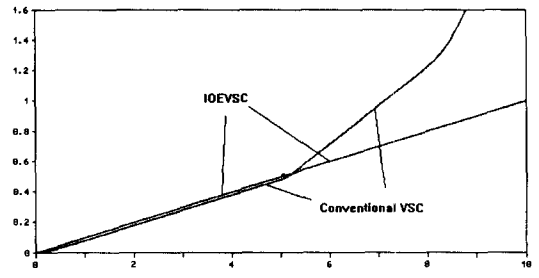
(c)



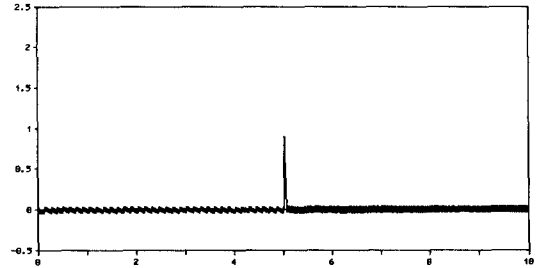
(d)

(그림 1) IOEVSC 와 기존 VSC 의 부하응답특성(단위계단 기준입력, 외란 $W(t) = 2$)

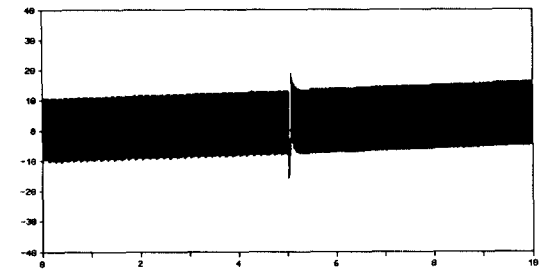
- (a) IOEVSC 와 기존 VSC 의 출력 응답
- (b) IOEVSC의 스위칭 함수 궤적
- (c) IOEVSC의 제어입력
- (d) 기존 VSC의 제어입력



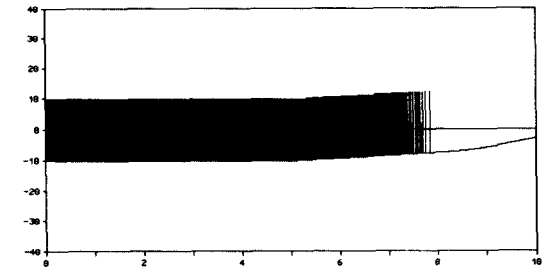
(a)



(b)



(c)



(d)

(그림 2) IOEVSC 와 기존 VSC 의 부하응답특성 (ramp 기준입력 $r(t) = 0.1 t$, $W(t) = 0.1 t$)

- (a) IOEVSC 와 기존 VSC 의 출력 응답
- (b) IOEVSC의 스위칭 함수 궤적
- (c) IOEVSC의 제어입력
- (d) 기존 VSC의 제어입력