

구조물의 실험적 진동예측 기술에 관한 연구

* 이홍기*, 권형오*

(A Study on Experimental Vibration pre-estimation Techniques of structure)

(Hong-Ki Lee, Hyeong-oh Kweon)

1. 서론

진동원을 가진 장비를 임의의 구조물에 설치할 경우 관심이 되는 문제는 구조물의 임의의 위치에서의 진동 수준을 추정하는 일이다. 특히 정밀장비를 다루는 반도체 공장에서 크린룸이나, 정밀측정·분석 실험실등 미진동을 제어해야 하는 분야에서는 더욱 그 필요성이 대두되고 있다. 진동제어가 필요한 공간에 대한 진동 수준의 예측이 가능할 경우 진동원이나 수진점(active and passive type) 방진에서 최적화된 전달률(transmissibility)을 명확히 결정할 수 있어 설계와 시행오차를 최소화 할 수 있다.

그러나 이러한 실제문제를 다룰 경우 대부분 진동제어 구조물은 복잡하고 설치운용되는 장비들은 대형, 복합장비가 사용되는 것이 일반적이고 수행기간도 여러가지 공정상 단시간에 이루어져야 하는 현실적인 어려움이 있다. 진동제어가 필요한 구조물에 대한 임의의 공간에서 진동수준을 신속하고 정확하게 예측하기 위해서는 최소한 두가지 정보만이라도 명확히 해야 한다. 하나는 장비의 주파수별 정확한 가진력의 산정이고 다른 하나는 장비가 설치되고 진동제어가 필요한 구조물에 대한 동적특성(dynamic property)이다. 가진력에 대한 정보는 일반적으로 장비제작사가 제시하는 것이 원칙이나 그렇지 못할 경우 구조해석 기술자(structure engineer)가 해석적으로 추정하거나 또는 명확히 가진특성을 알지 못하는 복잡한 장비는 실험적으로 결정해야 한다. 구조물의 동적특성을 나타내는 모빌리티(mobility)를 구하는 방법은 해석적인 방법과 실험적인 방법이 있으나 복잡재료, 복잡한 구조형태나, 지지조건, 다양한 결합부의 동적특성을 정의하여 해석적으로 정확히 해결하기에는 어려움이 있다. 이러한 제한조건을 손쉽게 해결하는 방법은 실구조물에 대한 동적실험(dynamic test)을 통하여 단기간에 동적특성을 결정하고 SDM(structure dynamic modification)이나 FRS(force response simulation)를 수행하여 임의의 좌표공간에 대한 진동수준을 해석적으로 예측할 뿐만 아니라 구조물의 진동제어를 위한 동적인자를 변

경시킬 수 있는 정보를 제공하며 장비를 방진할 경우 신뢰성있는 전달률을 결정할 수 있다. 실험적으로 철교, 교량이나 건물의 철풀구조 및 2층비단 등 대, 중형의 복잡한 구조물에 대하여 동특성을 나타내는 모빌리티를 결정할 경우 충격가진 실험이, 사용되는 실험장비 측면에서나 실험을 수행하는 과정이 대체적으로 간편하다. 그러나 이 경우 대상 구조물을 충분히 가진시킬 수 있는 용량의 대형 충격기(large impact hammer)가 필요하게 된다. 이러한 동적실험은 약 길이 61m, 폭 16m의 4경간 교량에 대하여 동적실험을 수행하여 가능성을 확인하였다.⁵⁾

여기서는 실험실 수준의 평판모델을 제작하고 실제 현장에서 이루어질 수 있는 진동제어 구조물에 대한 동적실험 및 FRS를 수행하는 과정과 동일하게 따름으로써 실제 발생할 수 있는 오차나 Error를 실험실내의 차원에서 파악하여 진동원을 있는 구조물에 대한 진동제어 기술을 보유하고자 한다.

2. 해석 Procedure 및 기본이론

2.1 해석 Procedure

실험적 진동예측 해석 과정을 간략히 도식하면 아래 Fig.1과 같다.

2.2 기본이론

실험으로 구할 것은 진동원의 가진주파수(exciting frequency)별 가진력이고 구조물에 대해서는 각 주파수에 대한 모빌리티(mobility)를 얻는 것이다. 진동원의 가진력에 대한 정보는 제작사에서 주는 것이 원칙이나 그렇지 못할 경우 이상적인 형상의 장비가 아닌 이상 실험적으로 얻는 것이 손쉬울 수 있다. 구조물에 대한 모빌리티는 각 자유도에 대한 입력 가진력에 대한 출력 응답 사이의 전달함수(FFR)를 측정하므로써 구할 수 있다. 실험해석의 기본적인 가정과 전달함수는 아래와 같이 정의된다.

* 유니슨산업(주) 부설 유니슨기술연구소, 정회원

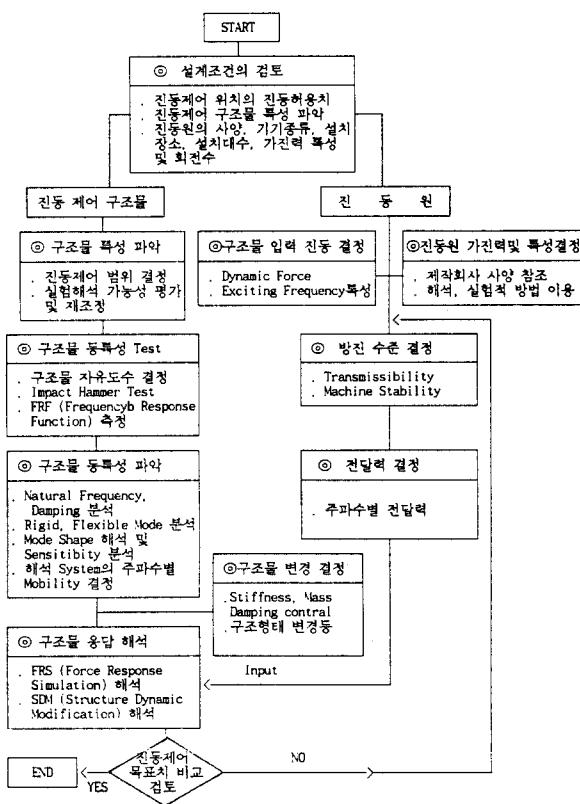


Fig. 1 진동예측 Procedure 흐름도

- . 해석구조들은 선형계
- . 구조물은 time invariant
- . 구조물은 입력에 대한 응답이 측정가능해야 한다.

$$F_j(\omega) \xrightarrow{\text{가진력}} H_{ij}(\omega) \xrightarrow{\text{전달함수(FRF)}} X_i(\omega) \quad \text{응답}$$

계가 선형이면

$$F_j(\omega) = H_{ij}(\omega) X_i(\omega)$$

$$H_{ij}(\omega) = \frac{X_i(\omega)}{F_j(\omega)} \quad \text{(1)}$$

여기서, i : Measurement in DOF i
 j : Excitation Spectrum in DoF j

선형운동방정식을 Laplace Domain에서 자유도 Matrix 형태로 나타내면 식(2)와 같다.

$$\begin{aligned} S^2[M]\{X(S)\} - S[M]\{X(0)\} - [M]\{\dot{X}(0)\} + S[C]\{X(S)\} \\ - [C]\{X(0)\} + [K]\{X(S)\} = \{F(S)\} \quad \text{----- (2)} \end{aligned}$$

초기 계가 안정된 상태이면 $\{X(0)\} = \{\dot{X}(0)\} = 0$ 가 되고 이때 식(2)는 식(3)과 같이 정리된다.

$$\{S^2[M] + S[C] + [K]\}\{X(S)\} = \{F(S)\} \quad \text{----- (3)}$$

Laplace Domain에서 전달함수는 식(4)와 같이 된다.

$$[H(S)] = \frac{[X(S)]}{[F(S)]} = \frac{1}{S^2[M] + S[C] + K} \quad \text{----- (4)}$$

식(3)을 디지털에서 풀어쓰면 식(5)와 같고 h_{ij} 는 각각의 자유도에서 입력에 대한 출력의 비로 나타나는 전달함수이다.

$$\begin{array}{c} x_1(S) \\ x_2(S) \\ \vdots \\ x_n(S) \end{array} = \begin{bmatrix} h_{11}(S) & h_{12}(S) & \cdots & h_{1n}(S) \\ h_{21}(S) & . & . & F_2(S) \\ . & . & . & . \\ h_{n1}(S) & \cdots & \cdots & h_{nn}(S) \end{bmatrix} \begin{array}{c} F_1(S) \\ F_2(S) \\ \vdots \\ F_n(S) \end{array} \quad \text{--- (5)} \\ \begin{array}{c} \text{Laplace} \\ \text{Transforms} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Transfer Function} \\ \text{Matrix} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Laplace} \\ \text{Transforms} \\ \text{of} \\ \text{Responses} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Applied Forces} \end{array} \end{array}$$

여기서, S : Laplace variable ($=-\sigma + j\omega$)
 $\omega_d = \omega_0 / \sqrt{1 - \zeta^2}$: damped natural frequency
 ζ : damping ratio
 σ : decay rate
 ω_0 : undamped natural frequency
 $\{X(S)\}$: Laplace transform of displacement response (n by 1)
 $\{F(S)\}$: Laplace transform of applied force (n by 1)
 $\{X(0)\}$: Vector of initial displacement (n by 1)
 $\{\dot{X}(0)\}$: Vector of initial velocities (n by 1)

구조물에 대해 동적실험에서 최소한의 실험 Data를 측정 분석하고 수학적 진동모델에 대한 해석을 통하여 transfer function full matrix를 구할 수 있으며 임의 자유도에서 가진력에 대한 응답(FRS)과 SDM 해석을 수행할 수 있다. 특히 modal analysis를 통하여 중요 모드에 대한 natural frequency, modal damping 및 Mode Shape을 구하므로써 모빌리티가 큰 주파수에 대한 많은 정보를 얻을 수 있다. force response simulation (FRS)은 transfer function matrix에서 응답을 구하는 것으로 식(5)를 특정 Fourier transform으로 나타나는 아래 식(6)을 풀어서 구할 수 있다.

$$\{X(\omega)\} = [H(\omega)] \{F(\omega)\} \quad \text{----- (6)}$$

여기서, $\{F(\omega)\}$ = n-vector of Fourier transforms of user specified excitation forces
 $\{X(\omega)\}$ = computed n-vector of Fourier transforms of structure responses
 $\{X(\omega)\}$ = (n x n) matrix of FRFs synthesized from modal data
 n = number of DOFs in the mode shapes

Structure Dynamic Modification (SDM)은 decouple 된 modal coordinate의 각 진동계의 m , c , k 변화량을 Dofs에 각각 추가하여 재계산을 수행함으로써 새로운 변형된 진동계에 대한 동특성의 정보를 얻을 수 있다.

가진력의 실측방법은 간단히 알고 있는 계에 대한 응답을 측정하는 것으로써 구해진다. 여기서는 1자유도 계의 탄성지지 실험장치를 구성하여 가진력을 분석하는 방법으로 계의 응답을 측정하여 아래식에 의하여 구할수 있다.

$$L_F = 20 \log M + \bar{L}_a + 20 \log \left| \left(\frac{f_r^2}{f^2} - 1 \right) \right| \text{ (dB)} \quad \dots \quad (7)$$

여기서, L_F :가진력 레벨(dB), Ref 10^{-5} (N) 실효치
 M :탄성지지된 기계와 콘크리트 총질량(kg)
 f_r :탄성지지된 계의 고유진동수 (Hz)
 f :측정대역의 중심주파수 (Hz)

평균 가속도 진동레벨 \bar{L}_a 는 아래 식(8)에 의하여 구 한다.

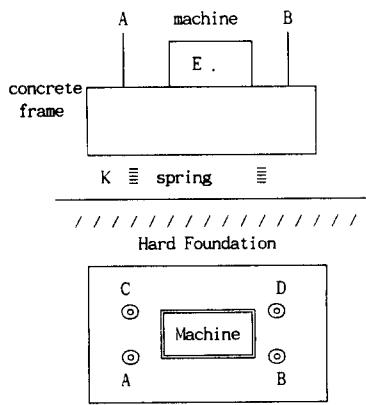


Fig. 2 가진력 실험 구성도

평균가속도레벨은 식(8)에의하여구한다.

$$\bar{L}_a = 10 \log \left(\frac{1}{5} \left(\sum_{n=1}^5 10^{(\bar{L}_{an}/10)} \right) \right) \text{ (dB)} \quad \dots \quad (8)$$

여기서, \bar{L}_a :평균가속도레벨(dB), Ref: 10^{-5} (m/s²)실효치
 \bar{L}_{an} :측정점 n에서의 가속도 레벨 (dB)

3. 실험모델과 Dynamic Test 구성

3.1 실험모델

실험모델은 실험실내에서 실제 현장 진동 추정 Procedure와 동일하게 수행 할 수 있는 이동가능한 소형 가진력 장치를 제작하였으며 구조물은 간단한 형상의 강판으로 구성하였다.

가진장치는 힘측정기를 이용하여 구조물에 입력되는 가진력을 측정할 수 있도록 하였다.

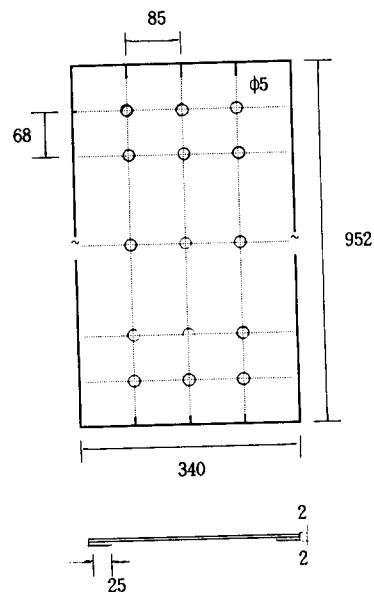


Fig. 3 실험구조물의 제원

3.2 측정분석 시스템의 구성

Impact hammer test를 통하여 실험구조물의 각 자유도에 대한 주파수 응답함수(RRF)를 측정하였으며 SMS Modal Analysis 해석 프로그램을 사용하여 실험구조물의 동특성(SDM, FRS 등) 해석을 수행하였다. 그리고 가진력 feed back 가진장치를 이용하여 임의의 가진에 대한 응답을 실측한 값과 비교 분석할 수 있도록 실험 분석 시스템을 Fig. 4와 같이 구성하였다.

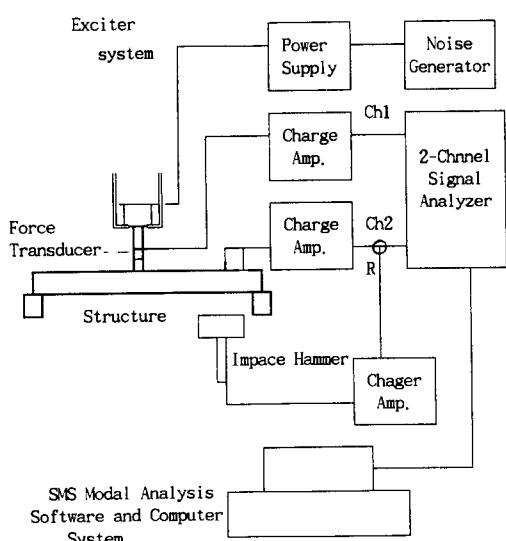


Fig. 4 측정, 분석시스템의 구성도

4. 실험결과의 분석

4.1 Measurement Procedure

A) Signal Analysis

2-Ch FFT를 이용하여 impact hammer test의 입력 Force와 출력 가속도를 관찰하여 실험 구조물의 FRF를 구하였다.

- . Frequency span : DC-100Hz
- . Frequency resolution : 0.125Hz
- . Ch A : transient time window (입력신호)
- . Ch B : exponential time window (출력신호)
- . Average number : 5회
- . FRF의 측정 : H_1 Function 사용 FFT 분석

$$H_1 = \frac{G_{x_F}}{G_{F_F}}$$

여기서, G_{x_F} : Cross Spectrum between Response and Excitation

G_F : Auto Spectrum of Excitation

- B) 입력 50Z Dof force spectrum과 50Z 입력 38Z 응답에 대한 coherence를 Fig.5에 실었다.

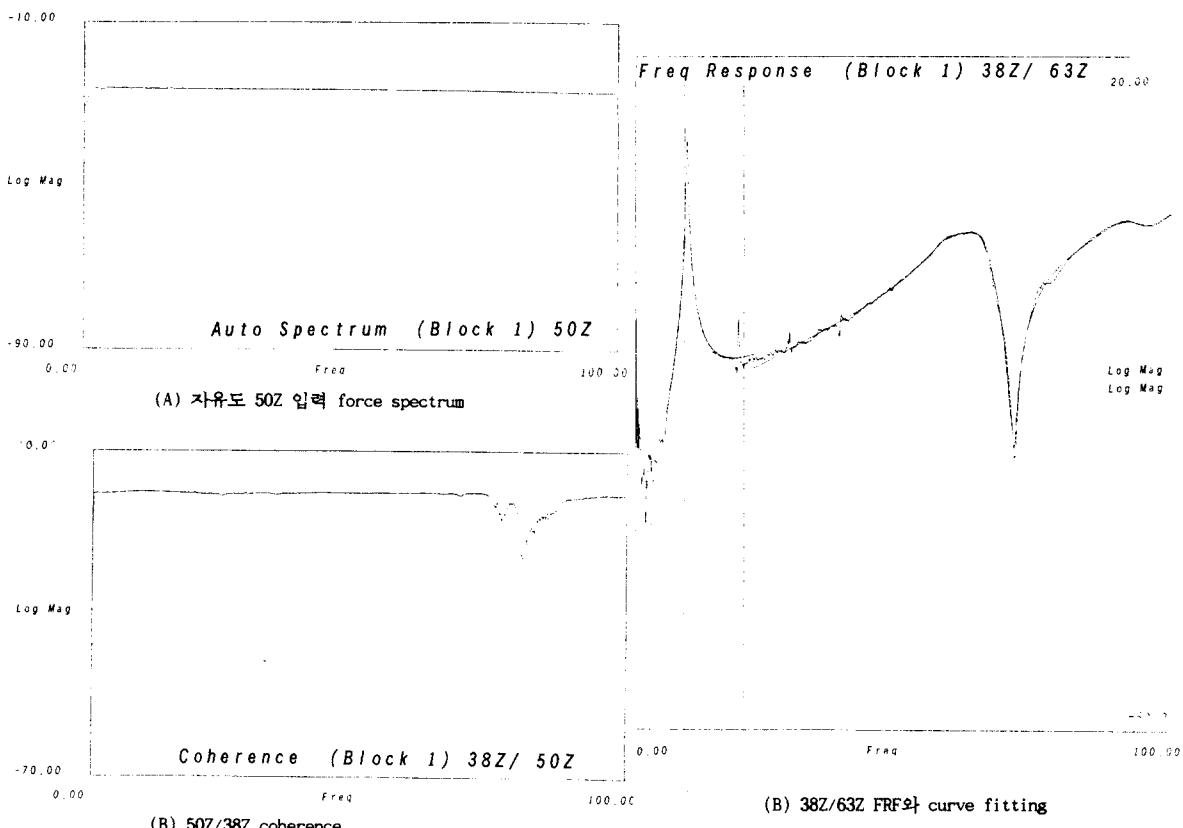
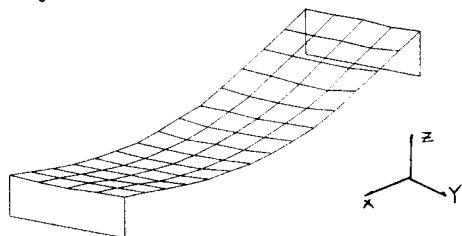


Fig.5 Force spectrum(50Z) and coherence(50Z/38Z)

4.2 실험구조물의 동특성해석

실험구조물에서 측정한 FRF를 3~100Hz 주파수 영역에서 curve fitting을 수행하였으며 그 결과를 1차 bending mode가 9.6Hz에서 나타나고 있었다. 이에 대한 mode shape 63Z 입력에 대한 38Z 출력 FRF의 curve fitting을 Fig.6에 실었다.

Mode # : 1
Frequency : 9.60 Hz
Damping : 1.50 %



(A) 1차 Bending mode shape

Fig.6 1차 Bending mode shape, curve fitting

4.3 응답예측

구조물에 직접 측정을 통하여 가진력과 이에 대한 응답을 얻을 경우 구조물의 동적특성이 알려져 있지 않더라도 가능하며 그 정확성도 측정분석 시스템의 오차에 의존할 뿐이다. 또 다른 방법은 FRF를 수학적으로 처리하지 않는 값을 주파수별로 바로 이용하는 것으로 실제 동일한 신호분석 시스템을 이용하고 실험하는 계가 안정되어 있다면 계산된 진동예측치는 전자와 오차 범위 내에서 동일 할 것이다. 그러나 상기 두가지 방법으로 얻을 수 있는 정보는 매우 한정적이다. 구조물을 수학적인 진동계로 모델링한 시스템에 대한 다양한 정보는 curve fitting이라는 수학적 기법 사용하므로 써 얻어진다. 이러한 시스템에 대한 정보를 이는 것은 외부의 다양한 조건에 대하여 유연하게 대처할 수 있으며 처리하는 정보량도 대단히 간결해진다는 잇점을 갖고 있다. FRF 측정 data의 수학적 처리에서 측정 data와 수학적 모델이 일치하는 경우는 흔치 않다. 여기서는 직접 측정한 진동값을 curve fitting하여 해석한 진동예측값 사이의 편차를 살펴보기 위하여 Table.1에 비교하였다.

Table.1 실험구조물의 진동 측정치와 예측치 비교 (Exciting Force = 0.5N)

Exciting Point	Exciting Frequency	Response Point (DOF)	측정값 ($\frac{m}{s^2}$) ①	예 측 치		비 고
				원시측정 ②	FRF Curve Fitting FRF이용한해석치③	
DOF NO #17	9Hz	#27	0.11	0.162	0.131	
		#38	0.215	0.177	0.158	
		#51	0.203	0.223	0.194	
	20Hz	#27	0.075	0.075	0.190	
		#38	0.065	0.048	0.038	
		#51	0.035	0.038	0.040	
	50Hz	#27	0.352	0.328	0.372	
		#38	0.262	0.211	0.156	
		#51	0.295	0.324	0.174	
DOF NO #38	9Hz	#17	0.274	0.296	0.258	
		#27	0.733	0.690	0.634	
		#51	0.837	0.945	0.925	
	20Hz	#17	0.065	0.073	0.037	
		#27	0.137	0.091	0.155	
		#51	0.225	0.197	0.197	
	50Hz	#17	0.238	0.195	0.156	
		#27	0.316	0.306	0.435	
		#51	0.108	0.098	0.264	
DOF NO #51	9Hz	#17	0.277	0.231	0.182	
		#27	0.644	0.525	0.577	
		#38	1.36	1.420	0.925	
	20Hz	#17	0.041	0.039	0.040	
		#27	0.239	0.207	0.128	
		#38	0.218	0.148	0.197	
	50Hz	#17	0.356	0.369	0.234	
		#27	0.275	0.271	0.385	
		#38	0.075	0.075	0.264	

- * ①측정값은 Sine Signal (9, 20, 50Hz) 가진력 0.5N Peed Back 가진시스템을 이용하여 가속도 센서로 각 DOFs에 측정한 값임.
- ②원시측정 FRF값은 Impact Hammer Test에서 얻은 주파수별 Accelerance ($m/s^2/N$)를 구조물을 선형계로 가정하고 계산한 값이다.
- ③Curve Fitting한 FRF를 이용한 해석치는 Impact Hammer Test에서 얻은 구조물을 수학적 진동계로 모델링하여 얻은 값이다.
- 진동값은 Half peak 값임.

5. 실험결과의 고찰 및 결론

특정주파수로 구조물에 직접 가진하여 얻은 측정값과 impact hammer test에서 얻은 FRF 값을 이용하여 계산된 진동값 사이에 최대 ±20%정도의 다소 큰 오차를 보이고 있다. 그리고 Force response simulation을 시행하여 예측된 구조물의 진동예측값은 1차 bending mode의 고유진동수 9.6Hz 주변의 9Hz exciting frequency에서는 최대 ±30%정도의 오차분포를 가지고 있으나 20Hz가진주파수에서는 최대 50%까지 측정치와 오차를 가지고 있다. 고주파수 50Hz 가진주파수에서는 최대 100%정도의 높은 오차가 있다. 모드에 인접한 주파수에서 오차가 적은 것은 충격시험에서 FRF의 원시 신호가 분명하게 나타나고 대체로 Coherence가 좋기 때문에 사료되지만 우선적으로는 curve fitting이 매끄럽게 잘 되기 때문으로 판단된다. 가진주파수가 높을수록 FRF 추정치가 큰 오차를 보이는 것은 모드가 불명확하여 curve fitting 오차가 크기 때문에 사료된다. impact hammer test에서 얻은 원시 FRF에서 계산된 진동예측치와 측정값 사이의 ±20% 오차는 의외의 결과로써 차후 신호분석 기법에 연구할 필요성이 있는 것으로 생각된다.

참고문헌

1. SMS STAR Theory and Application, Issue A:25 January 1990.
2. Mark R. Herbert, Donald W. Kientzy Application of Structural Dynamics Modification, Society of Automotive Engineers, Inc. 1981, 801125.
3. D. J. Ewins, Modal Testing, Theory and Practice, Research studies press Ltd., Letchworth, herts, England.
4. 이홍기, 이신언, Mount-Base Structure 진동계의 지지조건에 따른 모드해석, '91 춘계학술대회 논문집 1991. 11, p5-11.
5. 권형오, 정지만, 이홍기, 교량의 실험적 동특성 해석, '92춘계학술대회 논문집 1992. 5, p115-121.
6. 이홍기, 이신언, Active Type 2중방진 시스템의 실험적 거동해석, '92 춘계학술대회 논문집 1992. 5, p127-132.