部分期間系列의 超過洪水流出모델

李舜鐸* 朴定奎**

1. 序論

본 研究는 洪水量의 發生頻度와 洪水量을 無作爲變數로 취급하여 媒介變數의 불확실성을 감소시키는 모델을 開發하고, 開發된 媒介變數 推定모델을 이용하여 超過洪水流出量 算定모델을 開發하는데 目的이 있다.

분석에 있어서 어느 基準값 이상의 資料를 選定하여 分析에 이용하는 部分期間系列을 선택하였으며, 分析方法에 있어서는 年資料를 하나의 分布로 보는 同一分布 模型과 年資料를 하나의 分布로 보지않고 季節別로 同一하다고 보는 非同一分布 模型으로 하여 超過洪水量 算定方法을 提案하고자 한다. 또한 尖頭洪水量 決定에 필요한 媒介變數는 旣往에 사용되고 있는 洪水量과 洪水發生頻度를 導入함으로써 合理的인 設計洪水量의 推定에 이용될 수 있도록 하였으며, 媒介變數 推定方法으로는 基準洪水量에 대한 超過洪水流出量을 無作爲 變數로 취급하여 最尤推定法(Maximum Likelihood Estimation : MLE), 觀測流量으로부터 공액사전 分布의 媒介變數를 推定하는 Bayesian 方法(Bay1) 및 流域流出量에 대한 地域頻度分析 結果를 Bayesian 事前分布로 이용하는 方法(Bay2)을 選定하였다.

따라서 본 研究의 分析 對象地點은 洛東江水系의 왜관 지점과 진동 지점의 日最大 流量資料를 部分期間系列化하고 이에 대한 洪水特性과 再現期間別 設計洪水量을 결정하므로서 水資源의 효율적인 이용과 洪水被害를 輕減하기 위한 水資源 計劃에 필요한 정보를 제공하고자 한다.

2. 超過洪水量의 推計學的 特性

[1] 河川에서 임의의 한 地點에 대한 水文曲線을 살펴보면 尖頭流量을 발견할 수 있으며, 어느 基準洪水量 $Q_b(X_0)$를 超過하는 尖頭流量은 시간구간 (0, t) 사이에서 발생되고, 이 水文曲線의 尖頭値 Q_k, k=1, 2, . . . v는 (0, t) 사이에서 $Q_b(X_o)$를 超過하는 洪水量으로서 i번째 超過洪水量은 다음

* 영남대학교 공과대학 교수
** 영남대학교 대학원 박사과정

식으로 정의된다.

$$\xi_v = Q_v - Q_b(X_0) \qquad Q_v > Q_b, \qquad \xi_v > 0 \tag{2.1.1}$$

2.1 超過洪水의 發生頻度分布 理論

時間區間 〔0, t〕에서 超過洪水 發生數를 $\eta(t)$라 하고 $E_v{}'$ 를 사상〔$\eta(t)=\nu$〕 즉, 時間 t 內에서 超過洪水 ν가 발생할 사상을 나타낸 것이며, 사상 〔$\eta(t_1)-\eta(t_2)=\nu; t_2 \geq t_1$〕는 t_1에서 t_2사이에 ν가 정확하게 발생할 사상을 $E_v{}^{t_1, t_2}$ 로 나타낼 수 있다. $P(E'_k)$는 다음과 같은 微分方程式을 만족한다.

$$dp(E_k{}')/dt = \lambda_{k-1}(t)P(E_{k-1}{}') - \lambda_k(t)P(E_k{}') \quad k = 1,\ 2,\ \cdots$$
$$dp(E_0{}')/dt = -\lambda_0(t)P(E_0{}') \tag{2.1.2}$$

2.2 超過洪水量 分布理論

超過洪水 分布에 있어서 관심있는 주요한 다른 無作爲 變數는 超過尖頭 洪水量이다. 이 超過尖頭洪水量은 임의의 時間區間 〔0, t〕 에서 ξ_v의 最大값을 말하며, X(t)라고 표시한다. 한편 〔0, t〕 구간에서 ξ_v는 時間 t에 의존하는 無作爲 變數이므로 X(t)의 分布는 非減少標本函數로 유도할 수 있다.

3. 媒介變數 推定

3.1 洪水頻度 媒介變數 推定値 分布

洪水頻度 媒介變數는 1年의 區間에 대하여 洪水의 發生頻度가 同一한 경우와 洪水의 發生頻度가 계절별 分布特性을 가지는 非同一 分布로 구분하였으며, 媒介變數의 推定方法은 MLE 方法과 Bayesian 推定方法을 이용하고자 한다.

3.1.1 同一分布

(1) MLE 方法

觀測値 $x_1, x_2, \ldots, x_n$에서 n개의 確率變數 $X_1, X_2, \cdots, X_n$의 確率密度函數 $f(x_1, \cdots, x_n; \theta)$를 尤度函數(Likelihood Function ; $L(\theta)$)이라 하며, 이는 觀測値와 類似한 資料를 얻을 可能性을 최대로 하는 尤度函數法의 理論的 基礎가 된다. $\theta \in \Omega$ 라 하면 觀測값인 $(x_1, \cdots, x_n)$에 대한 $L(\theta)$를 최대로 해주는 Ω에서의 값 Θ를 θ의 最大尤度 推定値라고 한다.

(2) Bayesian 方法

사전에 旣往의 資料로부터 θ에 대한 확률밀도함수(Probability Density Function ; pdf)를 구한 경우는 事前 pdf이고 事前 pdf로 부터 개선된 pdf를 事後 pdf라 한다. θ의 사후 pdf는 Bayes

정리를 적용하므로서 아래 식과 같이 구할수 있다.

$$f''(\Theta) = f''(\Theta \mid x) \propto L(x \mid \Theta) \cdot f'(\Theta) \qquad (3.1.1)$$

여기서, $f''(\Theta) = f''(\Theta \mid x)$는 觀測値 x와 初期情報의 條件에 대한 Θ의 事後 pdf이며, $L(x \mid \theta)$는 x의 尤度函數이고 $f'(\Theta)$는 θ의 事前 pdf 이다.

3.1.2 非同一分布

(1) MLE 方法

$\lambda_1 = \Lambda(T_1)$ 은 秋季에 超過洪水量의 發生數이다. η_k는 區間 T_{K-1}, T_K 에서 超過洪水量의 發生數라 한다. 즉, $\eta_k = \eta(T_K) - \eta(T_{K-1})$이고, K = 1, 2, 3, ··· 이다. 또한 η_1을 n年 期間에서 발생한 超過洪水의 發生數라 하면 n年에 대한 λ_1의 最大尤度 推定値는 η_1 / n 이 되며, η_1, η_5, ···, η_{4n-3}는 同一한 分布(平均 λ_1인 포아송 確率分布)를 갖는다.

(2) Bayesian 方法

非同一分布의 超過洪水 發生數 역시 Poisson 分布이므로 공액事前 分布는 Gamma 分布가 된다. 超過洪水 發生數의 觀測値인 X_{ij}가 媒介變數 λ_j를 가지는 Poisson 過程이므로 공액사전 分布인 감마(a_{1j},b_{1j})로 부터 λ_j의 事後密度函數를 유도하였다.

3.2 洪水量 媒介變數 推定値 分布

3.2.1 同一分布

(1) MLE 方法

$\xi_1, \xi_2, \cdots \xi_m$, M 에 대한 尤度函數는 다음과 같다.

$$L = f(\xi_1, \xi_2, \cdots \xi_m, m) = \left(\prod_{i=1}^{m} \beta \xi_i \right) \frac{e^{-n\lambda} \quad (n\lambda)^m}{m} \qquad (3.2.1)$$

임을 알수있다. 여기서, m은 $\eta(T_n)$을 나타낸 것이다.

(2) Bayesian 方法

超過洪水量의 分布는 指數分布이므로 공액事前 分布는 감마(α, β)分布가 된다. 超過洪水 發生數의 觀測値인 X_i가 媒介變數 β를 가지는 指數過程이므로 β의 事後密度函數를 유도할 MLE와 사전 정보의 결합으로부터 구할 수 있다.

3.2.2 非同一分布

(1) MLE 방법

첫번째 계절에 대한 β_1의 最尤度 推定値는 아래 식과 같다.

$$\beta_i = \frac{\eta_i}{\sum_i k \sum_{j=1}^{n_i} \dot{\hat{\xi}}_{i,j}} \qquad k = 1,\ 2,\ 3,\ 4 \tag{3.2.2}$$

(2) Bayesian 方法

超過洪水量의 分布는 指數分布이므로 공액사전 分布는 감마分布가 된다. 超過洪水 發生數의 觀測値인 X_i가 媒介變數 β_i를 가지는 指數分布이므로 공액사전 分布인 감마(a_{2i}, b_{2i})로 부터 β_i의 事後密度函數를 유도할 수 있다.

3.3 再現期間 分布

3.3.1 同一分布

指數分布를 하는 超過洪水量의 媒介變數 β를 再現期間의 형태로 변화하기 위하여 아래의 형태와 같은 식으로 誘導할 수 있다.

$$T = \frac{1}{1 - \exp(-\lambda e^{-\beta x})} \tag{3.3.1}$$

$$x > 0 \quad \beta > 0 \quad \lambda > 0 \quad \xrightarrow{-\lambda} T > 1$$

3.3.2 非同一分布

식(3.4.4)에서 T의 密度函數는 다음 식과 같다.

$$\phi_n(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{t(t-1)} \displaystyle\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \sigma_n\left(\ln\left(\frac{t}{t-1}\right),\ y_2,\ y_3,\ y_4\right) \\ \exp\left(-n\sum^4 \lambda_i\right) \qquad t = \infty \end{cases} \tag{3.3.2}$$

3.4 設計 超過洪水量 分布

設計洪水量은 超過洪水의 媒介變數를 이용하여 자료를 模擬發生시켜 媒介變數의 密度函數를 구하고 이로부터 同一 및 非同一分布의 設計超過洪水量을 구할 수 있다.

4. 모델의 適用 및 分析

4.1 硏究 對象流域의 特性

본 硏究에서는 洪水量과 그 發生頻度를 無作爲 變數로 취급하여 媒介變數의 不確實性을 減少시킬 수 있는 推定모델을 提案하고 이로부터 設計超過洪水流出量을 算定하고자 한다. 본 流域의 適用

對象 流域은 洛東江流域으로 하며, 分析에 사용되는 資料는 水文資料와 流域의 地形特性 資料로 하였다.

4.2 洪水發生 頻度모델

본 硏究에서는 1年을 동일한 小區間(20x18+1x25)으로 나누었으며, 우리나라 豪雨의 發生分布特性上 겨울철에는 洪水가 發生하지 않기 때문에 12區間(11.15~2.28)에 대하여 超過洪水 發生頻度모델을 適用하였다. 基準洪水量을 설정하기 위하여 왜관 및 진동지점의 再現期間 2.33年 確率洪水量인 3,284CMS와 6,013CMS(1988.12, 建設部)를 基準流量으로 하였다.

(1) 同一分布 모델

同一分布 모델에 의한 媒介變數 推定方法은 MLE 方法과 Bayesian 方法에 의해 推定하고자 하며, 그 결과 Table 4.2.1과 같다.

Table 4.2.1 Observed and Theoretical Poisson Distribution of the Number of Exceedance for Time Interval[0, 240day] at Waegwan No.1(MLE)

Mar.1 ~ Nov.15			240 days	
K	FOB		MLE	
	Freq.	Rfreq	Freq.	Rfreq
0	2.000	0.080	0.900	0.038
1	5.000	0.200	3.100	0.124
2	4.000	0.160	5.100	0.203
3	2.000	0.080	5.500	0.222
4	4.000	0.160	4.500	0.182
5	4.000	0.160	3.000	0.119
6	2.000	0.080	1.600	0.065
7	1.000	0.040	0.800	0.031
8	1.000	0.040	0.300	0.013
9	0.000	0.000	0.100	0.005

(2) 非同一分布 모델

非同一分布 모델의 경우에는 超過洪水의 계절적인 變動特性을 충분히 고려한 모델로서 본 硏究에서는 우리나라의 洪水特性을 고려하여 계절을 春季, 夏季 및 秋季로 나누어 適用하였다. 媒介變數의 推定方法으로는 전절에서와 동일한 方法으로 媒介變數推定을 MLE, Bay1 및 Bay2 方法에 의해 수행하였으며, 그 결과는 Table 4.2.2와 같다.

(3) 媒介變數 推定値 및 檢定

i) 媒介變數 推定値

① 同一分布

同一分布의 경우 MLE, Bay1 및 Bay2 方法에 의해 推定된 媒介變數는 Table 4.2.3과 같다.

② 非同一分布

非同一分布 모델에서는 우리나라 洪水流出 特性을 반영하여 계절을 봄, 여름 및 가을 등의 3 계절로 나누어 분석하였으며, 그 결과는 Table 4.2.3과 같다.

Table 4.2.2 Observed and Corresponding Theoretical Distribution of Number of Exceedences for Each Season at Waegwan No.1 (MLE)

Fr.	Spring		Summer		Fall	
	Frel	Trel	Frel	Trel	Frel	Trel
0	.800	.787	.120	.102	.480	.468
1	.160	.189	.240	.233	.400	.355
2	.040	.023	.160	.266	.080	.135
3	.000	.002	.280	.202	.000	.034
4	.000	.000	.120	.115	.000	.007
5	.000	.000	.080	.053	.040	.001
6	.000	.000	.000	.020	.000	.000
7	.000	.000	.000	.007	.000	.000
8	.000	.000	.000	.002	.000	.000
9	.000	.000	.000	.000	.000	.000

Table 4.2.3 Number of Exceedences by MLE & Bayesian Method

Station	Season	MLE	Bayesian		Obs.
			Bay 1	Bay 2	
waegeon 1.	spring	0.24	0.10	0.13	0.24
	summer	2.28	2.29	2.13	2.28
	fall	0.76	0.20	0.66	0.76
waegeon 2.	spring	0.48	0.28	0.26	0.487
	summer	2.39	2.73	2.08	2.40
	fall	0.94	1.39	0.79	0.94

ii) 모델의 檢定

전절에서 媒介變數의 推定을 同一分布하는 경우와 非同一分布의 경우로 나누어서 推定하였으며, MLE 方法, Bay1 方法 및 Bay2 方法에 의해 媒介變數를 推定하였다. 각 方法중 그 精度를 檢定

하기 위하여 平均제곱誤差(Mean Square error ; MSE)를 이용하고자 한다.

MSE는 不偏推定量을 비교할 때 最小分散을 갖는 推定量이 바람직하며, 전체적으로 볼 때 목표에 가장 가깝다는 것이다. 分散은 推定量이 기대치에서 떨어진 程度를 推定해 주지만 MSE는 分散과 평균간의 편의에 대한 결합형태로 나타내는 것이다.

본 硏究에서는 同一分布 경우와 계절별 變動特性을 고려한 경우에 대하여 각 地點別로 MSE를 구한 결과는 Table 4.2.4와 같으며, 위 결과에서 MLE方法에 의한 推定値 보다는 Bay1과 Bay2에 의해서 媒介變數를 推定하는 것이 바람직한 것으로 나타났다.

5. 結果의 考察

5.1 超過洪水모델의 檢討

超過洪水모델의 檢討를 위하여 지금까지 분석된 洪水發生頻度와 洪水量모델에 대하여 檢討하였으며, 그 결과는 다음과 같다.

먼저, 洪水發生頻度 모델의 경우 1년을 12개구간(총 18개 구간 중 3개 구간은 非雨期이므로 제외하였음)으로 나누어 超過日數를 220, 200, 180, 160, 140, 120, 100, 80 및 60日에 대해 분석하였으며, 분석결과에 대한 適合性檢定을 위하여 Chi-Square(χ^2) test를 실시하였다.

Table 5.1.1 Mean Square Error by each Method(Waegwan)

Model		Daily(days)										Season		
		60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	Spring	Summer	Fall
No 1	MLE	0.160	0.160	0.240	0.440	1.160	2.036	2.506	3.080	3.179	3.179	0.240	2.272	0.760
	BAY1	0.083	0.083	0.147	0.234	0.322	0.895	1.264	1.840	1.960	1.963	0.147	1.155	0.514
	BAY2	0.094	0.094	0.144	0.236	0.317	0.976	1.112	1.745	1.942	1.942	0.144	1.144	0.513
No 2	MLE	0.604	0.396	0.479	0.646	1.521	2.325	2.832	3.396	3.553	3.567	0.479	2.384	0.938
	BAY1	0.222	0.267	0.318	0.634	0.635	1.195	1.568	1.866	2.439	2.772	0.318	1.274	0.663
	BAY2	0.023	0.262	0.297	0.587	0.681	1.186	1.514	1.878	2.324	2.629	0.297	1.229	0.666

5.2 設計洪水量에 대한 檢討

지금까지 분석된 모델 媒介變數를 이용하여 資料의 模擬發生을 실시하였으며, 模擬 發生된 자료로 부터 確率洪水量에 대한 分布函數를 유도하여 Jacobian변환에 의해 再現期間別 洪水量을 유도하였다.

그 結果 洛東江流域의 本流에 위치한 왜관지점에 대하여 각 分析方法에 의한 再現期間別 洪水量을 계산한 結果는 Table 5.2.1과 같았다.

Table 5.2.1 Results of design flood (Unit: CMS)

Model	Numbers	T=10 Year	T=50 Year	T=100 Year
MLE	10	6560	8320	11240
	50	6820	9810	11800
	100	6910	10520	11960
Bay_1	10	7560	9220	11050
	50	7640	9390	11460
	100	7830	11360	11940
Bay_2	10	6060	8790	12030
	50	6330	9090	12270
	100	6530	11030	12470
Existing Flood		7000	10260	11640

6. 結論

본 연구에서는 河川流域의 部分期間別 超過洪水流出量 算定을 위하여 洛東江流域의 왜관 및 진동 水位標地點을 대상으로 하여 분석하였다. 분석방법에 있어서는 超過洪水의 發生數와 超過洪水量의 媒介變數를 MLE方法, BAY1方法 및 BAY2方法에 의해 추정하고 이로부터 設計超過洪水量을 구한 結果 다음과 같은 結論을 얻을 수 있었다.

1) 超過洪水의 發生頻度와 超過洪水量의 媒介變數를 MLE方法, BAY1方法 및 BAY2方法에 의해 추정한 結果 모두 좋은 결과를 얻을 수 있었으며, 각 모델에 대한 效率性을 檢定해 본 결과 洛東江流域의 地域頻度曲線을 事前情報로 한 BAY2方法이 다소 우수한 것으로 나타났다.

2) 部分期間系列에 의한 設計超過洪水量은 設計超過洪水量의 密度函數를 이용함으로서 그 便易性을 알 수 있었으며, 季節別特性을 고려한 設計超過洪水量을 얻을 수 있었다.

3) 年最大値系列로 부터 頻度係數法에 의한 設計洪水量과 部分期間系列에 의한 設計超過洪水量을 比較해 볼 때 部分期間系列의 超過洪水量이 적은 것으로 나타났으며, 再現期間이 적을 수록 차이가 많이 나는 것으로 나타났다.

4) 水工構造物의 設計에서 年最大値系列로 부터 頻度係數法을 이용하여 算定된 設計洪水量과

季節別 特性을 고려하지 않은 部分期間系列의 設計超過洪水量 보다 季節別 特性을 고려한 非同一分布의 設計超過洪水量을 決定하는 것이 바람직한 것으로 思料된다.

參考文獻

1. Todorovic, P. and Zelenhastic, E., " A Stocastic Model for Flood Analysis," W.R.R., Vol.6. No.6, 1971.
2. Todorovic, P., and zelenhastic, E., "The Extreme Values of Precipitation Phenomena" Bulletin of the International Association of Scientific Hydrology, XIII, 1968.
3. Todorovic, P., and Roussel, J., "Some Probloms of Flood Analysis," W.R.R., Vol7, No.5, 1971.
4. Rousslle, J., "On Some Probloms of Flood Analysis," Ph.D. thesis, Colorado State Unive. 1972.
5. Rousslle, J., and Hindie, F., " Evaluation des Debits de Crue, Eaudu Quebec, Vol. 7, No4, 1974.
6. Todorovic, P., " Stocastic Model of Floods," W.R.R., Vol.14, No.2, 1978.
7. Ashkar, F. and Rousslle, J., "Design Discharge as a Random Variable:a Risk Study," W.R.R., 1981.