

陽解 推計學的 動的 計劃 技法에 의한 貯水池 시스템 運營

Reservoir System Operation Using Explicit Stochastic Dynamic Programming

高錫九* 高益煥** 李光晚*** 李翰九****

1. 序 論

다목적 저수지의 운영은 댐 건설 목적을 가장 잘 반영시킬 수 있는 방안이 되어야 하며 시스템으로부터의 기대편익을 극대화 시켜야 함은 물론 운영에 따는 신뢰도도 증대시켜야 한다. 그러나 저수지 운영의 기본이 되는 유입량은 통제할 수 없는 추계학적 성질을 가지고 있어 장기적으로 예측한다는 것은 사실상 불가능하며, 이러한 불확실성에 대처하기 위한 저수지 운영 방안이 많은 학자들에 의해 연구되어 왔다.

저수지 운영에 있어 평균 유입량에 근거한 확정론적 모델은 시스템으로부터의 편익이 과대 평가될 가능성과 비용이나 손실 등이 과소 평가될 수 있다는 (Loucks et al., 1981) 지적이 있어 이를 위하여 추계학적 분석 방법이 수문학적인 불확실성을 보완하기 위해서 개발되었다.

저수지 운영을 도출하는 방법을 크게 두 가지로 대별할 수 있는데 수문 조건의 다양성을 포함할 수 있는 장기간의 자료를 분석하여 일반화된 운영을 도출하는 방법과 저수지 상태방정식의 요소인 유입량의 추계학적 특성을 고려하여 확률 기대값을 최대화 (또는 최소화)할 수 있는 단일의 저수지 운영 방안을 직접 구하는 방법이 있다. 전자의 경우 국내에서는 충주댐을 대상으로 개발 (李熙昇 등, 1991)되어 현재 이용되고 있으나 후자의 경우는 이렇다 할 연구 성과가 없는 실정이다.

추계학적 분석 방법으로는 선형결정율 (linear decision rule)를 사용한 CCP (chance constrained programming) (ReVelle et al., 1969), 추계학적 동적계획법 (Askew, 1974), Monte Carlo Technique (Askew et al., 1971 Willis et al., 1984) 및 신뢰성 분석기법 (reliability programming) (Colorni and Fronza, 1976) 등이 있다. 이러한 기법들 중에서 CCP는 사용상의 편리

* 정희원, 한국수자원공사 수자원연구실 책임연구원, 공학박사

** 정희원, 한국수자원공사 수자원연구실 선임연구원, 충북대 박사과정

*** 정희원, 한국수자원공사 수자원연구실 연구원, 중앙대 박사과정

**** 정희원, 한국수자원공사 수자원연구실 연구원

성과 다른 최적화 기법들과의 적용의 용이성 때문에 많이 사용되어 왔지만, 적용결과 실제보다 더 큰 저수용량이 요구되는 등 추계학적 분석기법으로서 적합치 않다는 일부 이론이 제기되고 있으며 (Hogan et al., 1981), 추계학적 동적기법은 천이 확률 (transition probability)의 복잡성이나 계산 요구량 때문에 단일 저수지가 아닌 연계 저수지 운영에 있어서는 그 실용성이 거의 불가능하다는 것이 단점으로 지적되고 있다.

본 연구에서는 충주 단일댐을 대상으로 장기간의 모의 발생된 자료를 사용하여 천이확율을 구하고 Explicit 추계학적 방법에 의거 시스템의 최적 운영 방안 (policy)을 위험도 측면에서 분석할 수 있는 방안을 제시하고 아울러 이미 Implicit Stochastic DP 기법으로 개발되어 사용성이 입증된 운영율과 비교함으로써 저수지 운영에서의 상호 보완적 관계를 정립하고자 한다.

2. 貯水池 시스템의 推計學的 模型

수문 자료의 확률변수를 고려할 수 있는 추계학적 저수지 운영 방법론으로는 크게 Explicit 방법과 Implicit 방법으로 구분할 수 있다. Explicit 방법은 확률변수 (random variable)을 모형에 직접 고려할 수 있는 방법으로 1950년 중반부터 개발되기 시작하였다. 이와 같은 예로 Howard (1960)는 저수지의 유입량이 일년을 주기로 갖는 Markov Process 과정을 따르고 바로 전 기간 (t) 동안 유입량이 i 일 때 다음 기간 ($t+1$)의 유입량이 j 가 될 확률 P_{ij} 를 알고 있다는 가정으로부터 출발하여 추계학적 동적 계획 기법 (stochastic dynamic programming) 을 제시하였다. Manne (1962)는 Markov Process 과정을 이용하여 가설의 단일 저수지를 예로 LP 기법에 의한 저수지 최적 운영을 시도하였으며, Thomas와 Watermeyer (1962)는 Manne의 성과를 토대로 저류량 만이 아닌 유입량을 포함시켜 시스템의 초기 상태를 정의하여 확장시켰다. Loucks (1968)는 추계학적 LP 모형을 개발하여 Oswego River 유역내에 있는 Finger 호를 대상으로 간단한 응용에 이용하였다. Loucks와 Falkson (1970)은 간략화한 수치를 예로 First-Order Markov Chain을 이용한 추계학적 DP, Policy Iteration, LP 모형을 비교하였다. Houck와 Cohon (1978) 역시 유입량에 대하여 Discrete Markov로 가정하였다.

Explicit 추계학적 최적화 기법의 또 다른 형태는 무작위 변수를 포함하고 있는 제약조건 처리로 까지 발전되었는데 Dantzig (1955)에 의해 개발된 Two-Stage LP 모형의 계산 과정에 적용한 Recourse Stochastic Programming 으로 Wet (1966)와 Prekopo (1980)에 의해 발전되었으며, Dupacova (1980)에 의해 수자원 관리 및 계획 문제에 응용되었다. 이와 같은 형태의 또 다른 하나는 제약조건에 확률 조건을 반영하는 것으로서 ReVelle (1969) 등에 의해 저수지 시스템의 최적화 문제에 적용되었다.

2.1 Explicit Stochastic 模型의 構成

저수지로 유입하는 유입량이 추계학적 과정을 따른다면 이와 같은 추계학적 특성을 직접 고려할 수 있는 저수지 운영은 결정론적인 유입량의 수준을 이용하는 방법과는 달리 유입량의 확률분포와 직접 관련된 Explicit Stochastic 최적화 기법을 이용하면 구할 수 있다. 천이확률의 경우 앞 기간동안의 유입량을 조건으로 하는 어떤 시점에서의 유입량의 차분확률 (discrete probability)로 나타낼 수 있는데 최적 運營政策 (optimal policy)은 전기간의 기준 유입량 구간을 조건으로 갖는 어느 기간 동안에 대한 차분화된 유입량 수준에 대해 정해진 조건에 대한 목적함수 값을 찾는 추계학적 DP에 의해 결정된다. 이와 같은 방법론은 다음과 같은 Recursion Equation을 갖는다.

$$F_i(X_t, I_{t-1}) = \min \text{ (or max) } \sum_{k=1}^K P(I_{t,k} | I_{t-1}) [f_i(X_t, u_t, X_{t+1}) + F_{i+1}(X_{t+1}, I_{t,k})] \dots\dots\dots (1)$$

여기서, $f_i(\cdot)$ 는 기간 i 동안의 발전에너지 등 목적함수 값을 구하는 함수이며, $k=1 \dots, K$ 는 무작위 유입량의 차분값을 나타내는 지표, X_t 는 기간 t 월의 월초 저류량, u_t 는 기간 t 월의 저수지 방류량, I_{t-1} 는 $t-1$ 기간에 대한 기준 유입량 구간 값, $I_{t,k}$ 는 차분 구간 k 에서의 t 기간의 차분 무작위 유입량, $P_i(I_{t,k} | I_{t-1})$ 는 I_{t-1} 을 조건으로 하는 $I_{t,k}$ 발생확률이다.

2.2 천이확률

추계학적 문제에서 상태방정식은 다음과 같이 쓸 수 있으며,

$$X_{t+1} = g_t(X_t, u_t, I_t) \quad (t=1, \dots, T) \dots\dots\dots (2)$$

여기서, 기간말 저류량 X_{t+1} 은 유입량 I_t 가 무작위 값을 갖는 한 무작위 변수로 간주할 수 있다. Inverted Form에서는 방류량은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u_t = g_t^{-1}(X_t, X_{t+1}, I_t) \quad (t=1, \dots, T) \dots\dots\dots (3)$$

식 (2)와 같은 Non-Inverted Form의 상태방정식이나 식 (3)과 같은 Inverted Form의 상태방정식에 포함된 유입량인 I_t 는 확률분포를 갖는 무작위 변수 (random variable)로써 특히 월별 유입량 등은 단위 기간동안의 발생확률이 지난 기간동안에 발생했던 값에 따라 상관성을 갖고 있다. 이러한 상관성에 따른 발생확률인 천이확률 (transition probability)의 작성에 있어 무작위 변수를 K 개의 차분 구간으로 나눌 수 있다고 하면 무작위 변수 I_t 는 다음식과 같이 나타낼 수 있으며,

$$I_{t,k}, \quad k=1, \dots, K; \quad t=1, \dots, T \dots\dots\dots (4)$$

각 차분구간에 있어서의 무작위 변수 (random variable)에 대한 발생확율은 다음과 같다.

$$P [I_{t,k}], \quad k=1, \dots, K; \quad t=1, \dots, T \quad \dots \dots \dots (5)$$

여기서,

$$\sum_{k=1}^K P [I_{t,k}] = 1 \quad \text{for } t=1, \dots, T \quad \dots \dots \dots (6)$$

이 때 t-1 Stage에서 t Stage로의 무작위 값이 어느 정도의 강한 상관성을 갖고 있으면 천이확율은 다음식과 같이 나타낼 수 있으며,

$$P [I_{t,k} | I_{t-1, i}], \quad k=1, \dots, K; \quad i=1, \dots, L; \quad t=1, \dots, T \quad \dots \dots \dots (7)$$

여기서, $i=1, \dots, L$ 은 t-1 단계에서의 무작위 변수에 대한 차분을 나타내며, 식 (7)의 천이확율은 식 (6)과 같은 조건을 갖아야 한다.

위와 같은 방법론의 적용 대상인 충주댐은 지금까지 개발된 국내 최대 규모의 중력식 콘크리트 댐으로 한강수계 전체 유역 면적의 25 %에 해당하는 6,648 Km²의 유역면적을 갖고 있다. 충주댐 지점의 월별 유입량 자료는 1917년부터 1940년, 1956년부터 1991년까지 60년 동안의 과거 기록 자료가 이용 가능하다. 60년간의 과거 기록 자료를 이용하여 이미 개발되어 범용으로 사용되고 있는 복수지점에 대한 계절형 자기 회귀 모형인 MPAR 1 (Ko, 1989) 및 단일 계절형 자기회귀 모형인 AR 모형을 개발하여 발생된 자료를 분석후 과거 유입량 자료의 특성을 가장 잘 나타내고 있는 Periodic AR(1) 모형을 선정하여 5000 년간의 자료를 발생시켰다. 천이확율의 작성 기준은 각 월별 유입량을 10개의 차분구간으로 하여 구간 평균치를 대표 값으로 하였으며, 갈수기를 대표할 수 있는 3월 유입량의 수문 조건에 따른 4월의 천이확율은 표-1과 같으며, 3월의 수문 조건에 따른 4월 및 6월의 수문 조건에 따른 7월의 등확율선 (iso-probability line)을 그림-1에서 보여주고 있다.

3. 貯水池 運營率 開發

3.1 模型의 構成

본 연구에서는 충주댐을 대상으로 실제 적용이 가능한 추계학적 모형에 의한 저수지 운영율을 개발하는데 목적을 두었다. 저수지의 운영을 분야에 있어서는 Operation Research를 이용한 최적 운영 정책의 개발이나 그 적용에가 보고된 경우는 있으나, 이와 같은 기법들은 주로 저수지 운영 계획 수립 단계에서 검토되었던 사항이었다. 그러나 우리나라에서는 천이확율 작성을 위한 수문 추

Table-1 3월 유입량을 조건으로 하는 4월 유입량의 차분 구간별 천이확률 행렬

3월		차분 구간별 3월 유입량 (MCM)										
		14.90	30.00	39.10	48.50	58.75	70.05	83.60	102.95	134.05	580.15	
4월		41.20	.22088	.13400	.13972	.11600	.12224	.06212	.07370	.05600	.04408	.02788
		82.05	.17269	.14600	.08183	.11800	.09418	.08817	.08565	.08600	.07214	.05179
차분	구간별	107.30	.14457	.11600	.12974	.11400	.10420	.09619	.09362	.07800	.08016	.04581
		132.90	.09036	.11800	.11377	.07600	.11623	.11422	.09761	.08600	.10220	.08964
4월	유입량	161.75	.08835	.11400	.09780	.10400	.11422	.10821	.08764	.11400	.08416	.08764
		195.50	.08433	.08200	.09580	.10800	.09018	.10220	.12350	.11400	.10020	.09960
MCM	MCM	236.95	.06224	.12200	.07584	.11800	.09018	.09819	.11753	.09600	.11222	.10757
		291.40	.06626	.05800	.08982	.08400	.09819	.13426	.09561	.10200	.12424	.14741
		380.50	.04216	.06400	.09181	.08600	.09619	.11022	.09761	.14000	.11422	.15737
		1256.85	.02811	.04600	.08383	.07600	.07414	.08617	.12749	.12800	.16633	.18525

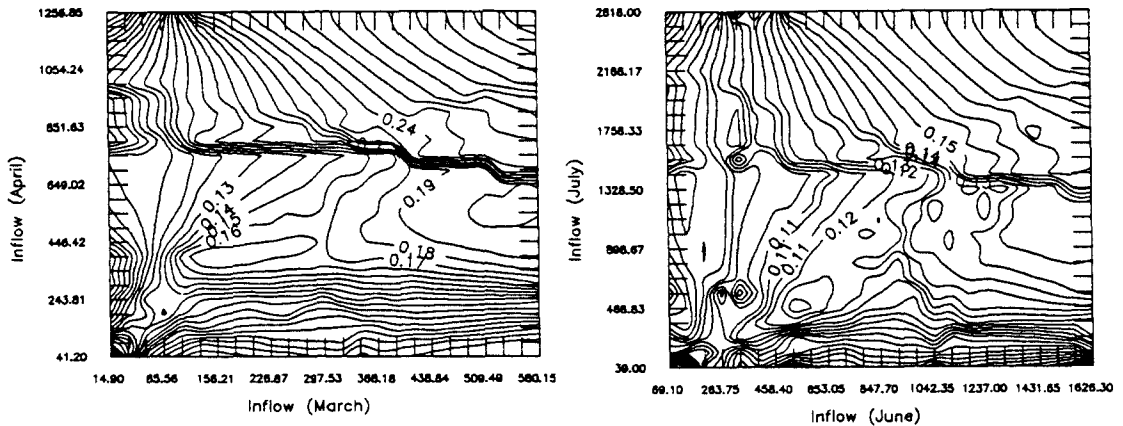


Figure-1 천이확률의 등확률선도 (iso-probability line)

계학적 모형의 미비 및 천이확률을 포함한 최적화 모형에 대한 이해 부족으로 양해 추계학적 분석에 의한 운영을 등은 아직까지 적용되지 는 못하였다.

적용 대상인 충주댐은 년평균 유입량이 5277.5 MCM로써 수자원이 매우 풍부한 댐으로써 본댐

에 100,000 Kw급 4기 및 조정지댐에 6,000 Kw급 2기의 발전기가 설치되어 있으며, 용수공급, 홍수 조절, 갈수량 증대, 주운 등을 주요 운영목적으로 하고 있다.

추계학적 동적 계획 기법 적용을 위한 모형의 구성은 충주댐의 현 운영 여건에 따라 이수 목적의 목적함수는 다목적 분석 기법의 하나인 Weighting 기법을 이용하였다. 따라서 분석을 위한 최적 운영 모형에서는 저수지의 제반 제약 조건을 만족하면서 댐 하류에서 용수수요량을 가급적 만족하고 기간중 전력 생산량을 극대화 시킬 수 있도록 다음과 같이 구성 하였다.

objective function

$$F = \max \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K P(I_{t,k} | I_{t-1}) (w_1 F_1 + w_2 F_2) \quad \dots \dots \dots (8)$$

$$F_1 = f_t (X_t, X_{t+1,k}, u_t) \quad \dots \dots \dots (9)$$

$$F_2 = - (S_{r,t})^2 \quad \dots \dots \dots (10)$$

$$S_{r,t} = T_{r,t} - u_t$$

$$S_{r,t} = 0,0 \quad \text{for} \quad S_{r,t} \leq 0,0$$

subject to :

$$X_{t+1,k} = X_t + I_{t,k} - u_t - E_t(X_t, X_{t+1,k}) - D_t$$

for $t=1, \dots, T$ \dots \dots \dots (11)

$$X_{t, \min} \leq X_t \leq X_{t, \max}, \quad \text{for} \quad t=1, \dots, T+1 \quad \dots \dots \dots (12)$$

$$u_{t, \min} \leq u_t \leq u_{t, \max}, \quad \text{for} \quad t=1, \dots, T \quad \dots \dots \dots (13)$$

여기서, $f_t(\cdot)$ 는 수력 발전 전력량을 나타내는 비선형 함수이며, X_t 는 저류량, u_t 는 방류량, $T_{r,t}$ 는 하류 용수공급 목표량, $S_{r,t}$ 는 용수공급 부족량을 나타내며, E_t 는 기간 t 월의 저수지 증발율이다. P 는 식 (5)에서 정의된 바와 같이 무작위 변수인 유입량의 $t-1$ 월의 $I_{t-1,k}$ 에 따라 t 월에 $I_{t,k}$ 가 발생할 확률이다.

위의 최적화 모형은 추계학적 동적 계획 기법 수행이 가능한 CSUDP (Labadie, 1990)에 의거 수행하였으며, 상태방정식은 Non-Inverted Form으로 하여 운영시작 시점인 1월초 저류량과 운영말기 시점인 12월말 저류량을 2,000 MCM의 조건으로 수행하였다.

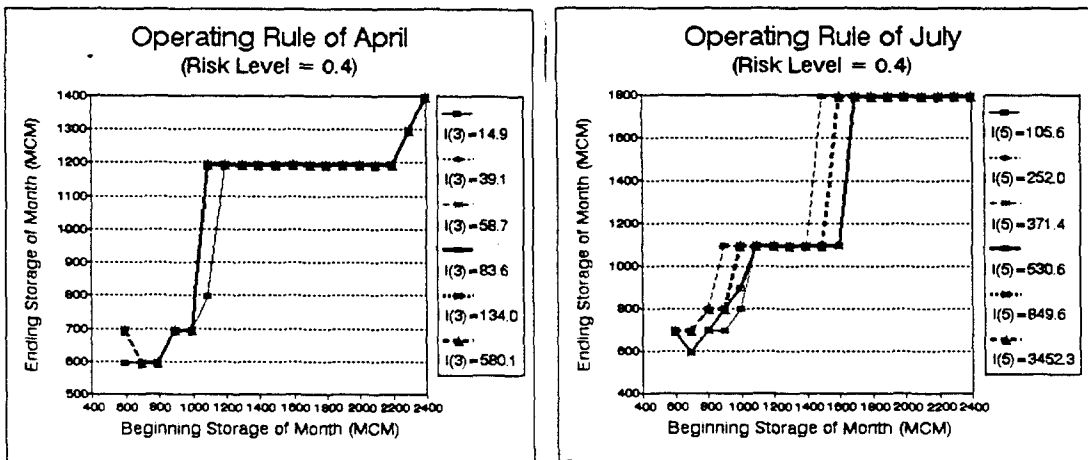
3.2 運營率 開發

확정론적 유입량 자료를 이용하는 Implicit Stochastic DP에서는 모형 설계에 있어 Computer 상의 처리 시간과 기억용량의 한계성으로 수행가능한 시계열 분석 기간이 제한을받는다. 따라서 일반적 성과로 간주되는 결과도 한정된 기간의 수문조건의 변동성을 분석하여 얻어진 것이기 때문에 광범위한 수문 조건하에서 저수지 운영방안을 수립하거나 운영을 수행하기 위한 운영법칙을 도출하는 작업은 한계가 있다.

본 연구에서는 충주댐을 대상으로 한 운영을 개발을 위해 추계학적 유입량 조건에 따라 보다 효율적으로 대처할 수 있는 저수지 운영정책 제시가 가능한 Explicit Stochastic DP을 적용하였으며, 앞 기간의 유입량을 조건으로 어느 시점에서의 유입량에 대한 차분 확율은 천이 확률 행렬식 (transition probability matrix)을 이용하였다. Explicit Stochastic DP에 의해 결정된 최적 운영 법칙은 앞 기간의 기준 유입량을 구간 조건으로 하는 어느 시점기간에 대하여 차분 유입량에 대한 목적함수 값을 최대화 하는 조건으로 구하였다.

이와 같은 방법론으로 얻어진 저수지 운영율은 상태방정식을 Non-Inverted Form을 사용했기 때문에 월초 저류량을 기준으로 월말 저류량을 결정하는 형태로써 그림-2에서는 갈수기를 대표하는 4월과 풍수기를 대표하는 7월에 대한 운영율을 보여주고 있다.

Figure-2 Explicit Stochastic DP에 의해 개발된 운영율



4. 適用 結果의 考察

일반적으로 저수지에 유입되는 유입량은 예측하기 어려운 임의성의 추계학적 요소가 많이 포함되어 있어서 확정론적인 방법에 의한 저수지 운영 문제의 최적해를 실제 운영에 직접 적용하는 것은 매우 불합리 할 수 있다. 본 연구에서는 이러한 점을 보완하여 과거의 관측된 저수지 유입량

자료로부터 천이확율을 산정하여 확율별로 구분된 유입량 자료에 의한 저수지의 추계학적 최적 운영 (stochastic optimal reservoir operation)을 통하여 위험도를 고려한 저수지 운영 정책을 도출하는 방법론을 제시하였다.

이와 같은 방법론을 한강수계내 충주 저수지 시스템에 적용하여 최적 운영 결과에 따른 다목적 저수지의 월별 운영을 제시하고 적용 결과로부터 본 기법에 의한 다목적 저수지의 이수 관리를 위한 시스템 운영 기준 (operational criteria)에 의하여 매 기간별 현 월초 저류 상태에 따른 월말 목표 저류량을 결정할 수 있는 저수지 운영 정책 (operational policy)의 제시로서 합리적인 저수지 운영조건을 구성하면 대용량 저수지 운영을 위한 운영방안의 개발이 기대된다.

參 考 文 獻

- Askew, A. J., "Optimum Reservoir Operating Policies and the Imposition of a Reliability Constraint", *Water Resources Research*, Vol. 10, No 1, pp.51-56, February 1974.
- Askew, A. J., W. W-G. Yeh, and W. A. Hall, "Use of Monte Carlo Techniques in the Design and Operation of a Multipurpose Reservoir System", *Water Resources Research*, Vol.7, No.4, pp. 819-826, August, 1971.
- Colorni, A. and G. Fronza, "Reservoir Management Via Reliability Programming", *Water Resources Research*, Vol. 12, No. 1, pp.85-88, February 1976.
- Dantzig, G. B., "Linear Programming Under Uncertainty", *Manage Sci.*, 1(3/4), pp.197-206, 1955.
- Dupacova, J., "Water Resources System Modelling Using Stochastic Programming Models in Recent Results in Stochastic Programming", Edited by P. Kall, and A. Prekopa, Springer-Verlag, New York, 1980.
- Hogen, A. J., J. G. Morris and H. E. "Thompson, Decision Problems under Risk and Chance Comstrained Programming : Dilemmas in the transition", *Manage Sci.*, 27(6), pp.698-716, 1981.
- Houck, M. H., and J.L. Cohon, "Sequential Explicit Stochastic Linear Programming Models : A Proposed Method for Design and Management of Multi-purpose Reservoir System", *Water Resour. Res.*, 14(2), pp.161-168, 1978.
- Howard, R. A., *Dynamic Programming and Markov Processes*, MIT Press, Cambridge, Mass., 1960.
- Ko, S. K., "Optimizing Reservoir Systems Operation with Multiobjective Decision Analysis",

- issertation Submitted for the Degree of Ph.D., Colorado State University, Fort Collins Co., 1989.
- Labadie, J. W., "Dynamic Programming with Microcomputer: Program CSUDP", Civil Engineering Department, Colorado State University, Fort Collins, Ca, 1988.
- Loucks, D. P., and L. M. Falkson, "A Comparison of Some Dynamic Linear and Policy Iteration Methods for Reservoir Operation", Water Resour. Bull., 6(3), pp.384-400, 1970.
- Loucks, D. P., "Computer Models for Reservoir Regulations", J. Saint. Eng. Div., Am. Soc. iv. Eng., (4 (SA4)), pp.668-671, 1970.
- Loucks, D. P., J. R. Stedinger and D. a. Haith, Water Resources Systems Planning Analysis, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1981.
- Manne, A. S., "Product Mix Alternatives : Flood Control, Electric Power and Irrigation, Int. Econ. Rev, 8(1) pp.30-54, 1962.
- Prekopa, A., "Network Planning Using two-stage Programming under Uncertainty in Recent Results in Stochastic Programming" edited by P. Kall, and A. prekopa Springer-Verlag, New York, 1980.
- ReVell, C. E. Joeres, and W. Kirby, "The Llinear Decision Rule in Reservoir Management and Decision, 1 Development of the Stochastic Model", Water Resour. Res., pp.767-777, 1969.
- ReVelle, C. E. Joeres, and W. Kirby, "Use of Monte Carlo Techniques in the Design and peration of a Multipurpose Reservoir System", Water Resources Research, Vol.7, No.4, pp.819-826, August 1971.
- Thomas, H. A., and Water meyer, "Mathmatical models : A Stochastic Sequential Approach in Decision of Water Resource Systems", edited by A. Mass, pp540-564, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1962.
- Willis, R., B. A. Finney, and W-S. Chu, "Monte Carlo Optimization for Reservoir Operation", Water Resources Research, Vol. 20, No.9, pp.1177-1182, September 1984.
- Wet, R. J. B., "Programming Under Uncertainty : The Equivalent Convex Program, SIAM J. Appl. Math, 14(1), pp.89-105, 1966.
- 이희승, 심순보, 고석구, "신뢰도를 고려한 다목적 저수지의 월별 운영율", 한국수문학회 논문집, 제 27 권 제 1 호, 1992.
- 한국수자원공사, 한강수계 충주저수지 시스템의 실시간 최적 운영을 위한 의사결정 지원 시스템 개발, 1992.