

# 장기 용수 공급계획 수립을 위한 스프레드 시트 모델

( A Spread Sheet Model for a Long Range Water Supply Planning )

김 승 권

## Abstract

A mathematical model for a long range water supply planning is developed as a dynamic capacitated facility location problem, in which operating costs and two types of fixed costs are considered. The fixed costs are for water supply systems such as dams and reservoirs and for water conveyance systems of waterways or conduits from each water supply points. A spreadsheet model is developed to support the efficiency of user interface and to implement a heuristic solution procedure. The proposed solution procedure utilizes SOLVER tool and it has been applied to a system with fictitious data but with reality and applicability in mind. As a result of the mathematical analysis, not only the most economic construction timings of surface water supply facilities and distribution systems but also the most economical water supply operating patterns are identified.

## 1. 서론

우리나라가 처해 있는 수자원의 상황은 지속적인 산업발전에 따른 오염원의 증가로 양질의 수자원은 감소하는 반면, 용수 수요의 급격한 증가로 국지별로 심각한 용수난에 직면하고 있다. 또한 유역별로 수자원의 부존량에 심각한 차이가 있어서 용수 공급능력의 유역별 불균형이 내재해 있다. 이런 상황에서 적절한 용수의 확보는 절실한 문제이며 다목적댐과 하구언의 적지를 최대한으로 개발함으로써 용수공급 능력을 제고시키고 유역간의 유로변경을 통하여 비교적 수자원이 부족한 지역으로 물을 공급할 수 있는 광역 수자원 개발 계획의 필요성이 중요한 과제로 대두되고 있

고려대학교 산업공학과

Department of Industrial Engineering, Korea University

INTERNET: kimsk@kucncx.korea.ac.kr, PHONE: 920-1551, FAX 929-5888

다. 훌륭한 수자원 공급계획은 단위 유역별로는 효율적이고 타당한 용수 공급계획이 되도록 하고 시스템 전체로서는 경제적인 계획이 되도록 하는 것으로서, 시스템 분석을 통한 합리적인 용수 공급 계획의 수립은 주먹 구구식의 계획수립에 비하여 5% 로부터 20% 정도의 예산 절약 효과가 있으므로, 예산의 효율적인 집행이라는 측면과 정보의 가공 활용에 의한 효용의 창출이라는 측면에서도 시스템 분석을 통한 공급계획이 이루어져야 할 것으로 생각한다.

본 연구에서는 이 문제를 장기 투자의 관점에서 고찰해 보고 이의 해결을 위한 필수적인 수학적 모형의 수립과 해를 구하기 위한 실용적인 방법에 대하여 기술 해보고자 한다.

## 2. 수자원 종합개발 장기계획 수립을 위한 사례

주어진 계획 기간동안 최소비용으로 수요를 만족 시키면서 공급지의 용량확장 규모를 결정하는 문제는 Manne(9) 이래로 많이 연구 되어왔다 ( Erlenkotter (3), Jacobsen (6), Van Roy(12), Fong 과 Srinivasan(4), Kim (7), Shulman(11) 등). 그러나 본 문제는 서로 종속적일 수 있는 두가지 유형의 고정투자 비용 요소를 고려해야 한다는 점에서 그들의 연구와 차이가 있으며, 어떤 연구의 결과도 직접적인 적용이 불가능하다.

수자원 종합개발 장기계획 모형 수립 문제에 대한 설명을 용이하게 하기위한 사례로서 서해안 새만금 지역 수자원의 개발과 이용에 관한 연구로부터 다음과 같이 간략화 시킨 가상의 문제를 추출하여 보자. 어떻게 개발계획을 세우는 것이 비용을 최소로 하는 계획이 될 것인가? 편의상 단위 계획년을 5년단위로, 단위 기간당 할인율은 10%로한다.

하천유역의 용수 수급 계산은 유역의 용수 공급원인 댐저수지 하류의 순 물 소모량에서 그 유역으로 부터 공급 가능한 자연 유출량을 제함으로서 계산되며 저수지 운영조작 방법에 의하여 비교적 정확하게 산정될 수있다 (1) . 우선 지역별 물 수지분석을 통하여 각 계획 단위 유역별로 산정된 물 소요량이 다음과 같다고 하자. (단위는 편의상 천만톤으로 한다.)

유역명	계 획 기 간				
	0	1	2	3	4
Ⓐ	15	20	28	28	34
Ⓑ	15	19	25	33	40
Ⓒ	15	18	22	24	26

위의 수요량을 충족 시키기 위하여 인근 4개 유역에 용수 공급용 댐 또는 대규모 지하수 취수시설등을 추가로 건설하고 필요시 각 댐으로부터 수유지까지 용수로도 추가 하고자 한다. 이를 위하여 각 유역에서의 연간 물 수지분석을 통하여 현재의 용수 공급시설로 공급 가능한 양을 분석하고,

유역별로 증소 규모의 용수 공급용 댐건설 후보지들에 대한 저수지 시뮬레이션 모델을 통한 용수공급 가능량을 산정하고 이를 계획기간별로 환산한 결과와 고정 투자 비용이 다음과 같이 산출되었다고 한다. (비용단위도 편의상 천만원으로 한다.)

	기존 공급시설로 공급가능한양	새로운 공급후보지 로부터의 공급량	고정 투자비용
① 공급시설	20	10	800
② 공급시설	15	10	1700
③ 공급시설	5	20	1000
④ 공급시설	5	15	700

공급 후보지로부터 수요지까지의 용수로에 대하여 살펴보자. 대체로 단위 계획 기간중의 용수공급은 용수로의 최대통수 가능 용량보다는 댐저수지의 공급 가능 용량의 제약을 받는다. 하지만 통상 용수 공급 계약에 따른 최대 공급가능 용량의 제약이 있으며, 경우에 따라서는 Tunnel이나 수로의 크기, 펌프용량 또는 저류지의 크기 등등에 따른 물리적인 제약이 있을 수도 있다. 따라서 용수 공급지로부터 수요지 사이의 통수가능 용량 제약도 고려 되어야 한다.

수리 분석 결과 얻어진 공급시설의 최대 공급 가능용량과 단위 용수 공급량 당 펌프/운영비 및 고정 시설 투자비용을 비용분석을 통하여 산정한 결과가 다음과 같다고 하자.

호	용수로 공급용량			단위당 운영비 (현재가)	고정투자비 (현재가)
	기존	확장	최대		
① - ①	0	25	25	60	1000
① - ②	15	10	25	50	500
① - ③	5	20	25	70	700
② - ①	15	5	20	40	900
② - ②	0	25	25	80	800
② - ③	0	25	25	60	600
③ - ①	0	20	20	60	600
③ - ②	0	25	25	60	600
③ - ③	5	20	25	30	300
④ - ①	0	20	20	80	800
④ - ②	0	20	20	100	1000
④ - ③	5	20	25	70	700

이제 이같은 문제에 대한 장기 용수공급 계획을 세우고자 할 때 그를 위한 수학적 모형은 어떠

한 형태이며 이 문제를 풀고자 할때 어떤 문제점이 있으며 어떻게 이 문제를 풀어갈 것인가에 대하여 살펴 보고자 한다.

### 3. 수학적 모형의 구성

#### 가) 기본 가정 및 모델

본 연구의 모델은 댐의 확장, 건설 또는 새로운 용수로로 설치할때 고정비가 발생하는 등적 입지선정 문제 형태로 최소비용 Network Flow 문제를 포함하며 다음과 같은 가정을 하게 된다.

- (1) 각 공급지의 최대공급량, 각 수요지의 수요량, 댐의 확장 및 건설비용, 용수로 설치 비용, 단위운반 및 운영 비용은 주어지고, 새로운 댐의 확장규모와 용수로 확장 규모는 정해진 범위 내에서 이루어진다.
- (2) 새로운 용수로로 설치 하였을시 단위당 운반 및 운영비용은 공급지와 수요지 사이의 용수 공급량에 비례한다.
- (3) 계획 기간들은 離散的이며 건설에 소요되는 시간은 離散化시킨 범위 내에 있다고 보고 무시한다.
- (4) 계획 기간은 유한하며 설비 및 수요지의 갯수도 한정되어 있다.
- (5) 수요는 반드시 만족되어야 한다.

이상과 같은 가정하에 본 연구에서 다루어질 문제를 일반적인 수학적 모형으로 표현하면 다음과 같다.

$$(P) \text{ Minimize } \sum_i \sum_j \sum_t C_{i,j,t} X_{i,j,t} + \sum_i \sum_t f_{i,t} Y_{i,t} + \sum_i \sum_j \sum_t g_{i,j,t} Z_{i,j,t} \quad (1)$$

$$X \geq 0$$

$$Y, Z \in \{0, 1\}$$

$$S. T \quad \sum_j X_{i,j,t} = 1 \quad \forall j, t \quad (2)$$

$$\sum_j D_{i,j,t} X_{i,j,t} \leq E_t Y_{i,t} + S_t \quad \forall i, t \quad (3)$$

$$D_{i,j,t} X_{i,j,t} \leq B_{i,j,t} + F_{i,j,t} Z_{i,j,t} \quad \forall i, j, t \quad (4)$$

$$Y_{i,t-1} \leq Y_{i,t} \quad \forall i, t \quad (5)$$

$$Z_{i,j,t-1} \leq Z_{i,j,t} \quad \forall i, j, t \quad (6)$$

$$Z_{i,j,t} \leq Y_{i,t} \quad \text{for } i \in K, j, t \quad (7)$$

## 2) 변수정의 및 제약식 설명

- $X_{i,j,t}$ : 계획기간  $t$ 에서 공급지  $i$ 에서 수요지  $j$ 로 공급되는 양의  $D_{i,j}$ 에 대한 비율
- $C_{i,j,t}$ : 기간  $t$ 에서 공급지  $i$ 에서 수요지  $j$ 의 수요를 만족시킨다고 가정할 때 현재가로 계산된 단위 공급량당 총 운반 및 운영비(period)
- $D_{i,j,t}$ : 기간  $t$ 에서 수요지  $j$ 에서의 용수 수요량
- $f_{i,t}$ :  $t$ 시점에서 댐을 확장 또는 건설 할때 현재가로 할인된 고정비용의 기간  $t$ 와  $t+1$ 의 차이
- $Y_{i,t} = \begin{cases} 1: \text{계획기간 } t \text{에서 공급지 } i \text{를 확장 또는 건설할때} \\ 0: \text{그렇지 않을때} \end{cases}$
- $g_{i,t}$ :  $t$  시점에서 용수로를 설치할때 현재가로 할인된 고정비용의 기간  $t$ 와  $t+1$ 의 차이
- $Z_{i,j,t} = \begin{cases} 1: \text{기간 } t \text{에서 공급지 } i \text{에서 수요지 } j \text{로 용수로를 설치할때} \\ 0: \text{그렇지 않을때} \end{cases}$
- $E_{i,t}$ : 공급지  $i$ 에서 댐의 확장 단위용량
- $S_{i,t}$ : 공급지  $i$ 에서 기존 댐의 공급용량
- $B_{i,j,t}$ : 기간  $t$ 에서 공급지  $i$ 에서 수요지  $j$ 로 통수키 위한 기존 용수로의 통수 가능 총용량.
- $F_{i,j,t}$ : 기간  $t$ 에서 공급지  $i$ 에서 수요지  $j$ 로 통수시 단위 기간내 용수로 확장 단위용량.
- $K$ : 기존 공급원이 있는 후보지들의 집합

문제의 제약식을 살펴보면, (2)는 수요를 반드시 만족시켜야 한다는 조건이고, (3)은 수요지  $j$ 의 수요를 만족시키기 위해서 기존 공급량으로는 부족할때는 새로운 댐의 건설을 고려해야 됨을 보이고 (4)는 수요를 만족시키기 위해서 새로운 용수로의 건설이나 확장을 해야됨을 의미한다. (5)와 (6)은 한번 건설된 설비는 폐기되지 않음을 보여주는 제약식이다. 이 식들로 목적함수의 비용계수를 단위 계획기간 사이의 증분 할인 비용으로 처리한 이유가 설명될 수있다. 즉 한번 선택된 공급시설은 계획기간 말까지 계속 유지된다고 가정하므로써 계획년도마다 할인된 증분비용을 합산하게 되며 결과적으로는 고정 투자의 총할인 비용을 계상한 것으로 된다.

본 모델은 기존의 용량한계가 있는 동적입지 선정문제(김승권, 등(2))와는 두가지 유형의 이항

변수 (Y,Z)가 고려된다는 점에서 서로 다르다. 다시말하면, 기존의 연구에서는 공급설비가 세워져야만 공급이 가능했지만 ( $X_{ij} \leq Y_i$ , 제약식), 본연구에서는 기존의 공급 설비만으로 수요를 충족시킬 수 있을 때는 설비를 세우지 않고 용수로의 추가 설립만으로도 가능하다. 즉, 공급설비가 세워지지 않더라도 고정비는 발생할 수 있다. 이것은 제약식 (7)이 조건부적으로 적용되는 것을 의미하며 이의 해결은 보편적인 해법의 고안을 어렵게 하는 요소로 작용한다. 반대로 이것은 스프레드 시트에 의한 계산 모형의 이점도 된다.

5. 스프레드 시트에 의한 해법

실제로 문제의 특성에 맞는 신뢰성 있는 해법을 고안해 내고 그것을 이용하여 실질적인 해를 구할 수 있을 때까지 소요되는 시간과 노력은 해법에 대한 이해가 부족한 계획 실무자에게 부담을 주어서 기피되고 있는 실정이다. 따라서 비록 최적해는 아닐지라도 계산 과정이 한눈에 파악될 수 있는 스프레드 시트에 의한 모형은 우선 누구에게도 이해가 쉽고 원하는대로 다양한 대안을 제시해줄 수 있다는 점에서 바람직한 계산 방법 이라고 할 수 있다. 더우기 이같은 모델은 마치 Simulation 모델들과 마찬가지로 난해한 수학적 기법을 이용하여 얻은 최적해의 적합성 여부를 확인 해주고 스프레드 시트 모델의 특징인 "What if" 계산 특성을 활용하여 쉽게 다른 대안을 도출 할 수 있게 해주는 장점이 있다. 그런 점에서 최적화 계산을 위한 Simulation 모형으로 간주될 수도 있다.

그림 1. 장기 용수공급 계획 수립을 위한 스프레드 시트 모형

### 5.1 스프레드 슈트모형에 의한 계산 절차

- 1) (스프레드 슈트 계산모형 설정)
- 2) (초기 가능해 설정)
- 3) (기간별 최적 운영 방안 도출)
- 4) (공급 설비 입지 시기 결정)
- 5) (고정 투자비용과 운영비용 사이의 타협조정)
- 6) (용수로 확장설비의 투자조정)

### 5.2 스프레드 슈트에 의한 계산 결과.

그림 2는 고정비용과 운영비용 사이의 상관 관계를 보여주는 것으로서 고정비용이 총비용에서 차지하는 비중이 운영비용의 것보다 상대적으로 높아서 운영 비용의 증가를 감수하고도 고정비용의 조정에 의하여 (1차 계산과 2차 계산에 의한 비교) 총합인 비용을 약 20% 감소시킬 수 있음을 보여주고 있다.

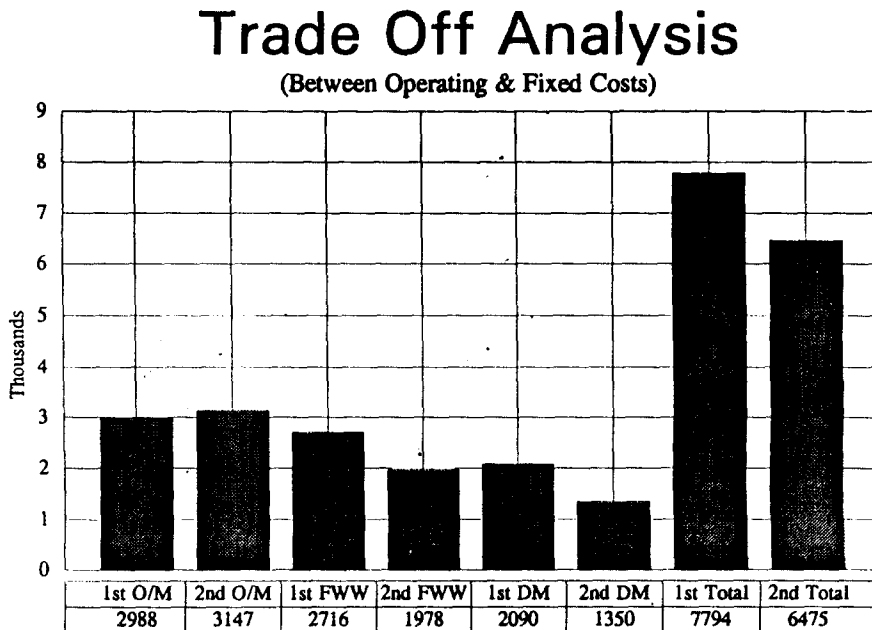


그림 2. 고정비와 운영비용 사이의 조정이 총비용에 미치는 영향

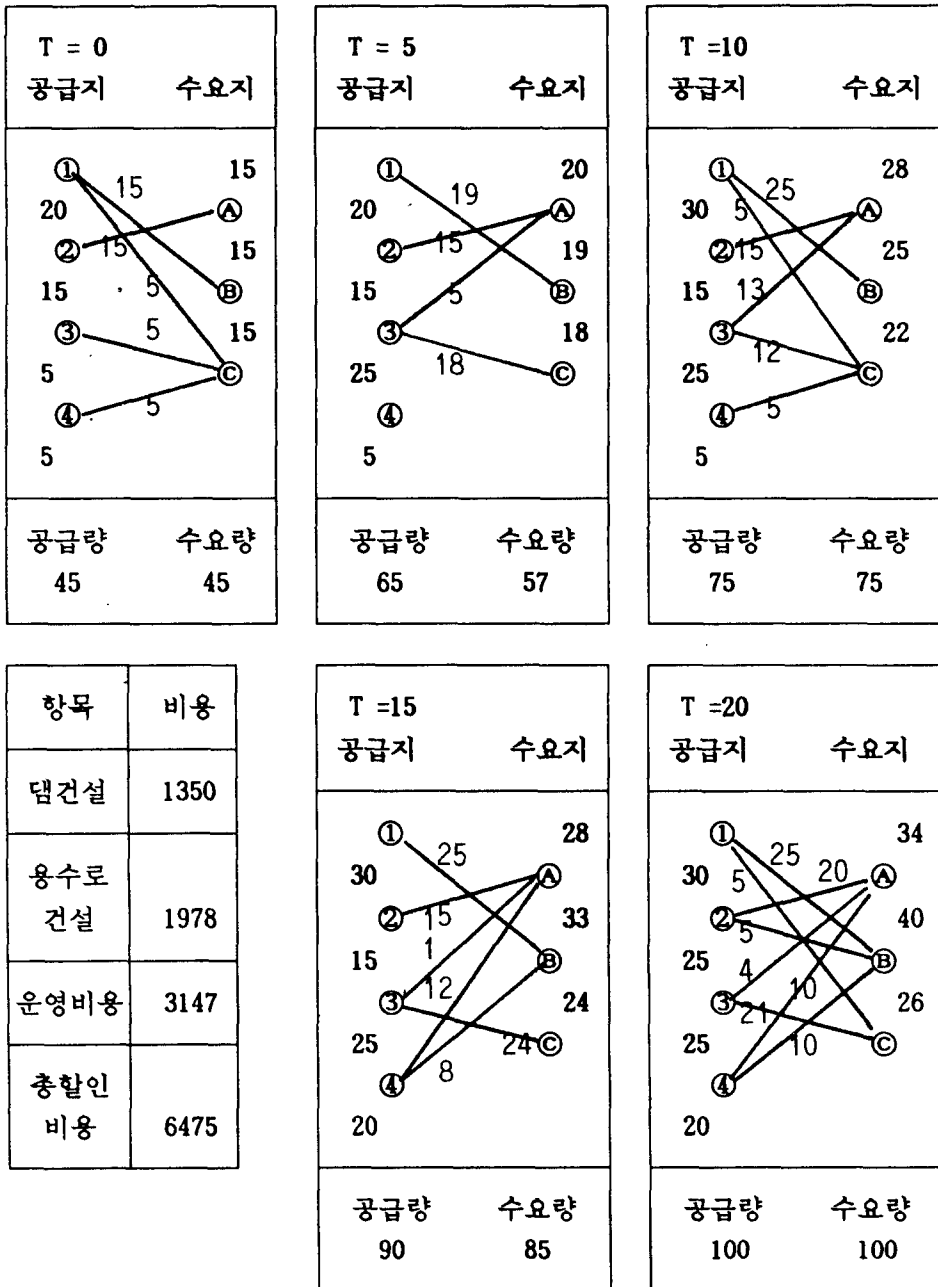


그림 3. 스프레드 쉬트 계산에 의한 용량확장 양상

그림 3은 스프레드 쉬트모형에 의한 최종적인 해로써 수요지와 공급지 사이의 기간별 최적 용수공급 패턴과 공급지 시설 용량의 증가 양상을 보여준다. 용수 공급지와 수요지 간의 용수로 건설



시기는 용수공급이 이루어지는 시기에 나타나는 것으로 간주할 수 있다. 특히 할만한 사실은 공급지 ④와 수요지 ③사이의 용수 공급이 기존의 용수로써 통하여 간헐적으로 이루어지고 있고 추가 용수로 용량증가는 이루어지지 않고 있다는 사실로서, 공급지 ④와 수요지 ③사이의 용수로 추가 건설이 비경제적임을 알려주고 있는 사실이다. 그림 4는 기간별 총 수요와 총 공급용량의 증가 추세를 보여주는 것으로서 항상 수요의 증가를 만족시키고 있음을 볼 수 있다.

## Capacity Expansion ( Water Supply Facilities )

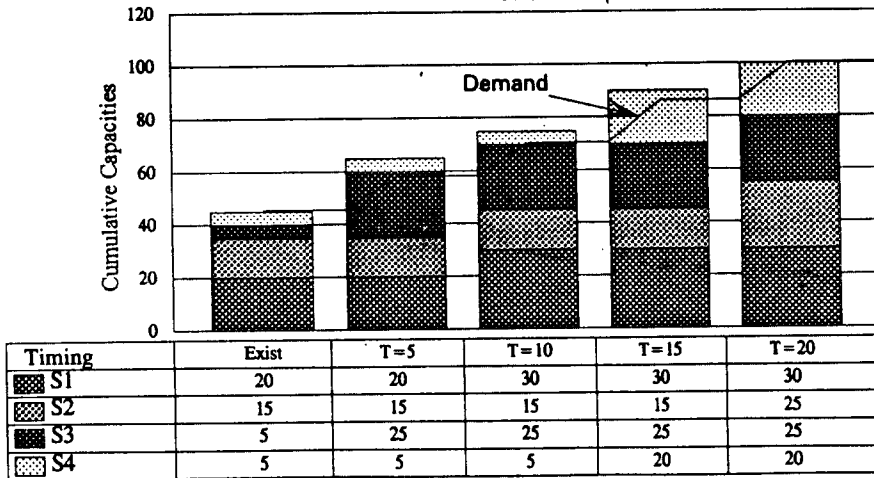


그림 4. 스프레드 시트 분석에 의한 시설용량 확장계획

### 6. 결론

장기 용수 공급계획 수립을 위한 완벽한 전산 분석 모델의 구축은 상당한 시간과 노력이 소요되는 과정이다. 반면에 본 연구에서 제시하는 스프레드 시트에서의 전산 모델은 "What if" 계산을 용이하게 해주는 스프레드 시트 모델의 장점으로 인하여 즉각적인 해의 조정이 쉽게 이루어진다. 따라서 짧은 시간에 소기의 성과를 달성할 수 있는 실제적인 방법으로서 대안 생성이 손쉽고, 사용자나 계획입안자의 대상 문제에 대한 경험과 통찰력을 적극 활용할 수 있으므로, 종래의 Black Box로 여겨지던 수학적 모형의 운용개념으로 부터 逸脫하여 보다 사용자의 경험과 감각을 중시하려는 새로운 추세에 부응하는 접근 방법이라 할 수 있을 것이다. 다만 이 방법은 부분적으로는 SOLVER를 이용한 최적화 기법이 활용되기는 하지만 전체적으로 볼때 최적해의 도달 여부를 판정 할 수 없어서 최상의 해를 구하는 방법일 수는 없고 최적해에 근접한 最善의 解로 만족하고자 하는 방법이라고 볼 수 있다.

### 감사의 말

스프레드 시트를 이용한 계산 시도는 저자가 미국의 Cornell 대학에 객원교수로 체류시 구상해 본 것들 중의 하나로써 Cornell 대학의 Daniel P. Loucks 교수의 도움과 일년간 체류할 가능케한 문교부에 감사할 표한다.

### 참고문헌

- (1) "서해안 수자원의 개발과 이용에 관한 연구", 농림수산부, 농어촌 진흥공사, (1991)
- (2) 김 승권, 김 선오 "Application of the Cross Decomposition Method for a Dynamic Facility Location Problem," 한국경영과학회지, Vol. 15, No. 1, pp. 23-36(1990).
- (3) Erlenkotter, D., "A Comparative Study of Approaches to Dynamic Location Problems", European Journal of Operational Research 6, P133-143, 1981.
- (4) Fong, C. O. and Srinivasan, V., "The Multiregion Dynamic Capacity Expansion Problem : An Improved Heuristic", Management Science, Vol. 32, No. 9, pp 1140-1152, 1986.
- (5) Fylstra, D. , "Democratization of Operations Research" , OR/MS Today, P12-13, August 1991.
- (6) Jacobsen, S. , "Heuristic Procedure for Dynamic Plant Location", The Institute of Mathematical Statistics and Operation Research, the Technical University of Demark DK-2800 Lyugby, Demark, Working Paper 1977.
- (7) Kim S.K. and Yeh, W.W, "A Heuristic Solution Procedure for Expansion Sequencing Problems" , Water Resources Research, Vol. 22, No. 8, pp. 1197-1206, 1986.
- (8) Lotus , "Solver Guide Lotus 1-2-3 for Windows Release 1.0", 1991
- (9) Manne, A.S., Investments for Capacity Expansion: Size, Location and Time-Phasing, MIT Press, Cambridge, Mass. 1967
- (10) Microsoft, "Microsoft Excel Solver User's Guide", 1991
- (11) Shulman, A. , "An Algorithm for solving Dynamic Capacitated

Plant Location Problems with Discrete Expansion Sizes, ",

Operations Research, Vol 39, No. 3, May-June 1991 P. 423-436

- (12) Van Roy, T. J. and Erlenkotter, D, "A Dual-Based Procedure for Dynamic Facility Location", Management Science, Vol. 28, pp 1091-1105 1982.