단순지지된 사각 평판의 임의의 음원 위치 동정 - I. 이론적 계산에 의한 시뮬레이션

○김 석재*, 김 태용**, 윤 종락***, 김 천덕**
* 한국해기연수원, ** 부산수산대학교 전자공학과, *** 부산수산대학교 정보통신공학과

Identification of Source Location in a Simply Supported Rectangular Plate - (I) Simulation with Theoretical Calculation

S.J. KIM*, T.Y. KIM**, J.R. YOON**, and C.D. KIM**
* K.N.T.R.I.,** Dept. of Elec. Engr. National Fisheries Univ. of Pusan,
*** Dept. of Telematics Engr. National Fisheries Univ. of Pusan,

I. 서 론

음향 인텐시티 측정은 음원의 에너지 방사나 음장에서 음원의 전파에 관한 정보를 제공함으로 공학의 여러분야에 필수적이다. 최근 진동하는 구조물의 근거리 음장 해석에 응용된 음향 인텐시티 측정기술은 진동체 부근에서 일어나는 음파의 회절, 산란, 반사 등에 의해 발생하는 잡음 문제 등을 제거할 수 있다고 알려져 있다. 이러한 음향 인텐시티 측정기술은 진동체 표면 근방에 아주 근접한 두개의 마이크로폰을 설치하여 두 마이크로폰의 출력신호의 크로스-스펙트럼으로 음압과 입자속도를 추정함으로써 음향 에너지의 흐름을 벡터적으로 표현할 수 있다는 데 기본원리가 있고, 음향 인텐시티의 실수부인 액티브 인텐시티는 음원의 음압 방사 혹은 음장을 통한 전파에 대한 정보를 나타내고, 허수부의 리액티브 인텐시티는 음장에서 저장되는 에너지를 표시하여 정재파를 알 수 있도록 한다. 따라서 진동체 부근의 음장을 분석할 경우 리액티브 인텐시티는 음향 에너지 흐름의 추적과 진동체 방사원의 위치 동정에 관한 정보를 제공하는 것이다.

1977년 F.J.Fahy(1)가 두개의 인접한 마이크로폰의 크로스-스펙트럼을 이용한 음향 인텐시티 측정에 관한 논문을 발표한 이래 음향 인텐시티 측정 시스템의 빠른 기술적 발달로 임의의 소음원이나 진동체의 근거리 음장에 대한 측정, 분석, 진단에 관한 연구가 활발히 진행되었다. G.W.Eiko 와 Jiri Tichy(2) 등은 단일 주파수로써 방사되는 음원에 대해, J.B.Degeorges(3) 등은 다수 공진모드를 가지는 진동판에 단일 공진주파수로 가진한 경우에 대해, 근거리 음장의 음향 에너지 흐름 및 전파 경로에 대한 이론적 계산 결과와 무향실 측정실험이 잘 일치함을 보고하고 있다. 또, Kim(4),(5) 등은 다수 공진주파수를 포함하는 1/3 옥타브 대역의 잡음으로 가진한 진동판의 음향 인텐시티가 대역 내의 강한 공진모드에 지배받는 경향임을 보고하고 있다.

이 연구에서는 사각 평판 진동체가 다수 공진모드를 포함하는 주파수의 구동원으로 진동될 때, 음향 인텐시티 방법으로 진동체의 근거리 음장을 분석하여 구동원의 위치 동정을 규명하고자 한다. 구동원은 1/3 옥타브 대역 잡음으로, 진동체는 다수의 공진모드가 존재하는 탄성체인 얇은 알루미늄 사각평판으로 하였고, 경계조건은 단순지지된 것으로 하였다. 1/3 옥타브 대역의 중심주파수는 200, 500Hz 이었고 임의의 한 점 혹은 두개의 서로 다른 점에서 구동하였을 때, 이론적 계산에 의한 근거리 음장을 시뮬레이션으로 분석하여 구동원의 위치 동정을 규명할 수 있다는 것이 확인되었다.

II. 사각평판의 횡진동속도

음향 인텐시티 방법으로 근거리 음장을 분석하려는 진동체 모델은 X축의 길이 0.91m, Y축 길이 0.5m, 두께 0.000864m의 얇은 직사각형 알루미늄 평판으로 0.96m × 0.60m × 0.61m의 목재상자 위에 견고한 고무로 간단히 지지한 것이다. 따라서 사각 평판의 표면 횡진동 속도의 이론적 계산에 사용된 경계조건은 가장자리에 단순 지지(Simply Supported)된 것으로 가정할 수 있으며, 구동원은 평판의 임의의 지점에서 정현적으로 변하는 ring 음원이다. 이 경우 공진 모드 주파수 ω는 식(1)로 주어진다.

$$\omega^2_{m,n} = \frac{E t^2}{12\rho(1-\nu^2)}\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right) \qquad -(1)$$

여기에서 E는 알루미늄 영율로 7.1×10^{10} N/m 이고, t는 평판의 두께, ρ는 알루미늄 평판의 밀도로 2700 Kg/m^{3}이다. 또 ν는 포아송(possion)의 비로 0.33 이고, a와 b는 각각 X축, Y축의 길이를 나타낸다. 그리고 평판의 모드 수인 m와 n은 X,Y축 각각에 나란한 방향으로 평판면에 나타나는 절점선(nodal line)들과 연관된 수로 1 이상의 정수값으로 결정된다.

시뮬레이션 실험에서 임의의 점에 중심 주파수가 200, 500 Hz 인 1/3 옥타브 대역의 랜덤 잡음으로 구동했기 때문에 표 1에 각 대역에서 나타날 수 있는 가능한 모든 공진 모드에 대한 주파수를 표시하였다. 그러나, 이 모든 공진 모드가 임의의 점의 구동에서 항상 나타나는 것이 아니라 경우에 따라 몇 가지 모드만 존재할 수도 있다. 특정 모드가 구동점 위치에 따라 모드의 절점선 위에 위치할 수도 있고, 한개의 모드가 even으로 작용할 수 있기 때문이다(5).

Table 1. Natural frequencies for a simply supported rectangular plate. Dimensions of the plate : 0.91 × 0.50 × 0.00084 (meter).

Bandwidth of 1 / 3 Octave Band							
Center freq. : 200 Hz Bandwidth (178 - 224 Hz)				Center freq. : 500 Hz Bandwidth (447 - 562 Hz)			
mode m n	freq.	mode m n	freq.	mode m n	freq.	mode m n	freq.
3 5	178.80	7 3	180.84	13 2	455.12	5 8	462.73
8 2	187.84	6 4	191.40	11 5	463.89	12 4	466.31
4 5	196.62	9 1	212.41	8 7	468.47	10 6	479.04
8 3	219.03	5 5	219.53	13 3	486.30	6 8	490.74
				14 1	505.13	1 9	507.67
				9 7	511.74	2 9	515.29
				12 5	522.43	14 2	523.84
				7 8	523.84	3 9	528.02
				13 4	529.94	11 6	532.48
				4 9	545.84	14 3	555.03
				10 7	560.11	8 8	562.01

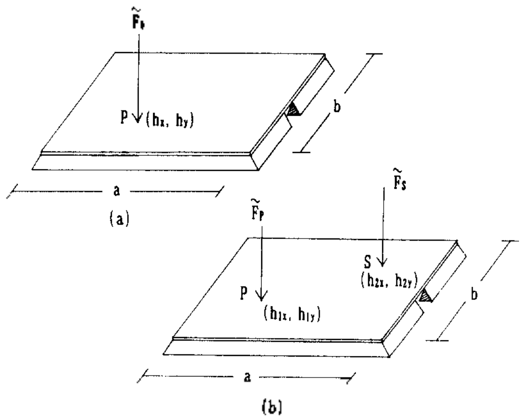

Fig. 1. Simply supported rectangular plate around its boundary and (a) driven by a sinusoidally varying force F_p at an arbitrary point P , (b) driven simultaneouslyby primary and secondary forces F_p and F_s at the arbitrary points P and S.

Ⅱ - 1. 임의의 한 점에서 구동된 사각 평판

평판의 음향 인텐시티는 평판의 횡진동 속도(Transversal Velocity)와 평판 위의 음향 방사에 관한 계산식으로 구해진다. 그림 1의 (a)에서 얇은 직사각형의 알루미늄 평판을 견고한 baffle 위에 단순히 지지된 것으로 가정하고, 평판의 중앙에 정현적으로 변하는 힘 F_o 로 구동했을 때 평판의 횡진동 속도는 유연성을 갖는 탄성체의 전형적인 평판이론에 의해 다음 식과 같이 주어진다.(3)-(6)

$$v(X,Y,\omega)=\frac{F_o}{j\omega M_p}\sum_{m=1,3,5\cdots}^{\infty}\sum_{n=1,3,5}^{\infty}\frac{4\phi_{m,n}(X,Y)\,\psi_{m,n}(a/2,b/2)\,(p+jq)^4}{\left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2\right]^2-(p+jq)^4} \quad \text{----- (2)}$$

여기서 $$\phi_{m,n}(X,Y)=\sin\frac{m\pi}{a}X\,\sin\frac{n\pi}{b}Y \quad \text{---------- (3)}$$

$$\psi_{m,n}(a/2,b/2)=\int_0^{2\pi}\sin\frac{m\pi(a/2+d\cos\theta)}{a}\sin\frac{n\pi(b/2+d\sin\theta)}{b}d\theta \quad \text{--- (4)}$$

이고

$$p=\left[\frac{12\omega^2\rho(1-\nu^2)}{Et^2}\right]^{1/4}\left[\frac{1}{2(1+\delta^2)^{1/4}}+\frac{(1+(1+\delta^2)^{1/2})^{1/2}}{2\sqrt{2}(1+\delta^2)^{1/2}}\right]^{1/2} \quad \text{---- (5)}$$

$$q=-\left[\frac{12\omega^2\rho(1-\nu^2)}{Et^2}\right]^{1/4}\left[\frac{1}{2(1+\delta^2)^{1/4}}-\frac{(1+(1+\delta^2)^{1/2})^{1/2}}{2\sqrt{2}(1+\delta^2)^{1/2}}\right]^{1/2} \quad \text{— (6)}$$

이다. 위 식에서 δ는 평판의 손실율(Damping Loss Factor)이고, F_o는 구동력이고, M_p 는 평판의 질량이며, ω는 각 주파수이다. 식(4)는 반경이 d인 ring 음원의 구동력을 점음원으로 근사하기 위해 360점 수치적분으로 구한 식이다. 식(2)에서 공진모드 수 m,n이 홀수 만 나타나는 이유는 음원이 평판 중심에 구동되었기 때문으로 만약 공진모드 수 m,n이 짝수이면, 구동점이 모드의 절점선 위에 위치하기 때문에 존재할 수 없다.

그림 1의 (a)와 같이 구동점을 임의의 점으로 위치를 변경했을 경우 평판의 횡진동 속도 계산에서 식(4)는 임의의 구동점 $P(h_x, h_y)$을 입력하여 계산해야 하고, 식(2)는 진동할 수 있는 모든 공진모드를 계산해야 하는 식(7)로 된다.

$$v(X,Y,\omega)=\frac{F_p}{j\omega M_p}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4\phi_{m,n}(X,Y)\,\psi_{m,n}(h_x,h_y)\,(p+jq)^4}{\left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2\right]^2-(p+jq)^4} \quad \text{----- (7)}$$

Ⅱ - 2. 임의의 두 점에서 구동된 사각 평판

진동체인 사각평판에 한 개의 힘으로 한 점에서 구동한 것이 아니라 여러개의 힘을 서로 다른 위치에서 구동하였을 때 음이 방사되는 모양을 예측하기 위해 가장 간단한 경우인 두 개의 힘이 각각 그림 1의 (b)와 같이 F_p 와 F_s 가 $P(h_{1x}, h_{1y})$, $S(h_{2x}, h_{2y})$의 위치에서 같은 위상 혹은 정 반대의 위상으로 구동된 것으로 가정한다. 이 경우 평판의 횡진동 속도는 각 구동원에 대한 식(7)이 중첩의 원리에 의해 다음 식(8)과 같이 계산된다.

$$v(X,Y,\omega)=\frac{F_p}{j\omega M_p}\left[\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4\phi_{m,n}(X,Y)\,\psi_{m,n}(h_{1x},h_{1y})\,(p+jq)^4}{\left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2\right]^2-(p+jq)^4}+\Phi\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4\phi_{m,n}(X,Y)\,\psi_{m,n}(h_{2x},h_{2y})\,(p+jq)^4}{\left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2\right]^2-(p+jq)^4}\right] \cdot (8)$$

$$\psi_{m,n}(h_{ix},h_{iy})=\int_0^{2\pi}\sin\frac{m\pi(h_{ix}+d\cos\theta)}{a}\sin\frac{n\pi(h_{iy}+d\sin\theta)}{b}d\theta \quad \text{-- (9)}$$

(단, i = 1, 2)

$$\Phi=F_s\,/\,F_p \quad \text{---------------- (10)}$$

그러나, 두 구동원 F_p, F_s가 같은 위상이나 정반대의 위상을 가지지 않는다면 위의 (10)식처럼 단순한 비로된 항으로 구할 수 없고, 모든 횡진동속도는 위상을 고려한 복잡한 계산이 될 것이다.

Ⅲ. 사각 평판의 음의 방사와 음향 인텐시티 계산방법

사각 평판 표면의 방사 특성을 계산하기 위하여 사각 평판을 아주 작은 표면 요소들로 구성된 것이라 가정하면 방사음압과 음향 입자속도는 이들 표면 요소의 면적 S와 위치 그리고 평판의 횡진동 속도에 의해 주어진다.

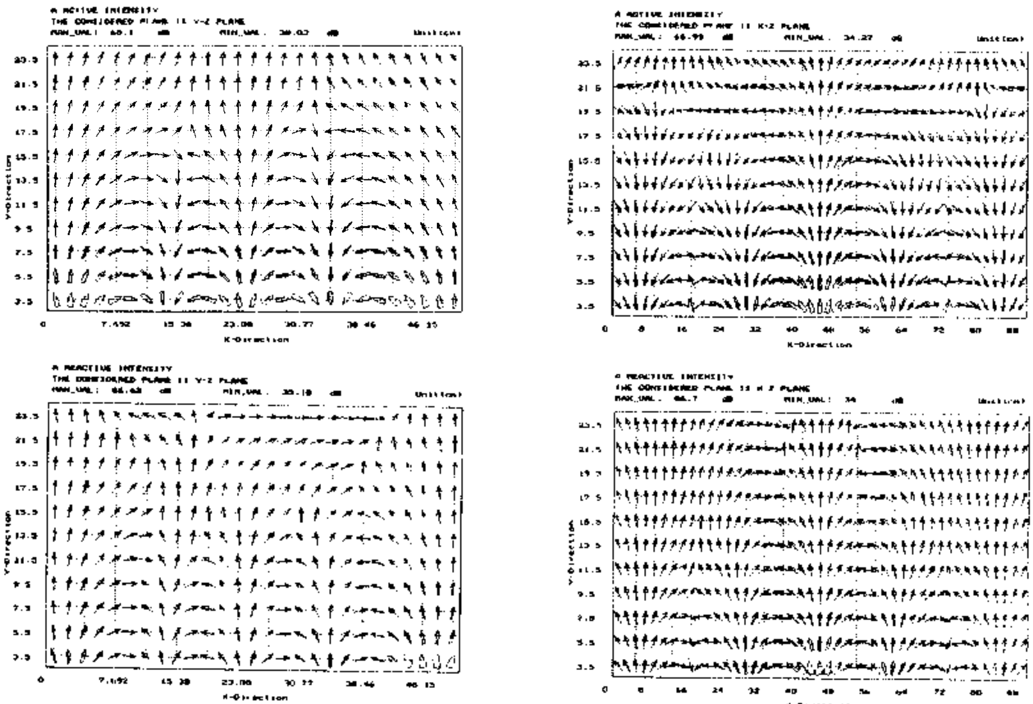

Fig. 3. Calculated acoustic intensities for a 1/3 octave band with center frequency 200 Hz [driving point (a/2 , 9b/10)].

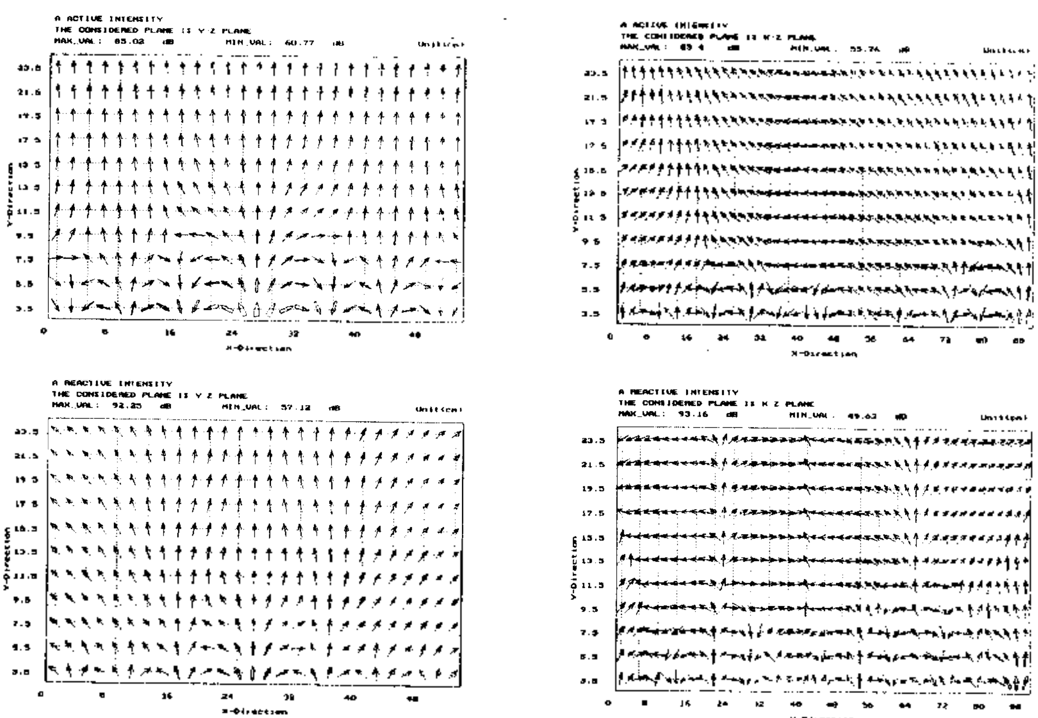

Fig. 4. Calculated acoustic intensities for a 1/3 octave band with center frequency 500 Hz [driving point (17a/18 , b/2)].

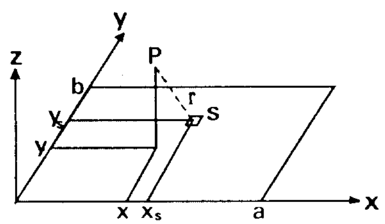

Fig. 2. Acoustic field radiated by a plate considered as a juxtaposition of monopoles.

그림 2에서 좌표 (X_s,Y_s)에 중심을 가지는 작은 표면요소의 횡진동속도를 monopole로 가정하면 Rayleigh의 식에 의해 그림에서와 같이 거리 r 만큼 떨어진 표면요소로 부터 방사된 평판 위의 임의의 점 P의 음압 P_p는 다음 식과 같이 된다.

$$P_p = \frac{j k \rho' c}{2 \pi} \iint_s V(X_s, Y_s) \frac{e^{-jkr}}{r} dS \quad \text{------} (11)$$

(11)식에서 V는 표면요소들의 중심에서의 횡진동속도이며, S는 각 표면요소의 면적, k는 파장정수, ρ'는 공기의 밀도이고, 거리 r는 다음 식(12)와 같다.

$$r = [(X - X_s)^2 + (Y - Y_s)^2 + (Z - Z_s)^2]^{1/2} \quad \text{------} (12)$$

만약 S를 아주 작은 요소로 분할, 무한소로 접근시키면 식(11)의 P_p는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_p \approx \frac{j k \rho' c}{2 \pi} V(X_s, Y_s)\, S \frac{e^{-jkr}}{r} \quad \text{---------}(13)$$

그리고 그 점의 X성분의 입자속도는 식(13)으로 부터 다음과 같이 쉽게 유도할 수 있다.

$$U_x = \frac{j}{\rho' \omega} \frac{d P_p}{d x}$$

$$= \frac{S}{2 \pi} V(X_s, Y_s) \frac{e^{-jkr}}{r^2} (jk + \frac{1}{r}) (X - X_s) \quad \text{-} (14)$$

따라서 평판 위의 공간의 점 P(X,Y,Z)에서의 음압 P_p와 입자속도 U_x는 평판의 전 표면의 각 요소로 부터 방사되는 전 음압과 입자속도를 합함으로써 구하여 진다. 결과적으로 표면요소 $n_x \times n_y$ 의해 구해지는 음압과 입자속도는 다음 식으로 주어진다.

$$P_p = \sum_{\alpha=1}^{n_x} \sum_{\beta=1}^{n_y} j \frac{\rho' \omega}{2 \pi} S\, V(\alpha, \beta) \frac{e^{-jkr}}{r} \quad \text{-------} (15)$$

$$U_x = \sum_{\alpha=1}^{n_x} \sum_{\beta=1}^{n_y} \frac{S\, V(\alpha, \beta)}{2 \pi} \frac{e^{-jkr}}{r^2} (jk + \frac{1}{r}) (X - X_s) \quad (16)$$

그러므로 X성분의 액티브와 리액티브 인텐시티는 (15), (16) 식으로 다음과 같이 계산된다.

$$I_x = \frac{1}{2} Re [P \quad U_x^*] , \quad Q_x = \frac{1}{2} Im [P \quad U_x^*] \quad \text{-} (17)$$

이식에서 *는 공액복소수를 나타낸다. 동일한 방법으로 Y, Z성분의 인텐시티 값을 계산할 수 있다.

위의 식들은 어떤 주파수에 대한 음압, 입자속도 및 음향 인텐시티의 계산식들이다. 그러나 본 연구에서는 중심 주파수가 200, 500 Hz인 1/3 옥타브 대역의 랜덤 잡음을 구동원으로 하여 시뮬레이션 실험을 했기 때문에 사용 대역주파수 범위의 각 주파수에 대한 표면 횡진동속도를 가진점에 따라 식(2)-(10)에 의해 계산하였다. 그리고 사용 대역 주파수 내의 음향 인텐시티 계산은 각 주파수에 대한 방사음압과 입자속도를 구하고 중첩의 원리를 이용하여 전 주파수에 대한 음향 인텐시티를 계산하였다.

Ⅳ. 시뮬레이션 실험 계산 결과 및 고찰

시뮬레이션 실험에서 평판 3.5 Cm 이상의 높이에서 부터 인텐시티를 계산하였고,계산 시간 절감을 위하여 사각평판의 분할 요소수를 80 × 50으로 하였다. 그림 3은 (a/2 , 9b/10) 인 (0.4572 , 0.52578)의 위치에 중심 주파수 200 Hz 인 1/3 옥타브 대역의 잡음을 가진한 경우, 구동점의 YZ 평면과 XZ 평면의 인텐시티 분포 즉 에너지의 흐름을 나타낸 것으로 모드 형상의 특성으로 부터 음원의 위치를 알 수 있다. 특히 액티브 인텐시티보다 리액티브 인텐시티에서 현저한 ○ 위치 특성을 규명할 수 있다. 그림 4는 500 Hz 중심 주파수인 1/3 옥타브 대역의 잡음을 (17a/18 , b/2) 인 (0.8636 , 0.2921)에서 가진한 경우 구동점의 YZ 평면과 XZ 평면의 인텐시티를 나타낸 것이다. 역시 구동점 즉 음원의 위치 동정을 쉽게 규명할 수 있다. 그림 3,4 에서 나타난 모드는 가진 주파수에 의해 차이를 나타냈고, 모드의 영향이 미치는 높이는 저주파수인 그림 3의 경우가 높게 나타났다.

그림 5는 그림 3과 같이 중심 주파수가 200 Hz인 1/3 옥타브 대역 잡음을 (15a/18 , b/2) 인 (0.762 , 0.2921) 에 가진한 경우에 사각평판 5 Cm 위의 XY 평면 인텐시티 흐름과 그 인텐시티 크기와 mesh 및 contour 그래프를 나타낸 것이다. 가진점에서 사각평판의 가장자리로 전파되는 힘이 모서리에서 집중되어 구동점과 거의 비슷한 큰 모드가 형성됨을 XY 평면에서 볼 수 있다. 이를 mesh 와 contour 그래프를 이용해 Z 방향 즉 사각평판 진동방향의 인텐시티 값의 차에 의해 음원의 위치를 찾을 수 있었다. 그림 6은 2 개의 가진점에서 1/3 옥타브 대역 잡음을 가진한 경우 첫번째 가진점의 YZ 평면과 두 가진점의 XZ 평면의 인텐시티 값을 나타낸 것이다. 두 힘의 비를 0.3으로 한 결과 두번째 가진한 힘에 의한 모드 변화가 크지 않음을 볼 수 있었으나 두 구동점의 위치는 알 수 있었다.

한 구동점에서 가진한 경우 가장자리에 나타난 모드의 해석에서 힘의 집중현상 분석과, 두 힘으로 구동한 평판의 해석에서 두 힘의 비와 힘의 전도에 의한 모드 형성 및 구동점 위치 동정에 관한 계속적인 연구가 진행되어야 할 것 같다.

Ⅴ. 결 론

이 연구에서는 진동하는 얇은 탄성 사각 평판의 근거리 음장에 관하여 음향 인텐시티를 시뮬레이션하였다. 구동원은 1/3 옥타브 대역의 잡음으로 가진하고 사각 평판의 가장자리

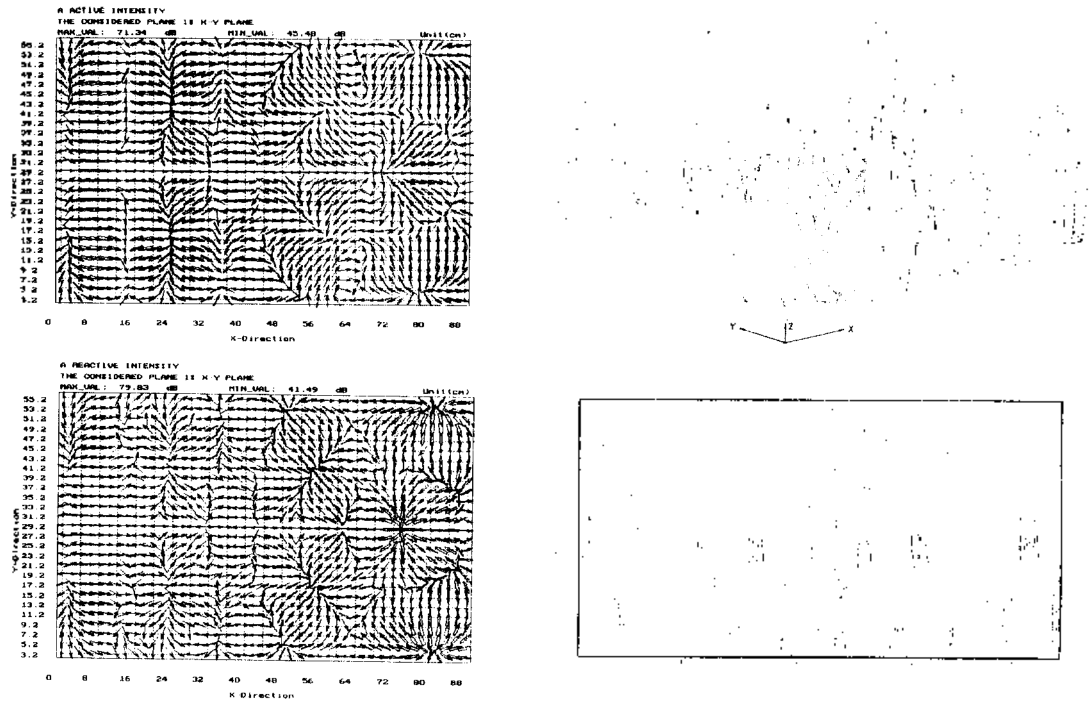

Fig. 5. Calculated acoustic intensities for a 1/3 octave band with center frequency 200 Hz [driving point (15a/18 , b/2)].

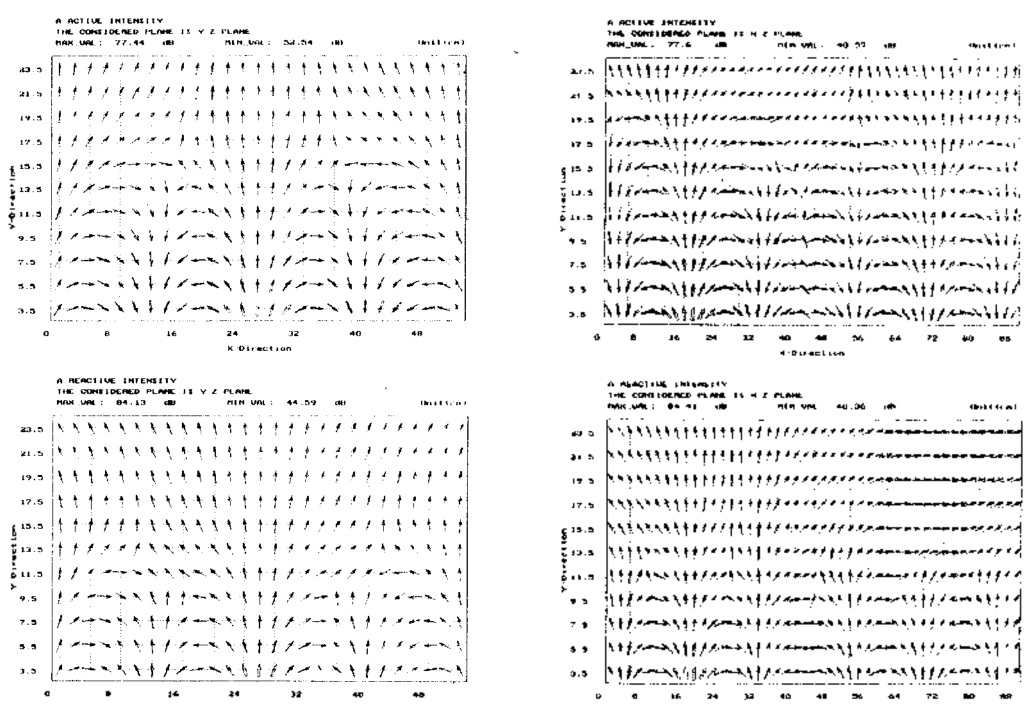

Fig. 6. Calculated acoustic intensities for a 1/3 octave band with center frequency 200 Hz [primary force F_p driving point (9a/2 , b/2), secondary force F_s driving point (7a/9 , b/2), Φ = 0.3].

는 단순지지하였다. 임의의 두 음원으로 구동한 경우, 두 음원의 위상은 같거나 정반대인 것으로 가정하여 수식을 유도, 이론적 계산을 하였다.

1/3 옥타브 대역에서 액티브 인텐시티는 대역 내의 모드 합성으로 강한 모드가 잘 나타나고 있으며, 그리고 구동점이 위치한 지점에서 리액티브 인텐시티 값이 가장 강하게 나타났다. 특히 리액티브 인텐시티의 Z 방향 즉 진동방향 성분의 값이 음원 위치 동정에 크게 기여함을 알 수 있었다. 따라서 음향 인텐시티법을 이용 근거리 음장을 해석하여 임의의 다수 음원의 위치를 동정할 수 있음을 시뮬레이션에 의해 확인되었다.

참 고 문 헌

1. F.J. Fahy, "Measurements of Acoustic Intensity Meter Using The Cross-Spectral Density of Two Microphone Sensors". J.Acoust. Soc. Am, 62(4), 1057-1059(1977)
2. G.W. Elko, "Frequancy Domain estimation of the Complex Acoustic Intensity and Acoustic Energy Density". Ph. D. Theses, The Pennsylvania State University (1984)
3. J. F. Degeorges and J. Tichy, "Energy Radiation and Propagation in the Near-field of A Vibration Plate". Noise-Con 87 Proc. Pennsylvania 189~194.
4. C.D. KIM, J.Adin Mann, C. Kongelman and J. Tichy, "Acoustic Intensity Measurements and Calculation in the Nearfield of A Ring-Source Driven Simply Supported Rectangular Plate". Inter-Noise 87 Proc. Beozing, 1235-1238 (1987-9).
5. 김 천덕, 차 경환, "단순지지된 평판의 근거리 음장에서 음향인텐시티 측정". 한국 음향 학회지, 8권 3호, 65-73 (1989).
6. J.C. Snowdon, "Forced vibration of internally damped rectangular and square plates vith simply supported boundaries". J. Acoust. Soc. Am., Vol. 56, No.4, 1177-1184, Oct.,1974.