

세장한 콘크리트 기둥의 비선형 안정 해석

Nonlinear Stability Analysis of Slender Concrete Columns

김진근*, 양주경**, 김원근***
Kim, Jin-Keun, Yang, Joo-Kyoung, Kim, Won-Keun

ABSTRACT

A nonlinear second-order analysis program that properly describes the nonlinear behavior of concrete was developed by using the layering technique. As the slenderness ratio of column is increased, the peaks of P-M curve lie remote from the section interaction diagram for the same eccentricities. But the peaks of P-M curve lie rather close to the section interaction diagram for very large eccentricities. In this study, the effects of compressive strength of concrete, longitudinal steel ratio, and yield strength of steel on second-order moment of concrete columns were analyzed. As the compressive strength of concrete and the yield strength of steel are increased, the ratio of peak axial force to maximum axial strength for concentrically loaded short column (P_u/P_o) is decreased. But as the longitudinal steel ratio is increased, the ratio, P_u/P_o increases.

1. 서론

1980년대에 들어서면서 고강도 콘크리트가 적극적으로 이용되게 되었고 기둥도 점차 장주화 되는 경향으로 나타나고 있다. 특히 초고층 건축물이나 다경간 구조물에 고강도 콘크리트가 빈번히 이용되면서 기둥부재의 거동에 대한 연구의 필요성이 새삼 부각되고 있는 실정이다.

그러나 철근콘크리트의 기둥에 대한 연구는 1931년 ACI 분과위원회에서 564개의 기둥부재에 대한 실험결과(1)를 발표하면서 본격적으로 시작된 이래 많은 관심과 노력에도 불구하고 현재까지 여러가지 제약조건 때문에 이에 대한 연구는 대부분 단주(short column)의 간단한 콘크리트 골조구조물에 한정되고 있는 실정이다. 특히 콘크리트 장주(slender column)에 대한 연구는 매우 부족하여 최근까지 60년대의 실험결과와 해석결과에 의존한 설계규정이 그대로 적용되고 있는 실정이다. 지금까지 이루어진 장주해석

은 대부분 기둥부재의 전체 변형된 모양을 가정하여 미분방정식을 푸는 해석적인 방법(2-5)에 의해서 이루어져 왔다.

따라서 본 연구에서는 유한요소법을 이용하여 철근콘크리트의 특성을 적절히 고려한 비선형2계해석(nonlinear second-order analysis) 방법을 개발하며, 이를 이용하여 축력과 모멘트를 받는 기둥의 2차모멘트에 미치는 영향인자인 콘크리트의 압축강도, 주철근비와 철근의 항복강도의 효과를 분석하고, ACI 규준과 비교하는 것을 주목적으로 한다.

2. 응력-변형도 관계

2.1 콘크리트의 응력-변형도 관계

해석을 위해 사용한 콘크리트의 1축 응력-변형도 관계는 다음과 같다.(6)

$$\text{상승곡선 ; } \sigma_c = f_o \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right)^A \right] \quad (1)$$

$$\text{하강곡선 ; } \sigma_c = f_o \exp \left[-B (\epsilon_c - \epsilon_o)^C \right] \quad (2)$$

* 정희원, KAIST 토목공학과 부교수, 공학박사

** 정희원, KAIST 토목공학과 박사과정

*** 정희원, 대우엔지니어링

여기서,

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{E_c \varepsilon_o}{f_o} \\
 B &= \left(260 + \frac{100}{f'_c} \right) \exp \left(-30 \frac{f_{cl}}{f'_c} \right) \\
 C &= 1.2 - 0.006 f'_c \\
 f_o &= f'_c + 4.2 f_{cl} \\
 \varepsilon_o &= 7 \times 10^{-4} \sqrt[3]{f'_c} + 0.06 \frac{f_{cl}}{f'_c} \\
 f_{cl} &= \frac{\rho_s f_{sy}}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{s}{d_c}} \right)
 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, f_o 와 ε_o 는 콘크리트의 극한강도(MPa)와 그때의 변형도, f'_c 은 콘크리트의 압축강도(MPa), f_{cl} 은 횡보강 응력(MPa), f_{sy} 는 횡보강근의 항복강도(MPa), ρ_s 는 횡보강 철근비, d_c 와 s 는 콘크리트 코아의 지름(mm)과 횡보강근의 간격(mm)이다.

콘크리트 인장강성증진(tension-stiffening) 효과는 Vebo와 Ghali의 모델식(7)을 따르며, 반복재하(reloading, unloading)에 따른 관계식은 Otter와 Naaman의 모델(8)을 사용하였다.

2.2 철근의 응력-변형도 관계

철근은 완전 탄-소성 거동을 하며, 축방향으로만 저항하고 철근과 콘크리트 사이에서는 부착 미끄러짐(bond slip)이 발생하지 않는 것으로 가정하였으며, 반복재하에 따른 기울기는 탄성기울기와 동일하게 가정하였다.

3. 해석방법

3.1 부재의 강성 매트릭스

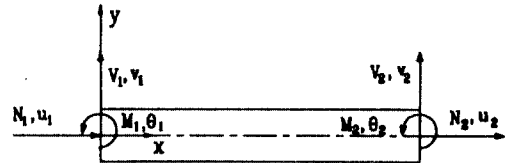
기둥이 장주화되면 기둥의 횡방향 처짐에 의한 모멘트 영향이 점점 커지게 되면서 단면의 임의의 점에서는 제하가 발생할 수 있기 때문에 기둥의 모멘트-곡률 관계는 하나의 관계로 정해지지 않는다. 따라서 중립축으로부터 임의의 거리 떨어진 점에서 응력-변형도 경로에 의해 장주를 해석하는 것이 타당하다. 이를 위해 본 연구에서는 단면을 층으로 나누어서 해석하는 층상화

(layered) 방법을 적용하였다.

[그림 1]과 같은 보요소에서 평면유지의 법칙이 성립한다고 할 때, 단면의 임의의 점에서의 변형도(ε)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.(9)

$$\varepsilon = u' - yv'' + \frac{1}{2}(v')^2 \quad (4)$$

여기서 u' 은 중심축에서의 변형도를 나타낸다.



[그림 1] 보요소 정의

변위 u 와 v 에 대해서 각각 1차와 3차 형상함수를 사용하고 가상일의 원리를 이용하면 다음을 얻을 수 있다.

$$[k + Pk_G] \{U\} = \{F\} \quad (5)$$

여기서

$$\begin{aligned}
 [k] &= \\
 &\begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & -\frac{EG}{l} & -\frac{EA}{l} & 0 & \frac{EG}{l} \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & \frac{EG}{l} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ \text{Sym.} & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EG}{l} \\ 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & -\frac{EG}{l} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \quad (6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [k]_G &= \\
 &\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5l} & \frac{1}{10} & 0 & -\frac{6}{5l} & \frac{1}{10} \\ 0 & \frac{1}{10} & \frac{2l}{15} & 0 & -\frac{1}{10} & -\frac{l}{30} \\ \text{Sym.} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5l} & -\frac{1}{10} & 0 & \frac{6}{5l} & -\frac{1}{10} \\ 0 & \frac{1}{10} & -\frac{l}{30} & 0 & -\frac{1}{10} & \frac{2l}{15} \end{bmatrix} \quad (7)
 \end{aligned}$$

$$\{F\} = \{N_1, V_1, M_1, N_2, V_2, M_2\}^T \quad (8)$$

$$P = \int_A \sigma dA = \sum_i \sigma_i A_i \quad (9)$$

$$M = \int_A \sigma y dA = \sum_i \sigma_i A_i y_i \quad (10)$$

$$EA = \int_A E dA = \sum_i E_i A_i \quad (11)$$

$$EG = \int_A E y dA = \sum_i E_i A_i y_i \quad (12)$$

$$EI = \int_A E y^2 dA = \sum_i E_i A_i y_i^2 \quad (13)$$

4. 해석결과 및 ACI 규준과의 비교

4.1 실험결과와의 비교

[표 1]은 편심하중을 받는 장주의 최대하중값을 실험치(10)와 비교한 것이다. 해석치가 실험치보다 전반적으로 약간 크게 나오고 있으며, 이는 현재 해석에 사용한 콘크리트의 응력-변형도 곡선의 초기 기울기가 실제보다 크게 계산되기 때문인 것으로 생각된다.

[표 1] 최대하중 값의 비교

(폭;156 mm, 높이;103 mm, 철근비;1.83%, 기둥길이;2642 mm)

f_c' (MPa)	f_y (MPa)	e (mm)	P_{test} (kN)	$P_{anal.}$ (kN)	Error (%)
23.3	344.8	7.5	168.1	179.2	6.6
35.0	344.8	40.1	68.9	74.0	7.4
28.9	344.8	6.3	189.5	216.2	14.1
30.1	344.8	39.4	72.5	71.9	0.8
32.8	344.8	21.4	122.8	124.6	1.5
33.6	434.4	6.7	197.5	233.8	18.4

4.2 모멘트확대계수법과의 비교

ACI 규준에서는 기둥을 정확히 설계하기 위해서는 2계해석을 수행하도록 규정하고 있으나 현재 2계해석에 대한 연구의 부족과 복잡성으로 인하여 근사적인 모멘트확대계수법을 제안(11)하고 있다.

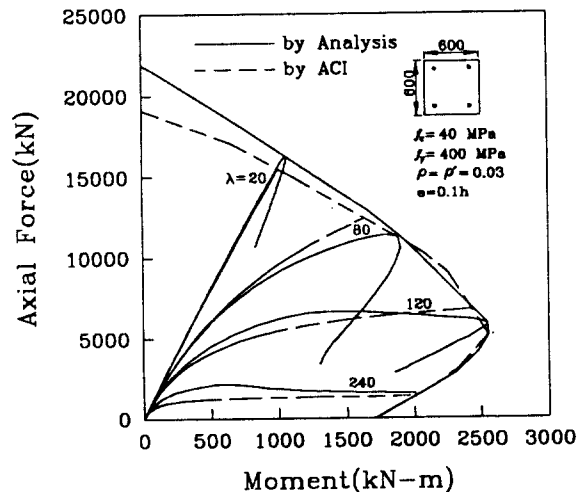
$$\delta = \frac{C_m}{1 - P_u/\phi P_{cr}} \geq 1 \quad (14)$$

여기서, C_m 은 단부효과계수(end effect factor), P_u 는 기둥의 극한하중, ϕ 는 강도감소계수(capacity reduction factor)이며, P_{cr} 은 Euler 좌굴하중으로 $P_{cr} = \pi^2 EI / (kl_u)^2$ 으로 표현된다. 여기서, k 는 유효길이계수(effective length factor), l_u 는 기둥의 비지지 길이이며, EI 는 기둥단면의 휨강성이다.

본 연구에서는 콘크리트이 크리이프를 무시하였으며, 강도감소계수는 $\phi=1$ 로 하였다. 또한 예제구조물은 단곡률로 변형되는 기둥에 대해서만 한정하여 해석하였다.

4.2.1 기둥의 거동

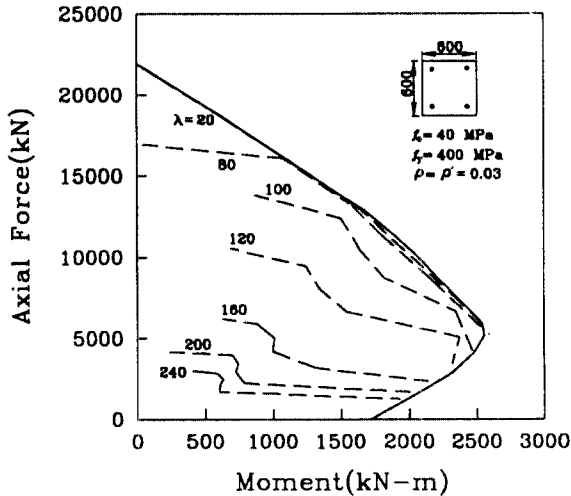
[그림 2]는 편심량이 부재 크기의 0.1배인 경우에 세장비(λ)에 따른 축력-모멘트 경로를 나타내고 있다. [그림 2]에서 보는 바와 같이 세장비가 작은 경우에는 ACI 규준식에 의한 해석결과와 근접한 결과를 보이거나 세장비가 커짐에 따라서 차이를 보이고 있음을 알 수 있다. 특히 세장비가 커지면서 해석에 의한 결과는 단면의 P-M 상관도로부터 떨어져서 축력이 최대되는 점이 발생하나 ACI에 의한 결과는 단면의 P-M 상관도와 양의 기울기($dP/dM > 0$)로 만나고 있음을 알 수 있다.



[그림 2] 기둥의 축력-모멘트 거동

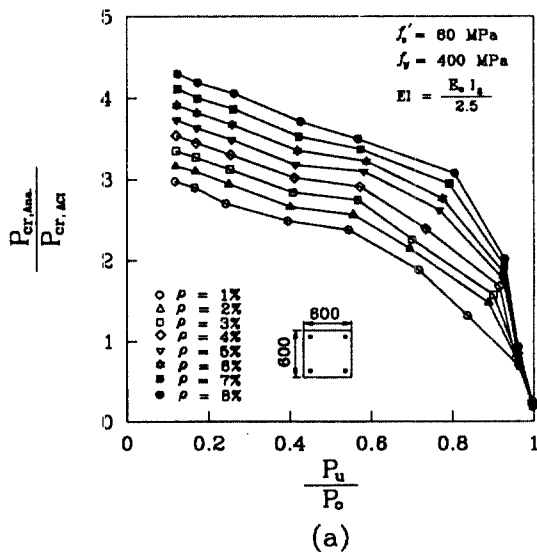
[그림 3]은 각 세장비에 따라서 편심량을 증가시켜 축력이 최대되는 점을 연결한 것이다. [그림 3]에서 보는 바와 같이 축력이 최대되는 점은

세장비가 작은 경우에도 단면의 P-M 상관도상에 존재하지 않음을 알 수 있다. 세장비가 커짐에 따라 축력이 최대되는 점은 단면의 P-M 상관도로부터 멀어짐을 알 수 있다. 그러나 편심량이 작은 경우 세장비가 증가할수록 축력이 최대되는 점은 단면의 P-M 상관도로부터 멀어지나 편심량이 큰 경우에는 축력이 최대되는 점은 단면의 P-M 상관도 상에 접근하고 있음을 알 수 있다.



[그림 3] 축력이 최대되는 점의 변화

[그림 4]는 편심량이 단면크기의 0.0001배일 때의 최대하중값을 해석에 의한 P_{cr} 로 취하고

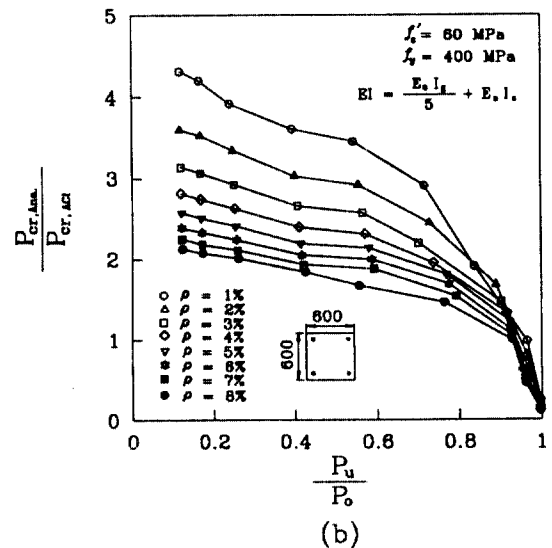


(a)

ACI 규준식에 의한 P_{cr} 과 비교한 것이다. ACI 규준에서는 철근비가 작을 때는 $EI = E_c I_g / 2.5$ 를, 철근비가 클 때는 $EI = E_c I_g / 5 + E_s I_s$ 를 사용하도록 권장하고 있다. 여기서, E_c 는 콘크리트의 탄성계수, I_g 는 철근을 무시한 콘크리트 단면의 단면2차모멘트, E_s 는 철근의 탄성계수, I_s 는 기둥의 도심축에 대한 철근의 단면2차모멘트이다. [그림 4]에서 알 수 있듯이 ACI 규준식은 세장비가 작은 경우(P_u/P_o 가 큰 경우)에는 P_{cr} 값을 실제보다 크게 계산하고 있으며, 세장비가 커지는 경우(P_u/P_o 가 작은 경우)에는 실제보다 작게 계산하고 있음을 알 수 있다. [그림 4](a)는 $EI = E_c I_g / 2.5$ 에 의한 P_{cr} 값과 해석에 의한 값을 비교한 것이며, 철근비가 증가할수록 두 값의 차이가 점차 커지고 있음을 알 수 있다. [그림 4](b)는 $EI = E_c I_g / 5 + E_s I_s$ 에 의한 P_{cr} 과 해석에 의한 P_{cr} 을 비교한 것이며, 철근비가 증가할수록 두 값의 차이가 줄어들고 있음을 알 수 있다.

4.3 공칭축하중의 변화

본 연구에서 공칭축하중이란 2계해석결과 축력이 최대될 때의 축하중을 나타내며, 다음은 각 영향인자가 공칭축하중의 변화에 미치는 영향을 알아본다.



(b)

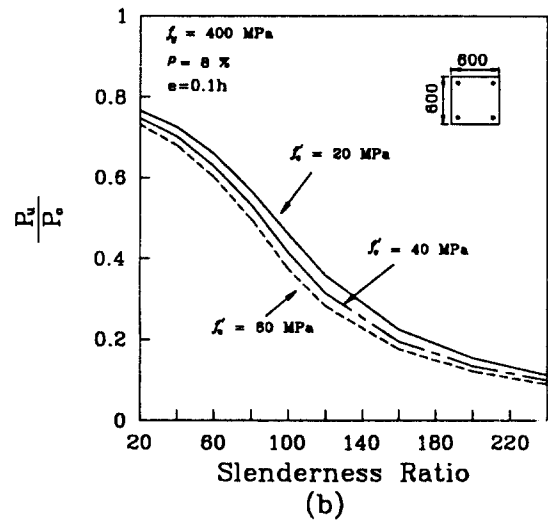
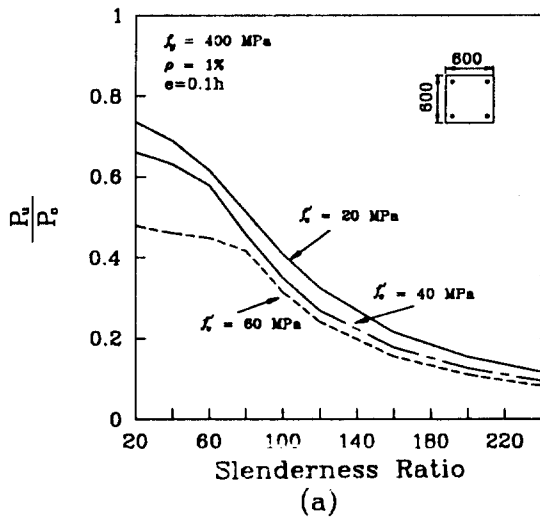
[그림 4] P_{cr} 값의 비교

4.3.1 콘크리트 압축강도의 영향

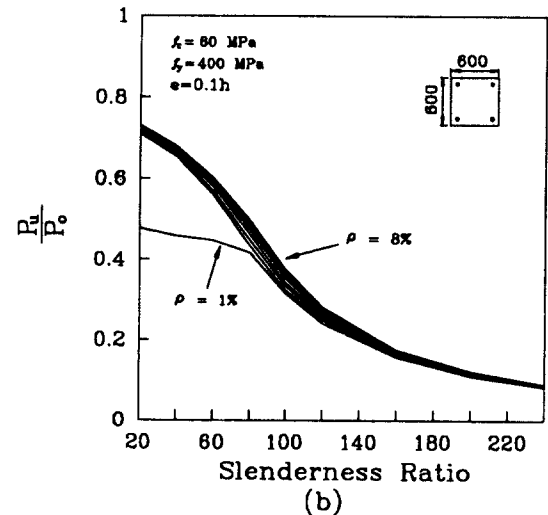
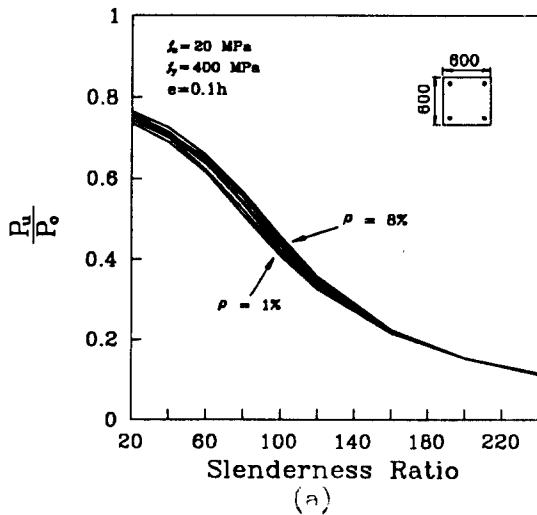
[그림 5]는 편심률이 단면크기의 0.1배일 때 콘크리트 압축강도에 따른 공칭축하중의 변화를 나타내고 있다. 같은 철근량을 사용할 때 콘크리트의 압축강도가 증가할수록 공칭축하중비 (P_u/P_o)가 감소함을 알 수 있다. 세장비가 작고 철근비가 1%이며 콘크리트의 압축강도가 60 MPa인 경우, 공칭축하중비가 크게 감소하는데, 이는 세장비가 작으면 공칭축하중에 이르기 전에 단면에서는 변형도가 크게 발생하고 따라서 철근비가 작으면 공칭축하중에 이르기 전에 철근이 항복하기 때문이다.

4.3.2 철근비의 영향

[그림 6](a),(b)는 철근비 변화에 따른 공칭축하중비의 변화를 나타낸다. 철근비가 증가함에 따라 공칭축하중비가 증가함을 알 수 있다. 특히 철근비 1%, 콘크리트 압축강도 60 MPa, 철근의 항복강도 400 MPa일 때, 세장비 20에서 공칭강도비가 특히 떨어짐을 알 수 있다. 이는 작은 철근비와 높은 콘크리트 강도로 인해 공칭축하중에 이르기 전에 철근이 항복하기 때문이다.



[그림 5] 콘크리트 압축강도에 따른 공칭축하중비의 변화



[그림 6] 철근비에 따른 공칭축하중비의 변화

4.3.3 철근의 항복강도 영향

같은 철근비와 같은 콘크리트 압축강도를 갖는 단면에 낮은 항복강도를 갖는 철근을 사용하였을 때, 공칭축하중에 이르기 전에 철근이 항복하지 않는다면 철근의 항복강도가 낮을수록 공칭축하중비는 증가한다. 이는 공칭축하중에 이르기 전에 철근이 항복하지 않으면 철근의 항복강도에 관계없이 공칭축하중은 같은 반면 P_o 값은 철근의 항복강도가 증가함에 따라 증가되기 때문이다. 그러나 [그림 6](b)에서와 같이 철근비 1%이고 콘크리트 압축강도가 60 MPa인 단면에서 세장비가 작으면 철근이 공칭축하중에 이르기 전에 항복하여 공칭축하중비가 크게 감소한다.

5. 결론

- (1) 같은 편심으로 축력이 작용할 때 세장비가 증가할수록 축력이 최대되는 점은 단면의 P-M 상관도로부터 멀어진다. 즉 좌굴파괴의 가능성이 증가된다. 그러나 세장비가 증가하여도 편심량이 커지면 축력이 최대되는 점은 단면의 P-M 상관도에 접근한다.
- (2) ACI 규준은 세장비가 작은 경우에는 P_{cr} 값을 과대하게 평가하며, 세장비가 커지면서 과소평가한다.
- (3) 공칭축하중비는 콘크리트의 강도가 커짐에 따라 감소한다.
- (4) 철근비가 증가함에 따라 공칭축하중비는 증가한다.
- (5) 일반적으로 철근의 항복강도가 낮을수록 공칭축하중비는 증가한다. 그러나 철근비가 매우 작고 콘크리트 강도가 커서 공칭축하중에 이르기 전에 철근이 항복하면 항복강도가 낮을수록 공칭축하중비의 감소가 오히려 커진다.

참고문헌

1. Committee 105, "Reinforced Concrete Column Investigation", ACI, Proceeding 27, 1931, pp.675-676.
2. B. Broms, and I. M. Viest, "Long

Reinforced Concrete Columns-A Symposium" Transactions, ASCE, Vol. 126, Part 2, 1961, pp.308-400.

3. E. O. Pfrang and C. P. Siess, "Behavior of Restrained Concrete Columns," ASCE, ASCE, Vol. 90, No. ST5, Oct., 1964, pp.113-135
4. B. Broms, and I. M. Viest, "Ultimate Strength Analysis of Long Hinged Reinforced Concrete Columns," ASCE, Vol. 84. No. ST3, May, 1958, pp. 1635-1 to 1635-30.
5. B. Broms, and I. M. Viest, "Ultimate Strength Analysis of Long Hinged Reinforced Concrete Columns," ASCE, Vol. 84. No. ST1, Jan, 1958, pp. 1510-1 to 1510-30.
6. 김진근, 이태규, 서용표, "횡보강 효과를 고려한 콘크리트의 응력-변형도 관계", 한국콘크리트학회 학술발표 논문집, 제2권 제1호, 1990, pp.116-121.
7. A. Vebo, and A. Ghali, "Moment-Curvature Relationship of Reinforced Concrete Slabs," J. of Structural Division, ASCE, Vol 113, No. ST3, 1977, pp.515-531
8. D.E. Otter, and A. E. Naaman, "Model for Response of Concrete to Random Compressive Loads," J. of Structural Engineering, ASCE, Vol. 115, No. 11, 1989, pp.2794-2809.
9. Y. Goto, and W. F. Chen, "Second-Order Elastic Analysis for Frame Design," ASCE, Vol 113, No. ST7, July, 1987, pp.1501-1519.
10. W. F. Chang, and P. M. Ferguson, "Long Hinged Reinforced Concrete Columns," ACI Journal, Vol.60, No.1, Jan., 1963, pp.1-26.
11. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary(ACI318-89/318R-89)," ACI, Detroit, 1989, 353 pp.