

크리이프와 건조수축영향을 고려한 매스콘크리트에서의 수화열에 대한 온도응력해석
 Thermal Stress Analysis on the Heat of Hydration
 Considering Creep and Shrinkage Effects of Mass Concrete

김진균* 김국환**
 Kim, Jin-Keun Kim, Kook-Han

ABSTRACT

The heat of hydration of cement causes the internal temperature rise at early age, particularly in massive concrete structures such as a mat-slab of nuclear reactor building or a dam or a large footing. As the result of the temperature rise and restraint of foundation, the thermal stress enough to induce concrete cracks can occur. Therefore, the prediction of the thermal stress is very important in the design and construction stages in order to control the cracks developed in massive concrete structures. And, more creep and shrinkage take place at elevated temperatures in young concrete. Thus the effect of creep and shrinkage must be considered for checking the safety and serviceability (crack, durability and leakage).

The objective of this study is largely two folded. Firstly, it is to develop a finite element program which is capable of simulating the temperature history in mass concrete. Secondly, it is the apply a finite element program to analyze the behavior of concrete structures considering creep and shrinkage at working loads and temperature rise. It is shown that the analytical results of this study is in good agreement with experimental data available in the literature.

1. 서론

최근에 토목 및 건축 분야에서 콘크리트 구조물이 대형화함에 따라 콘크리트의 사공시에 문제가 되는 시멘트 수화열에 의한 온도증가의 규제에 많은 관심을 갖게 되었다.

온도에 관한 연구는 1930년에 Boulder Dam⁽¹⁾에 관한 탐구를 시작으로 McHenry⁽²⁾는 비록 1차원이지만 내부발열을 고려한 해석을 발표하였다. 그후 시멘트 수화열에 의한 해석이 계속 이어져 참고문헌[3]에서는 댐이 한번에 붕괴가 지어진 경우의 콘크리트 수화열에 의한 구조물의 온도 해석이 이루어졌으며, 참고문헌[4]에서는 댐이 시간에 따라 붕괴형성이 달라진 경우를 부분적으로 고려하였으며, 참고문헌[5]에서는 외부온도의 변화나 상대습도의 변화는 고려하지 않고 매스콘크리트에서 온열을 고려하여 해석하는 효과적인 방법이 연구되었다.

그리고 철근콘크리트 구조물은 하중이 가해지는 시간에 순간적인 변형이 발생하고 그 후 시간의 흐름에 따라 계속적인 변형이 일어난다. 콘크리트가 아닌 다른 재료로 이루어진 구조물에서는 거의 볼 수 없는 이런 현상은 콘크리트의 특수한 성질인 크리이프와 건조수축에 기인한다. 이에 대한 연구는 1900년 초 Hatt, McMillan, Smith 등에 의하여 기초적인 거

동에 관해서는 구멍이여 최근까지 콘크리트의 크리이프와 건조수축 현상에 대한 이론에서는 급진전을 보여왔다.

그러므로 본 연구에서는 매스콘크리트에 있어 초기재령의 온도이력을 구하는 온도해석프로그램(HEAT, FOR)을 이차원 직교좌표계에서 만들고, 이 프로그램에서 구한 온도이력과 크리이프 및 건조수축을 고려하여 이차원 평면요소 해석하는 프로그램(CREEP, FOR)을 만들어 온도응력을 해석하고자 한다.

2. 재료의 모델링

2.1 수화열의 모델링

2.1.1 콘크리트의 열적성질

일반적으로 열특성을 나타내는 콘크리트의 비열 C_c (Kcal/kg·°C), 열확산율 h_c (m^2/hr) 및 열전도율 K_c (Kcal/m·hr·°C)은 각각 다음식에 의해서 산정할 수 있다.

$$C_c = \frac{C_a(S+G) + C_G C + C_w W}{S+G+C+W} \quad (1)$$

$$K_c = \frac{K_a(S+G) + K_G C + K_w W}{S+G+C+W} \quad (2)$$

$$h_c = \frac{K_c}{C_c D_c} \quad (3)$$

C_a, C_G, C_w : 골재, 시멘트, 물의 비열

K_a, K_G, K_w : 골재, 시멘트, 물의 열전도율

S, G, C, W : 세골재, 조골재, 시멘트, 물의 단위용적중량(kg/m³)

D_c : 콘크리트의 단위용적중량

* 정회원 한국과학기술원 토목공학과 교수

** 한국도로공사 도로연구소 연구원

2.1.2 단열온도 상승곡선의 모델링식

콘크리트의 각종 열적성질 중에도 특히 온도 해석상의 기준이 되는 단열 온도상승의 경향을 빠르게 평가하는 것은 매우 중요하다. 따라서 단열온도를 추정하는塚山의 실험식(6)과 시멘트 수화열에 의한 실험식(7)의 문제점을 보완한 새로운 단열상승온도곡선의 모델식(8)(이하 "복합모델식"으로 지칭)을 사용하도록 하겠다. 각종 모델식과 실측치의 비교와 검토하기 위하여 타설온도가 32°C이고 플라이애쉬 B종 시멘트를 298kg/m³사용한 경우의 단열상승 온도곡선식을 각종 모델식에 대해서 알아보면 다음과 같다(8).塚山의 실험식은 식4와 같고 시멘트 수화열에 의한 실험식은 식5와 같으며, 복합모델식은 식6과 같다.

$$T = 33.61(1 - e^{-1.277t}) \quad (4)$$

$$T = 39.32(1 - e^{-0.2364t}) \quad (5)$$

$$T = 40.77(1 - e^{-1.277t}) \quad (6)$$

이들 각종 식을 비교하면 그림1과 같다. 따라서 실측치와 결과가 가장 잘 맞는 복합모델식을 사용하겠다.

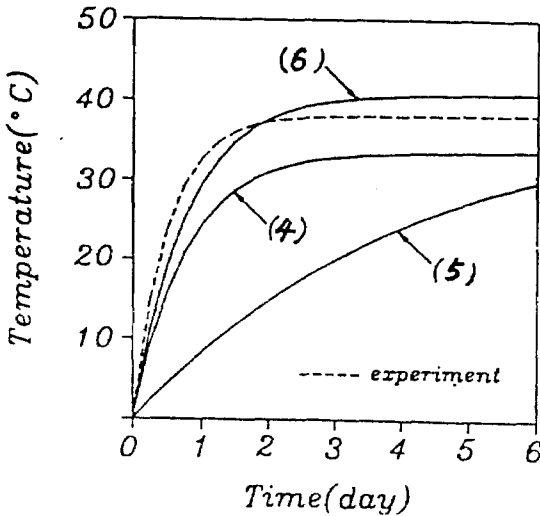


그림 1. 각종 모델식과 실측치의 비교

2.1.3 콘크리트의 내부발열량

위의 콘크리트의 단열 온도상승으로 단위시간에 대한 콘크리트의 단위체적당 내부발열량(q^B)을 구하면 식7과 같다(9).

$$q^B = \frac{C_c \cdot \rho_c \cdot \Delta T}{\Delta t} \quad (7)$$

q^B : 단위시간의 단위체적당 발열량
 ΔT : 콘크리트의 단열온도상승에 의한 온도차
 Δt : 시간차분(hr)

2.2 크리이프와 건조수축의 모델링

크리이프와 건조수축의 모델링식으로 일반적으로 많이 사용되고있는 ACI모델식과 BP모델식을 이용하였다.

2.2.1 크리이프 모델식의 수치해석

일반적으로 유한요소법을 이용한 수치해석방법으로 중첩의 원리를 이용한 단계적 해석방법(10)을 이용한다.

3. 유한 요소법에 의한 해석

3.1 수화열에 관한 유한요소해석

3.1.1 열전도 구성 방정식

열전달 상태의 해석에서 모든 물체는 Fourier's 법칙(열흐름은 온도의 변화율에 의해 구성됨)을 따르는 것으로 가정할 수 있으며, 따라서 그림2에서와 같이 3차원 미소체적에서의 열평형 관계(11)는 식8과 같이 나타낼 수 있다.

$$q_i = -k_i \frac{\partial T}{\partial i} \quad q_{i+di} = q_i + \frac{\partial q_i}{\partial i} di \quad (i=x, y, z) \quad (8)$$

q_i : 단위시간에 단위 면적당 전달된 열흐름
 k_i : x, y, z 방향의 열전도계수
 T : 온도(°C)

그림2에서와 같이 물체 내부에서 열흐름의 평형방정식을 고려하면 다음과 같다.

$$Q_x + Q_y + Q_z + Q^B = Q_{x+dx} + Q_{y+dy} + Q_{z+dz} \quad (9)$$

q^B : 단위시간에 단위체적당 발열량

$$Q^B = q^B \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

$$Q_x = q_x dy dz, \quad Q_y = q_y dx dz, \quad Q_z = q_z dx dy$$

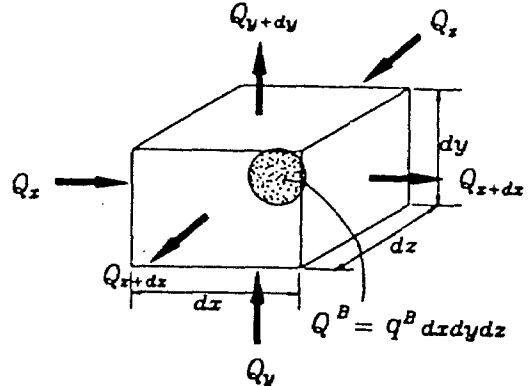


그림 2. 미소체적에서의 열평형 관계

식9를 정리하면, 식10과 같은 내부의 열흐름 평형방정식이 성립한다.

$$\frac{\partial}{\partial x}(k_x \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(k_y \frac{\partial T}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(k_z \frac{\partial T}{\partial z}) + q^B = 0 \quad (10)$$

위의 열흐름 평형방정식에 적용될 경계조건과 초기조건을 이용하여 열전도 구성방정식을

구하기 위해서는 다음과 같은 세가지 가정이 성립되어야 한다. 첫째, 물체내에서 매질입자는 정지되어야 한다. 둘째, 열전달 상태는 응력 상태와 분리해서 해석할 수 있다. 셋째, 형상의 변화가 없고 잠복성 열효과의 재료성질은 온도에 따라 변한다.

그리고 경계조건을 세부적으로 정리하면 다음의 네가지로 분류할 수 있다. 첫째, 외기의 대류조건(air convection) 둘째, 냉각관의 대류조건(water convection) 셋째, 복사 경계조건(radiation) 넷째, 임의의 표면에 작용하는 표면 열흐름등이다.

3.1.2 공간 영역에서의 유한요소 공식화

열전도 구성방정식을 변분법(variation formulation)을 이용하여 범함수(functional) Π 를 구하면 다음과 같다.

$$\Pi = \int_V 1/2 \left\{ k_x \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + k_y \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + k_z \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right\} dV - \int_V \alpha_i b_i dV - \int_S q^b dS - \sum_i \theta_i Q_i \quad (11)$$

그리고, 시간에 따라 온도가 변하는 비정상 열전달(transient analysis)의 경우 식12와 같다.

$$q^b \leftarrow q^b - C_p \rho_c \dot{\theta} \quad (12)$$

C_p : 콘크리트의 비열(Kcal/hr · °C)
 ρ_c : 콘크리트의 단위중량(kg/m³)

식14와 범함수(Π)의 불변성(stationarity)를 이용하여 보정 매트릭스를 사용하여 행렬 형태로 나타내면 식13과 같다.

$$[C]\{\dot{T}\} + [K]\{T\} = \{Q\} \quad (13)$$

$[K] = [K^k] + [K^{ca}] + [K^{cw}] + [K^r]$
 $\{Q\} = \{Q_b\} + \{Q_{ca}\} + \{Q_{cw}\} + \{Q_h\} + \{Q_i\} + \{Q_r\}$
 $[C]$: 열용적 행렬
 $[K^k], [K^{ca}], [K^{cw}], [K^r]$: 전도,외기대류,
 파이프 대류, 복사 행렬

$\{Q_b\}, \{Q_{ca}\}, \{Q_{cw}\}, \{Q_h\}, \{Q_i\}, \{Q_r\}$: 내부 발열,외기대류열,파이프대류열,표면열흐름,절점열흐름,복사열 행렬

3.1.3 시간 영역에서의 차분화

동적 거동해석에 주로 이용되는 이계도함수인 식14에 관한 직접적분법(direct integration)을 사용하여 계산하면 정확도를 높일 수 있다. 식13과 같은 일계도함수를 얻기 위해서는 질량 행렬[M]의 값은 영이다.

$$[M]\{\ddot{T}\} + [C]\{\dot{T}\} + [K]\{T\} = \{Q\} \quad (14)$$

일반적으로 시간간격의 선택에 관계 없이 안정된 해를 가지는 NEWMARK 방법이 많이 사용된다. NEWMARK 방법에 의해 직접 적분을 하는 과

정은 다음과 같다.

3.2 온도,크리이프와 건조수축의 유한요소해석

3.2.1 유한요소 방정식의 유도

온도하중, 크리이프하중 및 건조수축하중을 구하기 위해서 Minimum potential energy를 이용하고여 정리하면 식15와 같다.

$$[K]\{d\} = \{F\} + \{F\}_c + \{F\}_{sh} + \{F\}_T \quad (15)$$

$[K] = \int_V [B]^T [D] [B] dV$: 강성 행렬

$\{F\}_c = \int_V [B]^T [D] \{\epsilon\}_c dV$: 크리이프 하중

$\{F\}_T = \int_V [B]^T [D] \{\epsilon\}_T dV$: 온도 하중

$\{F\}_{sh} = \int_V [B]^T [D] \{\epsilon\}_{sh} dV$: 건조수축 하중

3.2.2 가정된 재료 성질

앞에서 콘크리트의 크리이프 해석은 중첩의 원리를 이용하여 해석하였다. 중첩의 원리는 탄성영역내에서만 성립하므로 콘크리트 재료는 압축응력에서는 0.4f_c 이하에서 인장응력에서는 0.1f_c 이하의 영역에서만 해석을 실시한다.

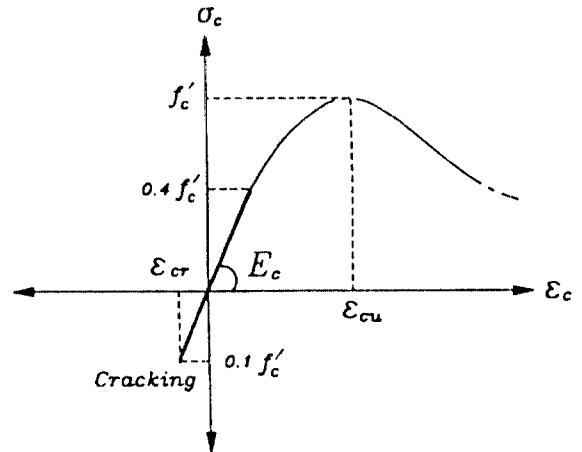


그림 3. 콘크리트의 응력-변형을 곡선

4. 해석 및 결과분석

4.1 온도해석 및 결과분석

4.1.1 실험 대상 구조물 선정 및 제반조건 검토
 참고문헌[8]의 실험결과를 앞장에서 개발한 프로그램의 해석결과와 비교함으로써 개발된 프로그램의 타당성을 보이교자 한다.

해석에 사용한 재료의 성질은 표1에서 표5와 같으며, 타설시의 온도는 32°C이고 시멘트는 플라이애쉬 B종, 혼화제는 AE제를 사용하였다(8).

콘크리트 공사는 그림4의 A, B, C의 세 블록으로 나누어 행해지고 있다. 본 연구에서는 이

표 1. 배합표

설계기 준강도 kg/cm ²	슬랩 프 (cm)	조골재 최대치수 (mm)	물시멘트 비 W/C (%)	공기 량 (%)	세골재 율S/A (%)	단위량(kg/m ³)				
						시멘트	물	세골재	조골재	혼화제
240	12	20	53	4	43.4	298	158	793	1068	2.98

표 2. 사용재료의 비열 및 열전도율

재 료	비열	열전도율
물	1.0	0.51
시멘트	0.2	1.4
골 재	0.2	2.5

표 3. 사용골재의 실험결과

재 료	조립율	단위용적중량	표견비중
세골재	2.60	1680.0	2.60
조골재	6.60	1560.0	2.69
콘크리트		2317.0	

표 4. 콘크리트의 비열 및 열전도

비열	열전도율	열확산율
0.255	2.223	0.00376

표 5. 콘크리트 물성과 실험 대상물의 치수

단위 : (kg/cm ²)	
콘크리트 28일 탄성계수(E ₂₈)	3.45 × 10 ⁵
콘크리트 28일 압축강도(f _c)	281.14
콘크리트 포아송비(ν)	0.18
콘크리트 단위중량(ρ)	2.31 × 10 ³

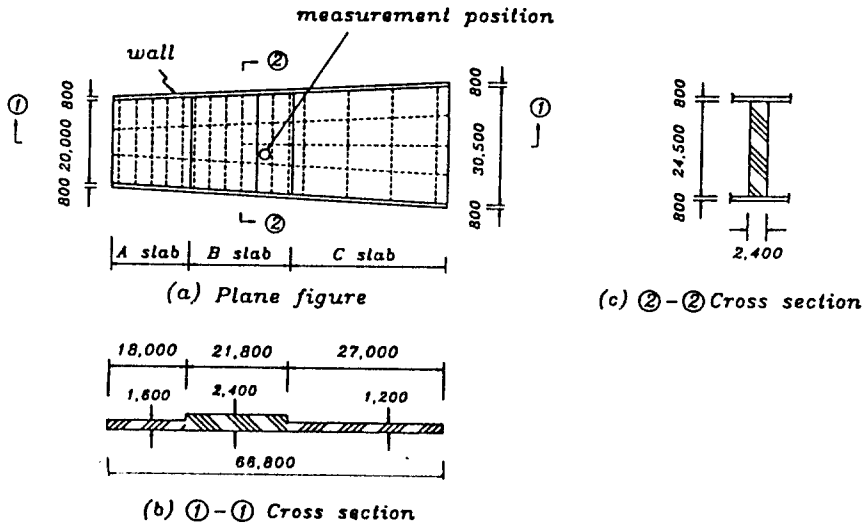


그림 4. 실험 대상 구조물

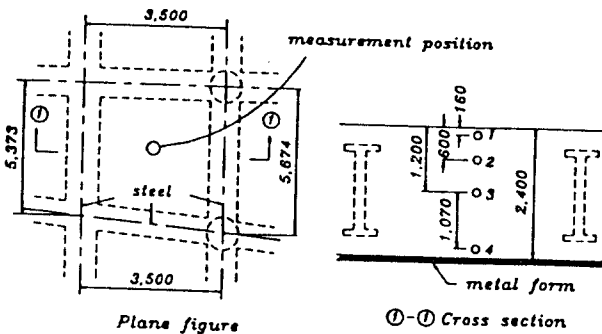


그림 5. 온도실측 위치

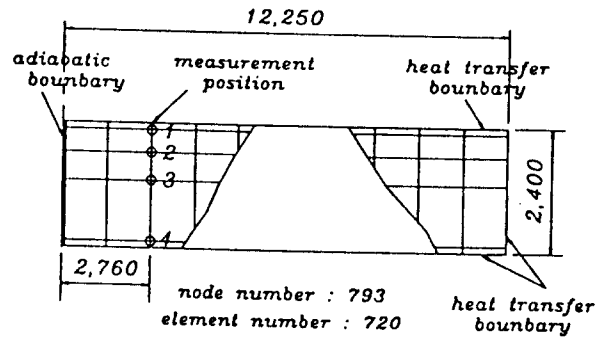


그림 6. 온도해석 모델

가운데 슬래브 두께가 가장 두꺼운 B블록에 대하여 고찰 검토하였다. 온도의 실측 위치는 그림5에 나타나 있다.

4.1.2 온도해석 모델선정 및 상수결정

앞 절에서의 실험과 유사한 경계조건인 그림 6과 같은 경계조건을 가진 이차원 좌표계(z축 방향으로 열흐름이 없다고 가정)를 해석 모델로 선택하였으며 단열온도 상승곡선은 복합모델식을 사용하였다.

각종 실험식을 이용하여 슬래브 하면의 표면방열은 시간과 조건에 따라 조금씩 다르지만, 모든 시간에 슬래브 하면의 표면방열은 $4.8(\text{Kcal}/\text{m}^2 \cdot \text{hr} \cdot ^\circ\text{C})$ 로 하였다. 그리고 슬래브 상면의 표면방열은 시간과 조건에 따라 조금씩 다르지만, 모든 시간에 슬래브 상면의 표면방열은 $7.0(\text{Kcal}/\text{m}^2 \cdot \text{hr} \cdot ^\circ\text{C})$ 로 하고, 주위온도는 슬래브 하면에서 36°C 이고, 슬래브의 상면에서는 29°C 로 일정하다고 가정하였다.

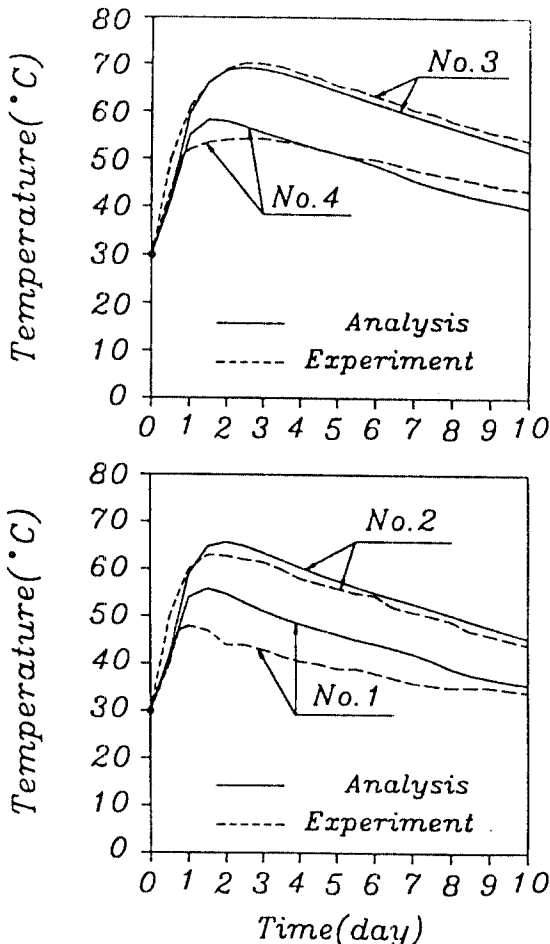


그림 7. 온도결과 비교

4.1.3 온도해석결과와 실험결과와의 비교

그림7에 유한요소 해석결과와 비교하였다. 여기서 슬래브 상부인 NO.1에서는 해석결과가 실험결과보다 크게 나타난다. 이것은 슬래브 상부의 침수양생으로 인하여 외기와의 표면방열이 크게 작용하기 때문으로 보이며, 따라서 정확한 해석을 위해서는 침수양생시 표면 부분에서 공기와의 성층 효과에 의한 표면 방열의 값을 정확히 추정하여야 할 것으로 판단한다. 그리고 하루동안의 외기온도와 표면방열이 조금씩 바뀌기는 하지만 그변화가 미소하므로 NO.4에서는 해석치와 실측치가 근사하다.

슬래브 중앙인 NO.2와 NO.3는 단열온도 상태와 흡사하며, 이는 외기에 의한 영향을 받지 않으므로 거의 실측치와 일치하는 것으로 판단된다.

4.2 크라이프 건조수축 해석과 결과 분석

4.2.1 크라이프와 건조수축영향을 고려한 온도응력해석

(1) 해석모델선정

사용한 해석모델과 해석결과를 나타낼 요소의 위치를 그림8에 나타내었다.

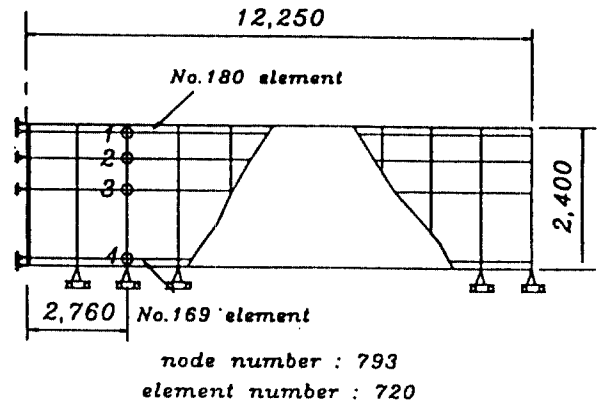


그림 8. 해석 모델

(2) 온도응력의 해석결과와 비교검토

그림9와 그림10은 크라이프와 건조수축을 고려하지 않은 온도응력 해석결과이고 그림11과 그림12는 크라이프만 고려한 온도응력결과이며 그림13과 그림 14는 크라이프와 건조수축을 모두 고려한 온도응력 해석결과이다.

해석결과에서 알 수 있듯이 크라이프에 의한 영향은 응력을 감소시켜 주는 결과를 가져오며, 건조수축에 의한 영향은 무시할 만큼 적을 것이다. 그 원인은 크라이프의 경우 응력의 재분배로 인하여 응력감소 효과가 나타나며, 건조수축의 경우 초기상태의 건조수축 변형률이

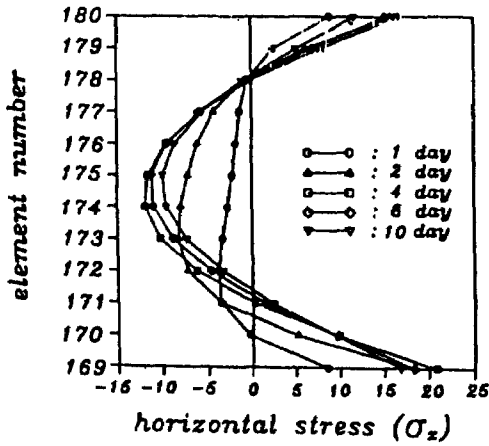


그림 9. 크리이프와 건조수축을 고려하지 않은
용력값 (ACI모델)

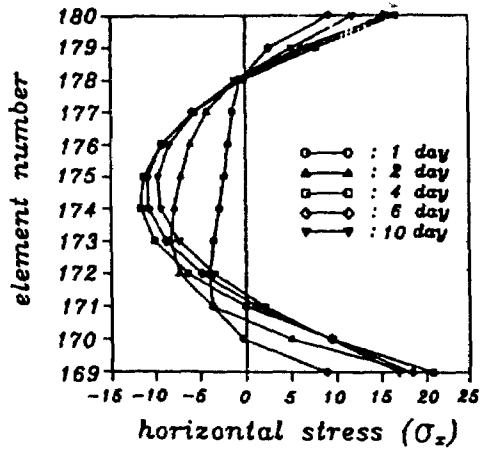


그림 10. 크리이프와 건조수축을 고려하지 않은
용력값 (BP모델)

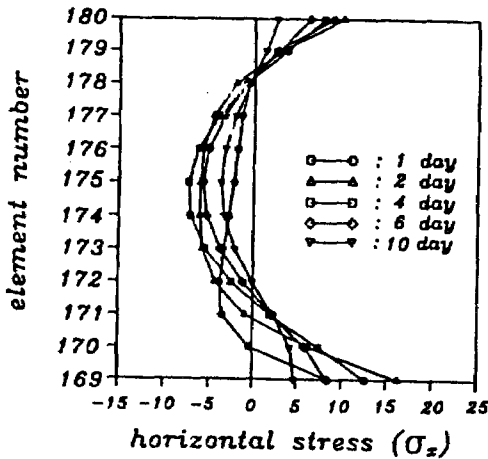


그림 11. 크리이프만 고려한 용력값
(ACI모델)

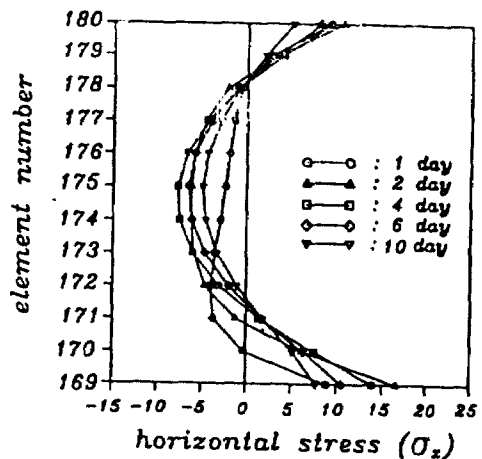


그림 12. 크리이프만 고려한 용력값
(BP모델)

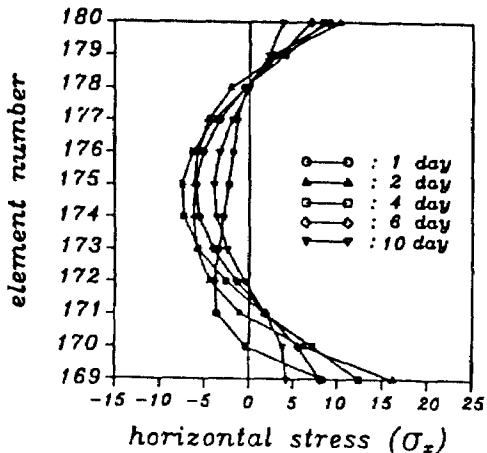


그림 13. 크리이프와 건조수축을 고려한 용력값
(ACI모델)

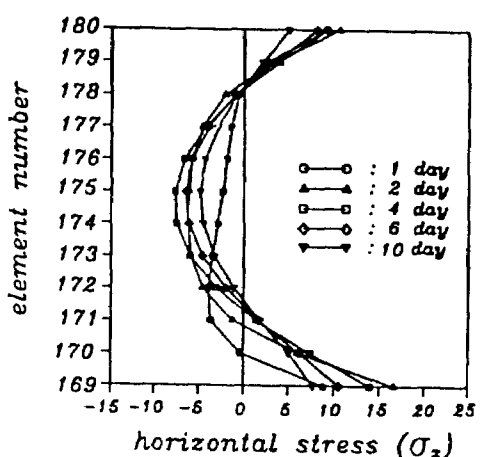


그림 14. 크리이프와 건조수축을 고려한 용력값
(BP모델)

매우 적기 때문이다. 그리고 외기와 접하는 아래 윗부분에서는 인장응력이 발생하며 내부에서는 압축응력이 발생한다. 이때 인장응력 값은 균열이 발생할 만큼 큰 인장응력이 발생된다. 그리고 0-3일까지는 BP모델이 ACI모델보다 조금 큰 응력값을 나타내고 그이후는 비슷한 응력값을 가진다.

5. 결론

온도해석과 크리이프, 건조수축 해석을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 유한요소법을 이용한 온도해석에서 단열상태와 유사한 물체내부에서의 결과는 양호함.
2. 물체 내부에서의 온도이력이 양호한 것으로 보아 복합모델식이 정확한 것으로 사료됨.
3. 물체 표면에서의 결과는 외부조건인 표면방열과 온도변화를 정확히 알 수 있으면 더 정확한 결과를 얻을 수 있을 것이다.
4. 크리이프와 건조수축을 고려한 온도응력 값이 이들 영향을 고려하지 않은 결과 보다 적은 응력값을 나타낸다.
5. 본 연구에서 크리이프와 건조수축 해석에 사용한 구조물은 평면요소 구조물만 생각하였다. 더 많은 대상 구조물에 대해서 적용이 가능한 프로그램의 개발이 필요하다.

참고문헌

1. U.S. Bureau of Reclamation, "Cooling of Concrete Dam Final Reports, Boulder Canyon Project, Part VII-Cement Concrete Investigations, Bulletin 3", U.S. Bureau of Reclamation, 1949, pp.236.
2. McHenry, Douglas, "Measured and computed Temperature of Concrete of Norris Dam", Proceedings ACI vol.34(19-38) pp.117.

3. Widmann, R. : "How to avoid thermal cracking of mass concrete". Quinzieme Congress des Grandes Barrages, Q.57, R.15, 1985, pp. 263-277.
4. Fujisawa, T., Nagayama, i. : "Cause and control of cracks by thermal stress in concrete dams". Quinzieme Congress des Grandes Barrages, Q.57,R.7, 1985, pp. 117-141.
5. Machida, N., Uehara, K. : "Nonlinear thermal stress of massive concrete structure", Computers & Structures, n.1/2, 1987, pp.287-296.
6. 塚山隆一 : "マツシブな鐵筋コンクリートの溫度上昇ならびに溫度 ひび割れに關する基礎研究", 東大學位論文, 昭和 49年 3月
7. 佐藤英明, 佐谷靖朗 : "マズコンクリートの溫度應力に關する 研究", 熊谷技報 第33號, 1983, pp.35-49.
8. Nobuhiro Machida and Kazuo Uehara, "Nonlinear Thermal Stress analysis of a massive concrete structure" Computers & Structures Vol.26, 1987, No.1/2 pp.287-296
9. Bazant, Z.P., "Creep and shrinkage of concrete mathematical modeling," 4th Rilem International Symposium August 26-29, 1980, 86pp.
10. Bazant, Z.P., "Creep and shrinkage of concrete mathematical modeling," 4th Rilem International Symposium August 26-29, 1980, pp.90.
11. O.C.Zienkiewicz and Y.K.Cheung : "Finite Elements in the Solution of Field Problems", the Engineer, Sept.24, 1964.