

# 콘크리트의 연화거동에 관한 수치해석

Numerical Analysis on the Softening  
Behavior of Concrete

진 치 섭\*  
Jin Chi - Sub

엄 장 섭\*\*  
Eum Jang - Sub

김 희 성\*\*\*  
Kim Hee - Sung

○ 배 문 교\*\*\*\*  
Bae Mun - Gyo

## ABSTRACT

Fictitious Crack Model(FCM) is one of the Nonlinear Analysis Method which is presented strictly strain softening phenomena of concrete in the fracture zone. As no stress singularities occur, it is not necessary to use special crack tip elements for this analysis. A special feature of the used method is that it explains not only the growth of existing cracks, but also the formation of new crack, as it is assumed that cracks start forming when the tensile stress reaches  $f_t$ , i.e., the same criterion is used for formation and propagation of cracks.

### 1. 서 론

콘크리트는 재료자체가 고도의 비균질 재료이고, 주위환경의 변화에 민감하므로, 그 역학적 거동은 매우 복잡하다. 따라서 콘크리트의 내부구조를 파악하고, 파괴 메카니즘에 기초한 합리적인 설계법의 제안이 중요한 과제가 되고 있다. 예를 들면 철근 콘크리트 구조물의 설계에 있어서, 소수의 미세한 균열의 진전이 부재의 파괴거동을 지배하기 때문에 이런 국소적 파괴메카니즘의 규명이 중요한 데, 철근콘크리트 구조분야에서 해명되지 않은 문제의 대부분이 이와 관련되어 있다고 볼 수 있다.

위에서 기술한 철근콘크리트 구조물의 국소적 파괴거동의 해석에 있어서도 콘크리트의 내부구조와 파괴 메카니즘을 근거로한 합리적인 모델링이 되면, 수치적으로 파괴거동을 시뮬레이션하고 설계에 응용하는 것이 가능하다. 이러한 목적에 유력한 기법으로 주목받는 것이 파괴역학적 수법이다.

철근콘크리트 구조물에 대한 일반적인 유한요소균열모델에는 이산화균열모델(1)과 분포균

열모델(2)이 있다. 그런데 이산화균열모델은 균열경로의 선택이 물리적이 되지 못하고 균열진전에 따른 요소의 재분할 등의 문제가 있고, 분포균열모델은 요소 재분할과 같은 복잡한 과정을 거치지 않고 균열의 진전을 추적할 수 있으나 단순히 콘크리트의 인장강도기준을 이용하는 결점이 있다.

그러나 콘크리트의 인장시험결과를 보면 최대응력에 도달한 후에 연화현상이 생기는 것을 알 수 있다. 이러한 균열생성 후의 인장연화특성을 파괴에너지를 도입하여 모델링할 수 있는데, 이것이 바로 파괴역학모델이다. 대표적인 파괴역학모델로는 가상균열모델(3)과 균열대모델(4)이 있다.

Hillerborg(3) 등은 콘크리트 파괴거동의 특징인 인장-변형률특성을 고려한 가상균열모델을 제안하고, 동시에 파괴에너지  $G_f$ 를 콘크리트의 재료특성치로서 제안하였다. 건설재료와 구조에 관한 국제적 연구조직인 RILEM에서도 이  $G_f$ 를 재료특성치로서 실험적 및 해석적인 취급법을 제안하고 있다. 따라서, 인장연화특성의 구성법칙인 균열선상의  $\sigma-w$ (응력-절대변위)의 합리적인 모델링방법과 수치해법의 구체적인 제시를 통하여 각 파라메타의 영향을 검토할 필요성이 있다고 생각된다.

본 연구에서는 먼저 콘크리트의 인장시험을 통하여 인장연화특성을 확인하고, 콘크리트의 인장연화( $\sigma-w$ )구성법칙의 합리적인 모델링방법

\* 정희원, 부산대학교 토목공학과 교수

\*\* 부산대학교 토목공학과 조교

\*\*\* 부산대학교 토목공학과 박사과정

\*\*\*\* 부산대학교 토목공학과 석사과정

과 콘크리트의 인장파괴거동을 보다 정확히 나타낼 수 있는 연화법칙을 유한요소 프로그램을 작성하여 해석하고 실험결과와 비교하고자 한다.

## 2. 콘크리트의 인장거동

콘크리트의 연화거동에 기초를 둔 방법을 이용하여, 콘크리트의 인장파괴와 파괴역학적 특성을 규명하기 위해서는, 콘크리트의 인장시험을 통하여 연화현상을 확인할 필요가 있다.

본 실험은 Heilmann et al<sup>(5)</sup>이 실험한 콘크리트의 직접인장시험과 유사한 방법으로 수행하였다. 80×150×600mm인 시편을 사용하였다.

그 결과가 그림 1에 나타나있다. 그림에서 보는 바와 같이 균열이 발생한 게이지의 변형률은, 응력이 최대점에 도달하는 순간에 급격히 증가하는 반면, 파괴영역 밖의 부분의 변형률은 감소함을 알 수 있다.

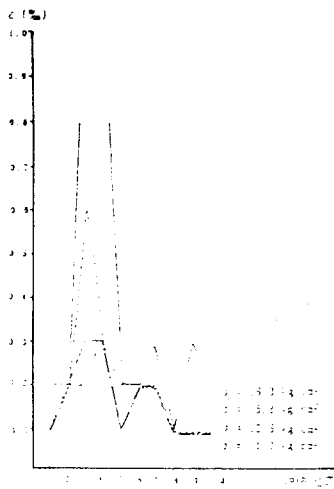
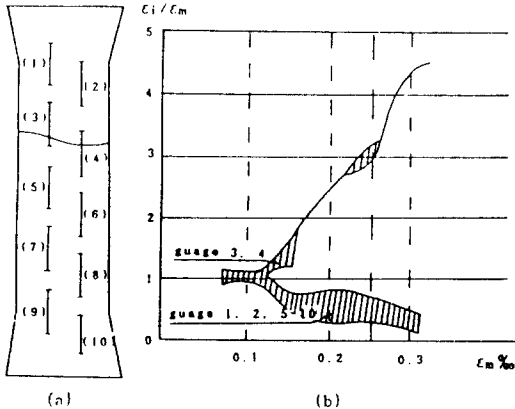


그림 1 (a) 게이지 접촉위치  
(b) 파괴영역내의 게이지변형률과 파괴영역외의 게이지변형률  
(c) 응력수준별 각 게이지의 변형률

인장응력 방향으로 파괴영역의 폭이 좁기 때문에 콘크리트의 인장시험 결과를 그림 2-2와 같이 단순하게 모델링하는 것이 가능하다.

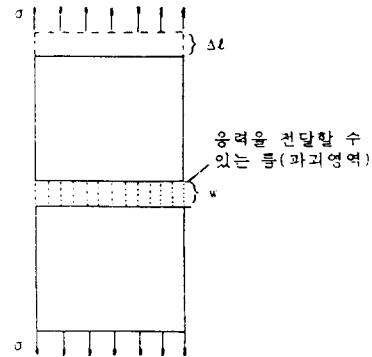


그림 2 콘크리트의 직접인장시험 모델

이 모델에서는, 파괴영역을 응력을 전달할 수 있는 틈으로 대체하고, 이 응력전달 능력을 틈의 폭(w)의 함수로 나타낸 것이다. 따라서 시편의 전체변형량은 다음과 같이 된다.

$$\Delta l = \epsilon_0 l + w \quad (1)$$

여기서  $\epsilon_0$ 는 파괴영역 바깥재료의 변형률이다. 식 (1)에서 시편의 평균변형률은 다음과 같다.

$$\epsilon_m = \epsilon_0 + w/l \quad (2)$$

w는 콘크리트가 인장강도에 도달하기 전에는 0이므로, 응력-변형률 곡선의 증가부에서는 평균변형률은 시편길이와는 무관하다. 그러나 최대응력에 도달한 후에는 파괴영역의 변형이 평균변형률에 영향을 미쳐서 결국 콘크리트의 응력-변형률곡선은 시편길이에 의존하게 된다. 이것은 응력-변형률곡선을 재료성질로 사용하는 것은 적당하지 않음을 의미하는 것이다. 그러므로 콘크리트의 변형특성을 기술하는 적절한 방법은 다음 두가지 관계식을 이용하여야 한다.

첫째는 그림 3(a)와 같이 파괴영역 바깥재료에 대해서는 응력-상대적변형률 곡선을 사용하는 것이고, 둘째는 그림 3(b)와 같이 파괴영역에서는 응력-절대적변형률 곡선을 이용하는 것이다.

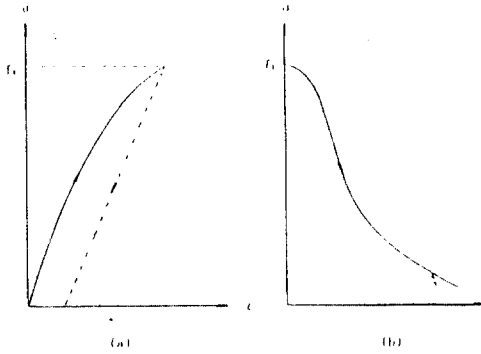


그림 3 a) 파괴영역 밖의 변형성질  
b) 파괴영역 내의 변형성질

### 3. 가상균열모델 및 연화법칙의 정식화

#### 3.1 가상균열모델의 정식화

노치가 있는 탄성 재료는 하중을 받을 때 노치선단 바로 앞에 무한대의 응력이 발생하게 된다. 그러나 콘크리트와 같은 비항복재료는 이러한 무한대의 응력을 받을 수 없기 때문에 노치선단의 바로 앞에 미세균열영역이 발달되어 파괴영역이 응력집중을 크게 감소시키게 된다. 이와같은 파괴영역을 고려하면 선형탄성해보다 응력분포를 보다 실제적으로 기술할 수 있게 된다. 재료에 손상이 생기는 부분, 즉 파괴영역은 부분적으로는 부서지지만 여전히 응력을 전달할 수는 있다.

응력전달능력은 파괴의 국소변형이 증가할 때 즉, 미세균열의 수가 증가함에 따라 감소하게 된다. 이렇게 응력을 전달할 수 있는 균열은 실제의 균열이 아니므로 "가상균열(Fictitious Crack)"이라 하고, 이 가상균열을 도입한 콘크리트의 파괴해석을 Hillerborg<sup>(3)</sup>가 제안하였다. 가상균열모델은 콘크리트에 파괴인성치( $K_c$ ) 대신 파괴에너지( $G_f$ ) 개념을 도입하여, 콘크리트의 변형을 연화현상을 충실히 나타낼 수 있는 일종의 비선형 해석방법이다.

가상균열모델은 해석적인 방법으로는 사용이 불가능하여 보통 유한요소법(Finite Element Method, FEM)을 이용한 수치기법을 사용해야 된다. 유한요소법을 이용할 때, 형성된 파괴영역을 가로질러 작용하는 단합응력(그림 4(a))을 절점력(그림 4(b))으로 대체한다.

또한 균열전파경로는 요소의 변을 따라가는 것으로 제한한다. 물론 이런 힘의 크기는 재료의  $\sigma$ - $w$ 곡선에 의한 "가상균열"의 폭에 좌우된다. 인장강도 또는 다른 파괴기준이 꼭대기 절점에 도달될 때 이 절점은 열리고 이 점에서

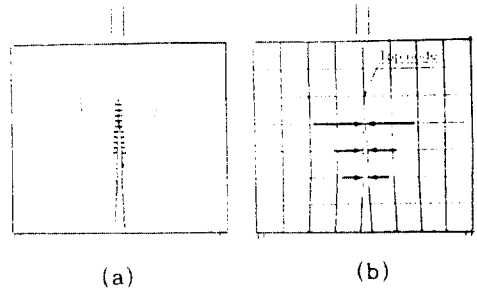


그림 4 (a) 가상균열을 가로지르는 응력  
(b) 절점력으로 대체

균열을 가로질러 힘이 작용하기 시작한다. 이런 방법으로 재료를 통하여 균열성장을 추적하는 것이 가능하다.

노치선단이 절점  $k$ (그림 5)에 있고, 재료가 선형탄성이며 변형이 작다면, 절점 1에서 절점  $n$ 까지의 균열의 넓어짐은 다음과 같은  $n$ 개의 방정식으로 표현된다.

$$\{w_i\} = [F_{ij}]\{P_j\} + \{C_i\}Q + \{D_i\} \quad (3)$$

( $i, j = 1, 2, \dots, n$ )

- 여기서,  $\{w_i\}$  : 절점  $i$ 의 균열폭
- $[F_{ij}]$  : 절점  $j$ 에 단위하중이 작용할 때 구조물의 절점  $i$ 에 있는 균열의 열림으로  $\{P_j\}$ 에 의한 유연도 행렬
- $\{P_j\}$  : 절점  $j$ 에 작용하는 단합력
- $Q$  : 구조물에 작용하는 하중
- $\{C_i\}$  : 단위하중이 작용할 때 절점  $i$ 의 균열의 열림
- $\{D_i\}$  : 구조물의 자중에 의한 절점  $i$ 의 균열의 열림

식(3)의 각 유연도 행렬과 벡타는 선형유한요소법으로 구할 수 있다.

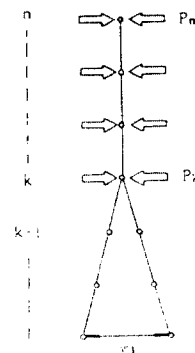


그림 5 가상균열모델의 정식화

노치선단의 절점 k가 콘크리트의 인장강도 ( $f_t$ )에 도달한 후의 인장연화법칙은 다음과 같다.

$$\sigma_i = \sigma_i(w_i) \quad (4)$$

여기서  $\sigma_i = P_i / A_i$

$A_i$  : 절점 i의 지배면적

균열이 진전됨에 따라 식(4)를 식(3)에 대입하면 응력법에 의하여 구조물 전체의 거동을 해석할 수 있다. 또 재하점의 변위는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta = \{B_i\}\{P_i\} + B_c Q + B_D \quad (5)$$

여기서  $\delta$  : 구조물의 재하점의 변위

$\{B_i\}$  : 절점 i에 단위하중이 작용할 때 구조물의 재하점의 변위

$B_c$  : 작용하중이 단위하중일 때 구조물의 재하점의 변위

$B_D$  : 구조물의 자중에 의한 재하점의 변위

위의 상수  $\{B_i\}$ ,  $B_c$ ,  $B_D$ 도 유한요소해석으로 결정된다. 식(3)과 식(5)의 모든 상수에 해당하는 유연도 행렬이나 벡터는 단 한번의 선형 유한요소해석으로 구해지며 하중의 크기에 무관한 점이 계산을 용이하게 한다.

### 3.2 인장연화법칙

식(4)의 인장연화법칙은 다음과 같이 모델링할 수 있다.

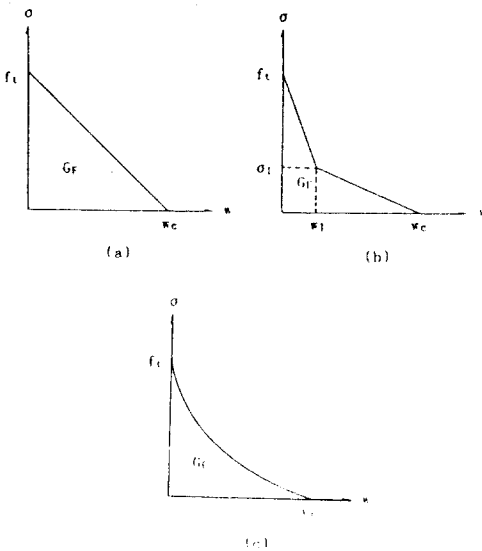


그림 6 (a) 1직선모델  
(b) 2직선모델  
(c) 일반함수모델

본 연구에서는 그림 6(b)의 모델을 사용하기로 한다. 따라서 절점이 인장강도  $f_t$ 에 도달한 후의 연화법칙에 의거한 균열변위의 변화는 다음과 같다.

$0 \leq w \leq w_1$  일 때

$$\sigma = f_t - \frac{f_t - \sigma_0}{w_1} w, \quad w = \frac{w_1}{f_t - \sigma_0} (f_t - \sigma) \quad (6)$$

$w_1 < w \leq w_2$  일 때

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{w_2 - w_1} (w_2 - w), \quad w = w_2 - \frac{w_2 - w_1}{\sigma_0} \sigma \quad (7)$$

$w_2 < w$  일 때

$$\sigma = 0 \quad (8)$$

## 4. 파괴에너지( $G_f$ ) 실험

### 4.1 파괴에너지 측정 실험 방법

콘크리트의 인장시험이나 3점휨시험 결과를 보면 최대응력에 도달한 후 응력은 증가하지 않으나 변형률이 증가하는 인장연화현상이 생기는 것을 알 수 있다. 이러한 인장연화특성을 모델링하기 위하여 Hillerborg<sup>(3)</sup> 등은 파괴에너지( $G_f$ )를 콘크리트의 재료특성치로서 도입하여 가상균열모델을 제안하였다.

파괴에너지는 콘크리트구조물의 취성파괴에 대한 합리적인 예측을 위해 필요한 재료특성치이며, 균열의 한 단위면적을 생성시키는데 필요한 에너지의 양으로 정의된다. 파괴에너지의 측정원리는 정의된 거리로 균열을 전파하게 하고 균열전파로 인한 에너지 소모량을 측정하는 것이다.

본 연구에서는 파괴에너지를 결정하기 위한 방법 중 가장 간단하면서도 안정된 시스템인 3점휨시험에 의하여 하중-처짐곡선을 구하고 이 곡선 아래의 면적으로부터 파괴에너지를 계산하였다. 이 면적은 콘크리트에서 균열이 전파함으로써 소비되는 에너지를 나타내며, 작용된 하중 이외에 콘크리트보의 자중에 의한 영향을 고려하여 콘크리트의 파괴에너지  $G_f$ 를 계산하였다(그림 7). 파괴에너지는 식 (9)와 같이 계산한다.

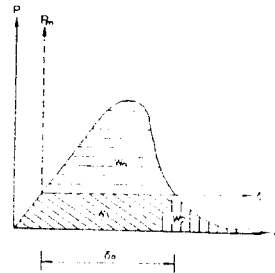


그림 7 3점휨시험에 의한 하중-처짐곡선

$$G_F = \frac{W_0 + mg \cdot \delta_0}{b(d-a)} \quad (9)$$

$$P = P_m + P_1 \quad (10)$$

여기서,  $W_0$  = 하중 - 변위 곡선 아래의 면적  
 $mg$  = 보의 자중,  $\delta_0$  = 최대 변위  
 $W_1 + W_2 = mg \cdot \delta_0$  = 보의 자중에 의한 면적  
 $b$  = 보의 폭,  $d$  = 보의 깊이  
 $a$  = 초기 균열 깊이  
 $P_m$  = 작용하중,  $P_1 = Mg / 2$

하중-처짐 곡선 아래의 면적과 식 (9) 및 식 (10)를 이용하여 구한 파괴에너지는 표 4-1에 나타내었고 평균파괴에너지는 0.163 kg/cm이다.

표 4-1 Fracture Energy

No	$W_0$ [kg·cm]	$mg$ [kg]	$\delta_0$ [cm]	$G_F$ [kg/cm]
4	5.766	21.10	0.175	0.189
5	4.196	21.01	0.160	0.157
8	4.978	20.43	0.157	0.164
10	4.423	20.46	0.140	0.146
평균	4.841	20.74	0.158	0.163

### 5. 수치해석에 및 고찰

본 연구에서는 집중하중을 받는 콘크리트단순보의 파괴영역의 발달, 균열성장의 시작 및 재료를 통하여 균열이 전파되는 상태를 유한요소 프로그램으로 해석하여 콘크리트의 균열전파 특성을 조사하였다. 보의 치수 및 재료특성은 표 5-1 및 표 5-2와 같다.

표 5-1 보의 치수 (cm)

폭(b)	높이(d)	지간(l)	초기노치깊이(a)	a/d
10	10	80	5	0.5

표 5-2 재료특성치

$\sigma_{ck}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	E(kg/cm <sup>2</sup> )	$f_t$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\nu$
230	229,000	30	0.2

그림 8은 실험결과와 직선 및 2직선(1/3, 1/4, 1/5)모델을 이용한 수치해석결과를 나타낸 것이고, 그림 9는 1/3모델을 이용한 수치해석결과와 각 지점에서의 균열경로상의 응력상태를 나타낸 것이다.

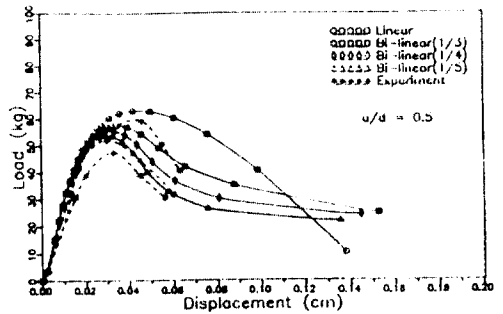


그림 8 실험결과와 수치해석결과와의 비교

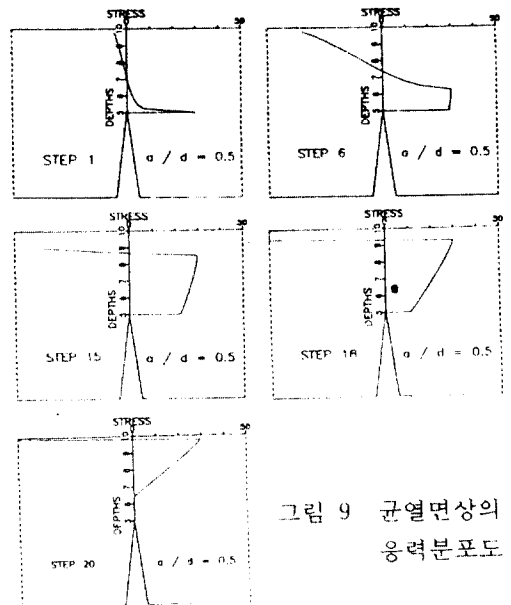
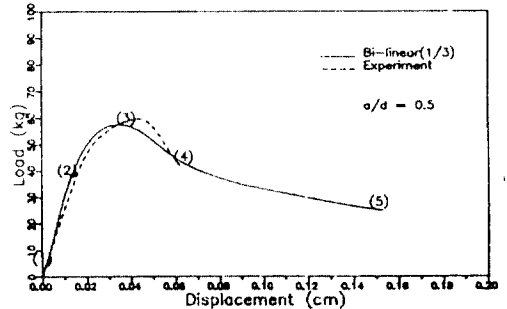


그림 9 균열면상의 응력분포도

## 6. 결 론

본 연구에서는 파괴역학적 수법에 기초한 결합력모델을 콘크리트에 적용하고, 인장파괴거동에 대한 연화구성법칙모델 및 파괴에너지  $G_f$ 를 파라메타 추정수법을 이용하여 검토하였다.

연화구성법칙모델은 bi-linear로 가정하고, RILEM에서 추천한 1/3점 모델을 이용하여 4개의 파라메타  $f_t$ ,  $\sigma_1$ ,  $w_1$ ,  $w_c$ 를 추정하였다. 본 연구에서 얻은 결과를 정리하면 다음과 같다.

1. 직접인장시험으로 콘크리트보의 국소적인 변형에 관한 실제적인 인장연화거동과 파괴역학적 특성을 규명할 수 있었다.
2. 노치가 있는 콘크리트보에 대한 3점침시험으로 재료특성 파라메타인 파괴에너지, 인장강도, 압축강도를 측정하여 유한요소프로그램에 적용, 콘크리트의 파괴영역의 발달과, 균열 진전상태를 파악하여 실험결과와 비교·검토한 결과 비교적 일치함을 알 수 있었다.
3. 콘크리트의 재료특성치를 실험으로 정확하게 산출하면, 수치해석기법을 도입하여 실험치와 근사한 P- $\delta$ 곡선을 구할 수 있고, 이를 적용하여 콘크리트의 파괴거동을 예측할 수 있다.
4. 재하하중에 의한 변위제어의 자동적조절 및 실험장치의 견고함만 보완된다면 정확한 재료특성치를 산정하여 보다 나은 결과를 얻을 수 있다고 본다.

## 참고문헌

- 1) Ngo, D., and Scordelis, A.C. "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams", American Concrete Institute Journal, Vol.64, No.3, pp.152-163, March 1967.
- 2) Rashid, Y.R., "Analysis of Prestressed Concrete Pressure Vessels", Nuclear Engng. and Design, Vol.7, No.4, pp.334-344, 1968
- 3) Hillerborg, A., Modeer, M. and Petersson, P.E., "Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by means of Fracture Mechanics and finite elements", cement and concrete research, Vol.6, pp.773-782, 1976.
- 4) Bazant, Z.P. and L. Cedolin., "Blunt crack band propagation in finite element analysis.", J. of Engineering Mechanics Division, Vol 105, No. EM 2, pp.297-315. 1979

- 5) Heilmann, H.G., H.H. Hilsdorf and K Finsterwalder., "Festigkeit und Verformung von Beton unter Zugspannungen.", Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 203, W. Ernst & Sohn, Berlin (in German). 1969
- 6) Petersson, P. E., "Crack Growth and Development of Fracture Zones in Plain Concrete and Similar Materials", Report TVBM - 1006, Division of Building Materials, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, pp.1-174, 1984.