전기절연재료의 수명진단에 관한 수학적 모델에 관한 연구

박 홍 태 * · 이 태 식 · 김 희 대 · 이 규 철 · 이 종 호

울산대학교 전기공학과

A Study on the Mathematical Model for Life Diagnosis of Electrical Insulating Materials

Park, Hong-Tae* · Lee, Tae-Sik · Kim, Hie-Dae · Lee, Kyu-Chul · Lee, Jong-Ho

Dept. of Electrical Engineering, University of Ulsan

- ABSTRACT -

This paper describes a life expectation of electrical insulating materials using a mathematical model. The mathod simultaneously uses the maximum likelihood estimation and the Newton-Raphson method. By using these method, we will reduce time and costs in voltage-life aging test.

1. 서 론

최근 무보수, 무점검이 요구됨에 따라 절연에 관한 높은 신뢰성이 요구되는 실정이다. 이로인해 각종 열화요인에 대해 수명과 관련된 연구가 확대되고 있다. 일반적으로 절연재료는 사용되는 용도와 조건에 따라 전기적, 열적, 전기 · 열적 복합스트레스, 기계적 및 환경적 열화를 받는다. 이러한 열화요인에는 전기에 의해 발생하는 전압, 부분방전, 서지(surge)침입, 전류에 의한 주울열, 기계적 진동, 습기, 화학약품 등 다양한 형태로 나타난다.[1]

일반적으로 절연재료의 수명모델은 인가 스트레스에 따른 시간의 변화특성을 고찰함으로서 연구될 수 있고,[2] 수명모델에 사용된 파라메타는 절연재료의 특성과 절연시스템의 설계에 중요한 성질로서 주어진다.[3]

본 연구에서는 절연 열화실험중에서 전기적 스트레스하에서의 절연재료에 관한 수명모델을 제시하고자 한다. 그리고 이러한 수명모델을 기초로 하여 컴퓨터 시뮬레이션을 행하고, 이 결과들을 분석, 검토, 고찰함으로서 절연재료의 수명모델에 관한 이론적인 배경을 확립시키고자 한다.

2. 수학적 모델

절연재료의 수명진단에 관한 수학적 모델은 다음과 같은 세가지 조건을 가정하여 설명될 수 있다.

조건 1 : 절연재료의 수명시간은 다음과 같은 Weibull 분포함수로 표현될 수 있다.[4]

$$F(t) = 1 - \exp[-(t/\alpha)^{\beta}] \tag{1}$$

여기서 α는 척도(scale) 파라메타, β는 형태(shape) 파라메타를 나타낸다.

조건 2 : 평균수명시간 L_m과 인가전압 스트레스 V는 경계전압(threshold voltage) V_0를 가진 역전력 모델(inverse power model)로 표현될 수 있다.

$$L_m = K(V-V_0)^{-n} \tag{2}$$

여기서, K는 n은 상수이고, V_0는 경계전압을 나타낸다.

조건 3 : Weibull 분포함수에서 형태파라메타 β의 값은 일정하고 인가전압 스트레스 V에는 무관하다.

이상의 세가지 조건의 가정을 사용해서 인가전압 스트레스 V 하에서 시간 t에 따른 Weibull 분포함수를 얻을 수 있다.[5]

$$F(t) = 1 - \exp[-\{(K(V-V_0))^{n} t\}^{\beta}] \tag{3}$$

3. 수명예측

식(3)에 나타난 미지의 파라메타 β, n, K, V_0는 MLE(Maximum Likelihood Estimation)법을 사용해서 구할 수 있다. 이러한 파라메타를 구하기 위한 MLE법은 매우 복잡하기 때문에 컴퓨터 시뮬레이션이 필수적이다. 일반적으로 최대가능(maximum likelihood) 방정식은 비선형 방정식이기 때문에 Newton-Raphson법(NRM) 또는 그와 유사한 방법으로 파라메타

를 구해야만 한다. 비선형 최대가능 방정식을 풀기 위해서 NRM을 사용한다면 추정치(estimates) 뿐만 아니라 대수가능(logarithmic likelihood) 함수를 사용함으로서 추정치의 변화를 알 수 있다.

3.1 시뮬레이션

전압 스트레스 $V_i(i=1,\cdots,m)$, 시간 $t_{ij}(j=1,\cdots,m_{0i})$, 열화 분리시간(aging truncation time)을 T_i 그리고 실험횟수를 m_{1i}라 하면 가능함수 L은 다음식으로 나타난다.

$$L = \prod_{i=1}^{m} \left[\left\{ \prod_{j=1}^{m_{0i}} f(t_{ij}) \right\} \left\{ \prod_{j=1}^{m_{1i}} (1-F(T_i)) \right\} \right] \quad (5)$$

Weibull 분포함수를 사용해서 밀도함수를 구하면 다음과 같은 식이 된다.

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \frac{\beta}{t} \left[\{ K(V-V_0) \}^n t \right]^{\beta} \cdot \exp\left[- [\{K(V-V_0)\}^n t]^{\beta} \right] \quad (6)$$

식(6)에서 β, n, K, V_0 대신에 $\theta_s(s=1,2,3,4)$를 사용하고, 참값과 최대가능 추정인자(maximum likelihood estimator)를 각각 $\tilde{\theta}_s$ 와 $\hat{\theta}_s$로 정의하면 $\hat{\theta}_s$는 다음과 같은 식을 구함으로서 얻어진다.

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_s} = 0 \qquad (s=1,2,3,4) \quad (7)$$

식(7)에서 추정인자의 변화를 알기 위해서 대수가능 방정식을 사용하면 식(7)은 다음과 같은 식이 된다.

$$\frac{\partial \log L}{\partial \theta_s} = 0 \qquad (s=1,2,3,4) \quad (8)$$

식(8)은 Newton-Raphson 반복법[6,7,8]을 사용해서 풀 수 있다. θ, A, B, δ를 다음과 같이 정의하면

$$\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)^T \quad (9)$$

$$A = (a,b,c,d) = -\left[\frac{\partial \log L}{\partial \theta_s \partial \theta_t} \right] \quad (10)$$

$$\theta_1=a,\ \theta_2=b,\ \theta_3=c,\ \theta_4=d$$

$$B = (a,b,c,d) = -\left[\frac{\partial \log L}{\partial \theta_s} \right] \quad (11)$$

$$\theta_1=a,\ \theta_2=b,\ \theta_3=c,\ \theta_4=d$$

$$\delta = (\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4)^T = (\theta_1-\theta_1,\ \theta_2-\theta_2,\ \theta_3-\theta_3,\ \theta_4-\theta_4)^T \quad (12)$$

이 된다. 여기서 T는 벡터의 전위(transposition)를 나타낸다. 식(8)을 Taylor 급수로 전개하면

$$B(\theta) \cong B(\underline{\theta}) + A(\underline{\theta})\delta \quad (13)$$

여기서 $\underline{\theta}$는 θ의 초기값을 나타낸다. 만약 식(13)에서 $B(\theta)=0$라 가정한다면 식(9)와 동일한 식이 된다. 그러므로 δ는 다음과 같은 선형 방정식을 풀이함으로서 얻어진다.

$$A(\underline{\theta})\delta = -B(\underline{\theta}) \quad (14)$$

새로운 $\bar{\theta}_s$를 초기 $\underline{\theta}_s$에 대치해서 식(14)를 반복 실행함으로서 최대가능추정(maximum likelihood estimates)을 얻을 수 있다. 여기서 θ_s=initial$\theta_s+\delta_s$로 나타내어 지고, 이 반복은 $\max(|\delta_s/\theta_s|) < \varepsilon$를 만족할 때 까지 반복 실행된다. 여기서 ε는 작은 양의 실수이다.

다음으로, $\nu(\theta)$를 다음과 같이 정의하면

$$\nu(\theta) = (\nu_{st}(\theta)) = A^{-1}(\theta) \quad (15)$$

로 된다. 그래서 $\nu_{ss}(\hat{\theta})$로 추정치 $\hat{\theta}_s$의 변화를 알 수 있다.

결과적으로 주어진 전압 스트레스 V하에서 추정수명시간 $\tau_x(V)$와 주어진 시간 τ_x하에서 추정운전전압 $V(\tau_x)$를 구할 수 있다.

$\tau_x(V)$와 $V(\tau_x)$를 구하기 위해서 θ의 함수로서 확률변수 g 즉, $g(\theta)$를 정의하면 $g(\theta)$는 Taylor의 급수로 전개될 수 있다.

$$g(\theta) = g(\hat{\theta}) + \sum_{s} \frac{\partial}{\partial \theta_s} g(\hat{\theta})(\theta_s - \hat{\theta}_s) \quad (16)$$

만약 실험시편의 수가 매우 많다면 MLE의 점근이론에 따라서 $E(\hat{\theta})=\theta$는 유효하고, 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$E\{g(\theta)\} = g(\theta) \quad (17)$$

여기서 $E(\cdot)$는 기대치(expectation)을 나타낸다. 만약 $g(\theta)$의 변화 $var\{g(\theta)\}$는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있고, 이 식은 θ에 관한 추정인자의 함수를 응용할 수 있기 때문에 매우 중요한 식이다.

$$\mathrm{var}\{g(\theta)\} \approx \sum_{s}\sum_{t}\left[\frac{\partial}{\partial\theta_s}g(\theta)\right]\left[\frac{\partial}{\partial\theta_t}g(\theta)\right]v_{st} \quad (18)$$

$g(\theta)$를 평균 수명시간 μ, 평방편차 σ^2 그리고 주어진 전압 스트레스하에서 x% 열화시간 $\tau_x(V)$에 적용하면 각각의최대가능 추정인자 $\hat{\mu}$, $\hat{\sigma}^2$, $\hat{\tau}_x(V)$를 구할 수 있다.

$$\hat{\mu} = \{\hat{K}(V-\hat{V}_0)\}^{-\hat{n}} \cdot \Gamma(1+1/\hat{\beta}) \quad (19)$$

$$\hat{\sigma}^2 = [\{\hat{K}(V-\hat{V}_0)\}^{-\hat{n}}]^2\{\Gamma(1+1/\hat{\beta})\} - \Gamma^2(1+1/\hat{\beta}) \quad (20)$$

$$\hat{\tau}_x = \exp[(1/\hat{\beta})\log\log(1/(1-x/100)) - \log(\{\hat{K}(V-\hat{V}_0)\}^{\hat{n}}] \quad (21)$$

그리고 시간 τ_x전압 스트레스 $V(\tau_x)$의 추정인자 $\hat{V}(\tau_x)$는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\hat{V}(\tau_x) = \exp[\{1/(\hat{\beta}\hat{n})\}\log\log(1/(1-x/100)) - \log\hat{K} - (1/\hat{n})\log(\tau_x)] \quad (22)$$

이러한 수학적인 관계를 흐름도로 나타내면 다음과 같다.

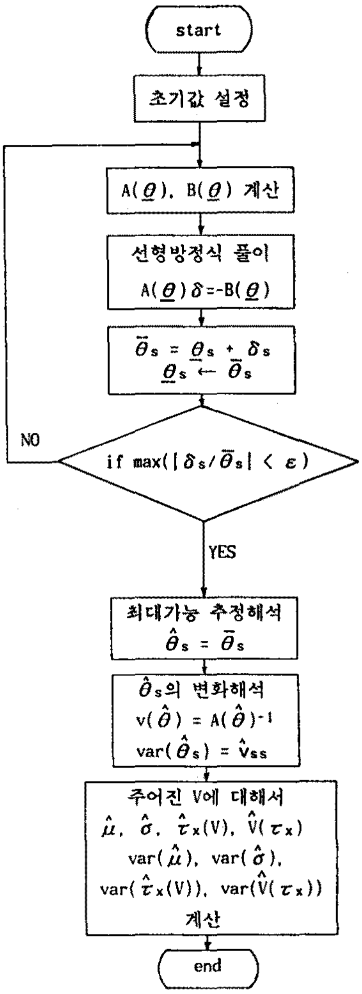

그림 1. 흐름도

Fig. 1. Flow Chart

4. 시뮬레이션 결과 및 검토

표 1은 위에서 언급한 수학적 모델을 기초로 하여 시뮬레이션을 통해 Weibull 분포함수에 사용된 파라메타에 대한 결과를 나타낼 수 있다. 이러한 파라메타들은 절연시스템의 설계를 목적으로 어떠한 온도에서 경계전압을 추정하는데 중요한 인자로 작용한다.[2]

표 1. Weibull 분포함수의 파라메타

Table 1. Parameters of Weibull distribution function

i	j	$\hat{\beta}$	$\hat{n}$	$\hat{K}$	$\hat{V}_0$
1	1	2.13	1.60	0.0119	2.78
1	2	2.13	1.60	0.0119	2.78
1	3	2.09	1.60	0.0119	2.79
1	4	2.08	1.61	0.0119	2.79
2	1	1.97	1.59	0.0119	2.78
2	2	1.97	1.50	0.0119	2.80
2	3	2.11	1.62	0.0123	2.76
2	4	2.10	1.62	0.0123	2.76
3	1	2.08	1.63	0.0124	2.75
3	2	2.07	1.63	0.0124	2.75
3	3	2.06	1.65	0.0123	2.75
3	4	1.94	1.63	0.0126	2.73
4	1	2.10	1.60	0.0121	2.74
4	2	2.07	1.61	0.0121	2.74
4	3	2.06	1.61	0.0119	2.74
4	4	2.05	1.60	0.0119	2.74
5	1	2.02	1.60	0.0119	2.74
5	2	1.95	1.60	0.0119	2.77
5	3	1.94	1.62	0.0119	2.77
5	4	1.94	1.62	0.0119	2.77

5. 결 론

본 논문의 결과에서 나타난것과 같이 절연재료의 수명진단은 수학적인 모델을 사용한 컴퓨터 시뮬레이션을 통해서 손쉽게 절연재료의 수명을 예측할 수 있고, 이로인해 실험에 소요되는 시간과 경비를 줄일 수 있다고 생각한다. 향후 절연재료의 수명진단에 있어 이론적인 결과와 실험을 통한 결과를 비교, 분석함으로서 보다 나은 절연재료의 수명을 진단할 수 있으리라 생각한다.

- 참고문헌 -

[1] E.L.Brancato, "Insulating aging a historical and critical review", IEEE Trans. on Electrical Insulation, Vol. EI-13, No. 4, 1978

[2] G.C.Montanari, "Electrical life threshold models for solid insulating materials subjected to electrical and multiple stresses", IEEE Trans. on Electrical Insulation, Vol. 27, pp. 974-986, 1992