

# 축소차원 EKF를 이용한 유도전동기의 속도 센서없는 벡터제어에 관한연구

이 현 일 \* 김 영 식  
인하대학교 전기공학과

## A Speed Sensorless Vector Control of Induction Motor Using Reduced-Order EKF

Lee Hyun-Il Kim Young-Seok  
Dept. of Electrical Engineering., INHA Univ.

### Abstract

The necessary parameter and states for the field-oriented control scheme of induction motor have been correctly estimated by EKF (Extended Kalman Filter).

In this paper, Reduced-Order EKF (Extended Kalman Filter) is proposed to estimate rotor speed and rotor flux. It is profitable in the implementation of field-oriented control scheme rather than Full-Order EKF because of saving operational quantity. The simulation results show that the proposed Reduced-Order EKF is excellent performance.

### 1. 서론

최근 교류전동기를 이용한 가변속 구동에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다.

특히, 구조가 간단하며 견고한 유도전동기를 이용하여 순시 토오크를 제어할 수 있게하는 벡터제어 이론의 도입과 고속의 전력용 반도체 소자의 개발, 고기능의 디지털 프로세서의 발달로 유도전동기 순시 토오크 제어의 실현이 가능하게 되었다. 그러나, 유도전동기의 벡터제어를 수행하기 위해서는 2차자속의 위치와 회전자 속도에 관한 정보가 필수적이며, 2차자속에 관한 정보는 홀스자를 이용하여 직접 검출할 수 있으나 전동기에 특별한 가공이 필요하고, 검출된 정보는 센서 자체의 정밀도와 측정잡음에 영향을 받는다는 문제점이 있다. 또한 회전자속도에 관한 정보는 엔코더나 레졸버를 이용하여 검출할 수 있으나 경제적인 측면 이외에도 전동기와외의 커볼링이 어렵고 설치환경에 민감하며 고속구동시 고정도의 분해능을 기대할 수 없다는 단점을 갖고 있었다. 이러한 단점을 개선하기 위하여 2차자속에 관한 정보는 자속센서 대신 축소차원 옵저버나 동일차원 옵저버를 구성하여 2차속 자속을 추정하는 방법이 제안되었다<sup>[1]</sup>. 또한, 속도센서를 사용하지않고 회전자속도에 관한 정보를 얻는 방법으로 회전자 속도에 관한 항을 포함하고 있지않은 유도전동기의 전압모델을 규범모델로하고 전류모델을 가조절모델로 하여 두 모델 사이의 오차를 이용한 적응 조정칙을 통하여 속도를 추정하는 MRAS(Model Reference Adaptive System)가 제안되었다<sup>[2]</sup>. 그러나 이상의 시스템들은 측정잡음이나 시스템잡음을 고려하지 않았기 때문에 이들 잡음에 민감하게 되며, 또한 실제의 파라메타를 사용할 수 없는 경우 정확한 추정치를 얻을 수 없다는 단점을 갖고 있다. 따라서 최적필터의 성격을 갖는 칼만 필터를 이용하여 측정잡음과 시스템잡음에 대한 추정오차의 분산을 최소화하여 잡음 환경하에 놓인 시스템의 상태변수를 추정하는 방법이 제안되고 있다<sup>[3][4][5]</sup>. 이들 대부분의 EKF는 상태방정식이 동일차원으로

구성되어 있어서 상태변수를 추정하기 위해서는 연산량이 많아진다는 단점이 있다. 이러한 이유로 본 논문에서는 유도전동기의 상태방정식으로 1차전류는 측정치를 이용하며 2차자속과 회전자속도만을 상태변수로 취급하여 상태변수를 추정하는 축소차원 EKF를 설계하였고, 이를 이용하여 잡음의 영향을 억제한, 강인한 속도 센서없는 벡터제어계를 구성하였다. 또한, 컴퓨터 모의실험을 수행하여 제안한 축소차원 EKF를 이용한 속도센서없는 벡터제어계의 실현에 관한 타당성을 확인하였다.

### 2. 본론

#### 2-1. 유도전동기의 상태방정식 및 이산화

본 논문에서는 축소차원 EKF에 의해 추정된 2차속 자속과 회전자 속도를 이용하여 속도센서없는 직접형 벡터제어를 행하기위하여 속도센서없는 벡터제어계를 그림 1.과 같이 구성하였다.

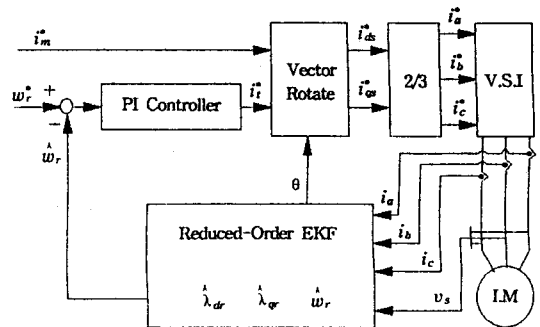


그림 1. 벡터제어 시스템 블럭도

유도전동기의 상태변수를 고정자속을 기준으로 한 1차속전류와 2차속자속으로 상태방정식과 출력방정식을 나타내면 식(1)과 식(2)로 표현 할 수 있다.

$$\dot{X} = A X + B U \quad \text{-----(1)}$$

$$Y = C X \quad \text{-----(2)}$$

여기에서

$$X = [ i_{ds} \ i_{qs} \ \lambda_{dr} \ \lambda_{qr} ]^T$$

$$Y = [ i_{ds} \ i_{qs} ]^T$$

$$U = [ v_{ds} \ v_{qs} \ 0 \ 0 ]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

$$B = \frac{1}{\sigma L_s}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = a_{22} = -\left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r(1-\alpha)}{\sigma L_r}\right)$$

$$a_{12} = a_{21} = a_{32} = a_{41} = 0$$

$$a_{13} = a_{24} = \frac{M R_r}{\sigma L_s L_r^2}$$

$$a_{14} = -a_{23} = \frac{w_m M}{\sigma L_s L_r}$$

$$a_{31} = a_{42} = \frac{M R_r}{L_r}$$

$$a_{33} = a_{44} = -\frac{R_r}{L_r}$$

$$a_{34} = -a_{43} = w_m$$

$$\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r}$$

이상의 시스템을 관란 필드에 적용하기 위해서 연속 시간 미분 형태의 상태방정식을 테일러 근사화에 의해 이산화된 모델로 변경한다.

식(1)을 이산화한 모델은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$X(k+1) = F(k) X(k) + G(k) U(k) \quad \text{----(3)}$$

여기에서

$$F(k) = \exp^{A(k) \Delta t} \quad \text{----(4)}$$

$$G(k) = \int_0^{\Delta t} \exp^{A(k) \nu} B \, d\nu \quad \text{----(5)}$$

이때  $\Delta t$  는 샘플링 시간이며 만일 이 값이 매우 작다면 급수 전개상의 3항 이상을 무시하여 다음과 같이 근사화할 수 있다.

$$F(k) \approx I + A(k) \Delta t \quad \text{----(6)}$$

$$G(k) \approx B(k) \Delta t \quad \text{----(7)}$$

단, I는 단위행렬이다.

## 2-2. 축소차원 EKF

앞절에서 구한  $F(k)$ 와  $G(k)$ 를 이용하여 이산화한 상태방정식을 식(8)로 표현하였다.

$$\begin{bmatrix} i_s(k+1) \\ \lambda_r(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s(k) \\ \lambda_r(k) \end{bmatrix} + G \begin{bmatrix} v_s(k) \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{----(8)}$$

측정해서 사용할 수 있는 1차속 전류  $i_s$ 를 제외하고 2차 자속성분과 회전자속도를 상태변수로 해서 자속과 속도를 추정할 수 있도록 상태방정식을 다시 세운다. 이때, 회전자 속도는 샘플링 시간 내에는 변동하지 않는다는 가정하여  $w_m(k+1) = w_m(k)$ 라고 한다.

식(8)로부터

$$\lambda_r(k+1) = F_{22} \lambda_r(k) + [F_{21} i_s(k)] \quad \text{----(9)}$$

$$[i_s(k+1) - F_{11} i_s(k) - G v_s(k)] = F_{12} \lambda_r(k) \quad \text{----(10)}$$

식(9)에 상태변수  $w_m$ 을 부가해서 상태방정식은 식(11)로 출력방정식은 식(12)로 표현가능하다.

$$\begin{bmatrix} \lambda_r(k+1) \\ w_m(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{22} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_r(k) \\ w_m(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{21} i_s(k) \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{----(11)}$$

$$[i_s(k+1) - F_{11} i_s(k) - G v_s(k)] = [F_{12} \ 0] \begin{bmatrix} \lambda_r(k) \\ w_m(k) \end{bmatrix} \quad \text{----(12)}$$

새롭게 부가된 상태변수  $w_m$ 은 부분행렬(submatrix)  $F_{12}$ 와  $F_{22}$ 에 포함된 항이므로 전체 시스템은 비선형이 되며 비선형 상태공간 모델을 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$\xi(k+1) = f(\xi(k), u(k)) + \omega(k) \quad \text{----(13)}$$

$$z(k) = h(\xi(k)) + v(k) \quad \text{----(14)}$$

단

$$\xi = \begin{bmatrix} \lambda_{dr}(k) \\ \lambda_{qr}(k) \\ w_m(k) \end{bmatrix}$$

$$z(k) = [i_s(k+1) - F_{11} i_s(k) - G v_s(k)]$$

$$\omega(k) = [\omega_1(k) \ \omega_2(k) \ \omega_3(k)]^T$$

$$v(k) = [v_1(k) \ v_2(k)]^T$$

여기에서  $\omega(k)$ 와  $v(k)$ 는 식(15),(16),(17)의특성을 가진 시스템잡음과 측정잡음 이다.

$$E(\omega_i) = 0, \quad E(v_i) = 0 \quad \text{----(15)}$$

$$E(\omega_i \omega_j^T) = Q \delta_{ij}, \quad E(v_i v_j^T) = R \delta_{ij} \quad \text{----(16)}$$

$$E(\omega_i v_j^T) = 0 \quad \text{----(17)}$$

단,  $\delta_{ij}$  = Kronecker Delta

Q와 R은 각각 시스템잡음과 측정잡음의 공분산율 나타낸다.

## 2-3. EKF 알고리즘

식(13)과 (14)로부터 상태방정식과 출력방정식을 전개하여 식(19)-(23)으로 표현하였다.

$$\begin{aligned} \xi(k+1) &= [\xi_1(k+1) \ \xi_2(k+1) \ \xi_3(k+1)]^T \\ &= [\lambda_{dr}(k+1) \ \lambda_{qr}(k+1) \ w_m(k+1)]^T \quad \text{----(18)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi_1(k+1) &= (1 - \frac{R_r \Delta t}{L_r}) \xi_1 - \xi_3 \xi_2 \Delta t + \frac{M R_r \Delta t}{L_r} i_{ds}(k) \\ &\quad + \omega_1(k) \quad \text{----(19)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi_2(k+1) &= \xi_1 \xi_3 \Delta t + (1 - \frac{R_r \Delta t}{L_r}) \xi_2 + \frac{M R_r \Delta t}{L_r} i_{qr}(k) \\ &\quad + \omega_2(k) \quad \text{----(20)} \end{aligned}$$

$$\xi_3(k+1) = \xi_3 + \omega_3(k) \quad \text{----(21)}$$

$$z_1(k) = \frac{M R_r \Delta t}{\sigma L_s L_r^2} \xi_1 + \frac{M \Delta t \xi_3}{\sigma L_s L_r} \xi_2 + v_1(k) \quad \text{----(22)}$$

$$z_2(k) = -\frac{M \Delta t \xi_3}{\sigma L_s L_r} \xi_1 + \frac{M R_r \Delta t}{\sigma L_s L_r^2} \xi_2 + v_2(k) \quad \text{----(23)}$$

식(24),(25)의 예측항, 식(26)의 관란 이득항 그리고 식(27),(28)의 추정항으로 구성된 EKF 알고리즘을 반복적으로 이용하여 추정하고자하는 상태변수  $\xi$ 를 추정하였다.

$$\hat{\xi}(k+1/k) = f(\hat{\xi}(k/k), u(k)) \quad \text{----(24)}$$

$$P(k+1/k) = \Gamma(k)P(k/k)\Gamma^T(k) + Q \quad \text{---(25)}$$

$$K(k+1) = P(k+1/K)\Delta^T(k) [ \Delta(k)P(k+1/k)\Delta^T(k) + R ]^{-1} \quad \text{---(26)}$$

$$P(k+1/k+1) = P(k+1/k) - K(k+1)\Delta(k)P(k+1/k) \quad \text{---(27)}$$

$$\hat{\xi}(k+1/k+1) = \hat{\xi}(k+1/k) + K(k+1) [ z(k+1) - h(\hat{\xi}(k+1/k)) ] \quad \text{---(28)}$$

$\Gamma$  와  $\Delta$ 는 다음과 같다.

$$\Gamma = \left. \frac{\partial f(\xi(k), u(k))}{\partial \xi_i} \right|_{\hat{\xi}(k/k)}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 1 - \frac{R_r}{L_r} ts & -ts \hat{\xi}_3 & ts \hat{\xi}_2 \\ ts \hat{\xi}_3 & 1 - \frac{R_r}{L_r} ts & ts \hat{\xi}_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{---(29)}$$

$$\Delta = \left. \frac{\partial h(\xi(k))}{\partial \xi_i} \right|_{\hat{\xi}(k/k)}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} \frac{M R_r}{\sigma L_s L_r^2} ts & \frac{M \hat{\xi}_3}{\sigma L_s L_r} ts & \frac{M \hat{\xi}_2}{\sigma L_s L_r} ts \\ -\frac{\hat{\xi}_3 M}{\sigma L_s L_r} ts & \frac{M R_r}{\sigma L_s L_r^2} ts & -\frac{\hat{\xi}_1 M}{\sigma L_s L_r} ts \end{bmatrix} \quad \text{---(30)}$$

#### 2-4. 모의실험

앞절에서 제안한 속도센서없는 직접형 벡터제어의 타당성을 검토하기 위하여 컴퓨터 모의실험을 수행하였다. 백색잡음은 평균이 영이며 일정 공분산을 갖는 랜덤함수를 발생하여 이용하였다.

그림2는 속도응답을 보기 위하여 0.4초 간격으로 500rpm, 1000rpm, 500rpm, 0rpm의 스텝함수 지령치를 주었을 경우의 파형이다. 과도상태에서는 실제속도와 추정속도가 수 rpm 정도의 오차를 갖고있으나, 정상상태에서는 오차가 0.5% 이내로

양호한 추정성능을 보이고 있다. 그림3과 그림4는 각각 d축과 q축의 자속을 나타내고 있으며 속도 가변시를 제외하고는 실제자속과 일치함을 보이고 있다. 그림5는 측정된 1차속 d축 전류이다. 그림6은 500rpm의 속도로 운전하는 중에 -500rpm의 지령치를 주었을 경우의 파형이다. 그림 7과 8은 역회전시의 d축과 q축의 실제자속과 추정자속을 나타낸 파형이며 오차가 거의없이 추정함을 보이고있다. 그림9는 역회전시의 1차속 실제전류 파형이다. 그림10은 저속영역(80rpm)에서 속도 추정 결과를 나타낸다.

### 3. 결론

본 논문에서는 1차속 전류는 측정된 값을 사용하고, 2차속 자속과 회전자 속도를 상태변수로한 축소차원 EKF를 제안하였다. 컴퓨터 모의실험 결과 제안한 축소차원 EKF는 양호한 추정 성능을 보이고 있으며, 추정한 속도와 자속을 이용한 속도 센서없는 벡터제어 실현에 대한 가능성을 확인하였다. 추후 과제로 실험을 통하여 제안한 이론의 타당성을 입증하고자 한다.

### 참고문헌

- [1] 堀洋一, "誘導電動機の磁束オブザーバに関する制御理論的考察", 電學論 Vol.119-B, 1986, pp 1001-1008.
- [2] 久保田, "適應二次磁束オブザーバを用いた誘導電動機の速度センサレス直接形ベクトル制御", T. IEE Japan, Vol. 111-D, No. 11, 1991, pp 954-960.
- [3] A. Dell Aquila, "Induction Motor Parameter Estimation Via EKF", EPE FIRENZE, 1991, pp 543-549.
- [4] Young-Real Kim 외2인, "Speed-Sensorless Vector Control of an Induction Motor Using an Extended Kalman Filter", IIEE 1992, pp 594 - 599.
- [5] Capolino G.A. 외 1인 "Extended Kalman Observer for Induction Machine Rotor Currents", EPE FIRENZE, 1991, pp 672-677.

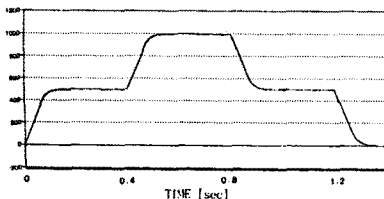


그림 2-1. 실제속도와 추정속도

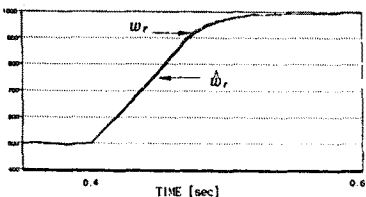


그림 2-2. 피데해서 나타난 실제속도와 추정속도

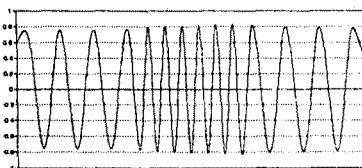


그림 3. 2차속 실제자속과 추정자속 (d축)

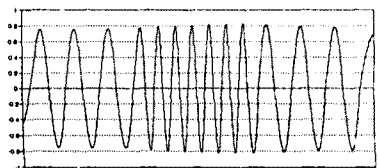


그림 4. 2차속 실제자속과 추정자속 (q축)

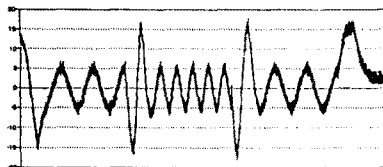


그림 5. 1차속 실제전류 (d축)

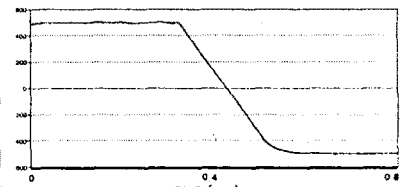


그림 6. 실제속도와 추정속도 (역회전)

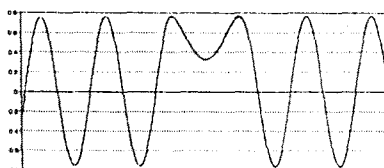


그림 7. 2차속 실제자속과 추정자속 (d축)

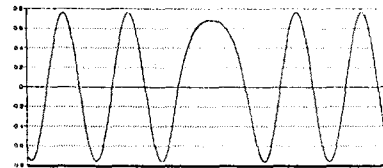


그림 8. 2차속 실제자속과 추정자속 (q축)

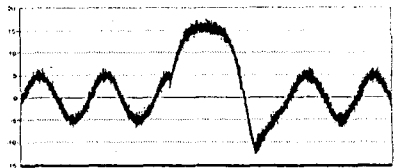


그림 9. 1차속 실제전류 (d축)

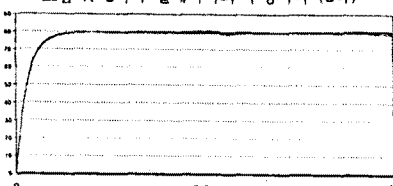


그림 10. 실제속도와 추정속도 (저속 영역)

본 연구는 "한국 과학재단의 핵심 전문연구"에 의해 수행된 일부임