

BLDC 모터의 운전시의 고조파 및 토크 리플 해석

김 운 호, 윤 병 도, 홍 익 표, 조 병 국
 중앙대학교 공과대학 전기공학과

Analysis of harmonics and torque ripples for the BLDC operations

Yoon-Ho Kim, Byung-Do Yoon, Ik-Pyo Hong, Byung-Guk Cho^{*}
 Dept. of Electrical Eng. Chung-Ang University

ABSTRACT

In this paper, the voltage control is applied to the adjustable speed operation of BLDC motor with the trapezoidal back emf waveform. Torque characteristics of BLDC are investigated through Fourier analysis when the pulse width modulation inverter is applied. Also, this paper considers the theoretical problem of eliminating some harmonic components in inverter output waveforms, which, in turn, allows to remove some ripple components. Numerical technique is applied to solve the transcendental equations of the problem by the computer.

1. 서 론

사다리꼴 역기전압을 갖는 영구자석 동기전동기인 브러쉬리스 직류 전동기는 낮은 관성모멘트와 높은 효율을 가지고 있어 고성능 서보 전동기로 많이 이용되고 있다. 일정한 토크를 얻기 위하여 역기전압이 평탄한 부분에 구형적인 전류를 인가하는 히스테리시스 전류 제어형 전압원 인버터가 가장 양호한 특성을 나타낸다. 그러나 히스테리시스 전류 제어는 각 상의 전류오차로 각 상의 스위칭에 따라 불규칙적으로 일어나므로 스위칭 소자의 손실이 증가하고 제어가 복잡해지는 단점이 있다. 이러한 단점때문에 실제의 이용에서는 히스테리시스 전류 제어형 전압원 인버터보다는 PWM 전압원 인버터가 많이 사용하고 있다. [1] 따라서 본 논문에서는 PWM 전압원 인버터를 사용한 브러쉬리스 직류 전동기의 운전시 등가 모델을 사용하여 입력전압과 토크와의 관계를 수식적으로 모델화 하였으며, 본 논문에서 정립한 토크 모델을 통하여 토크 리플을 감소시키는 새로운 제어 방식을 제시하고자 한다.

2. PWM 파형 해석

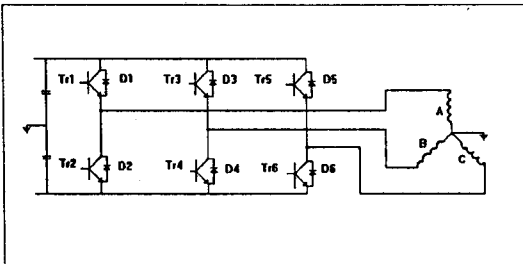


그림 1. 3상 PWM 인버터와 BLDC의 등가회로

인버터 구동방법으로 펄스폭 변조 방식이 많이 이용되고 있는데, 반송파 (carrier signal)와 기준파 (reference signal)를 비교하여 인버터 출력 파형을 변조하는 PWM방식이다. [3] 브러쉬리스 직류 전동기를 구동하기 위한 중성점을 가진 기본적인 3상 PWM인버터의 회로 구성도는 그림 1과 같다.

그림 2는 PWM 변조 방식에 의한 BLDC의 입력 전압과 역기전압과의 관계를 나타낸다. 그림 2에서 V_n 은 인버터의 스위칭각에 의한 한 상의 인버터 출력 파형이고, E_a 는 BLDC의 역기전압 파형을 나타내며 V_a 는 실질적으로 전동기에 인가되는 전압을 나타낸다.

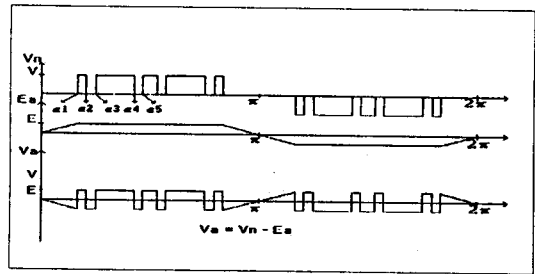


그림 2. BLDC의 상전압 파형

PWM 변조 방식에 의한 인가전압 $v_n(t)$ 을 일반적인 푸리에 급수로 표현하면 식(1)과 같다.

$$v_n(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \quad (1)$$

PWM 변조 방식에 의한 출력 전압의 파형은 기대칭과 반파대칭 이면서 홀수 차수만이 존재 한다. 따라서 $a_n = 0$ 이고 구간 0 에서 90° 까지만을 고려하여 b_n 을 식 (2)와 같이 표현한다.

$$b_n = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} v(t) \sin n\omega t \, d\omega t \quad (2)$$

각각의 펄스의 $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5$ 각을 고려하여 b_n 을 구하면 식 (3)과 같이 표현된다.

$$b_n = \frac{4}{\pi} \left[\int_0^{\alpha_1} v(t) \sin n\omega t \, d\omega t + \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} v(t) \sin n\omega t \, d\omega t + \int_{\alpha_2}^{\alpha_3} v(t) \sin n\omega t \, d\omega t + \int_{\alpha_3}^{\alpha_4} v(t) \sin n\omega t \, d\omega t + \int_{\alpha_4}^{\alpha_5} v(t) \sin n\omega t \, d\omega t + \int_{\alpha_5}^{\frac{\pi}{2}} v(t) \sin n\omega t \, d\omega t \right] \quad (3)$$

식 (3)은 식 (4)와 같이 간략하게 나타낼 수 있다.

$$b_n = \frac{4V}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} (\cos n\alpha_1 - \cos n\alpha_2 + \cos n\alpha_3 - \cos n\alpha_4 + \cos n\alpha_5) \quad (4)$$

(단, $m = 1, 2, 3, \dots$)

식 (4)와 같이 표현된 b_n 을 이용하여 식 (1)에 대입하여 PWM 변조 방식에 의한 인가 전압 파형을 푸리에 급수로 표현하면 식 (5)와 같이 표현 된다.

$$v_n(\omega t) = \frac{4V}{\pi} \sum_{n=2m-1}^{\infty} \sum_{k=1}^5 (-1)^{k+1} \cos n\alpha_k \sin n\omega t \quad (5)$$

(단, $m = 1, 2, 3, \dots$)

위와 같은 방법으로 그림 3의 역기전압(back emf)을 푸리에 급수로 표현하면 식 (6)과 같다.

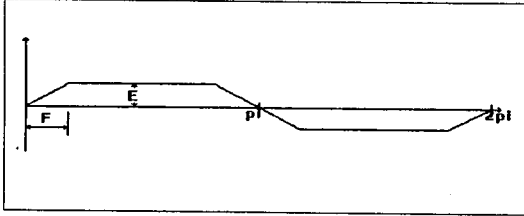


그림 3 BLDC의 역기전압 파형

$$e_a(\omega t) = 4 * E (\sin F \sin \omega t + (\sin 3F \sin 3\omega t)/3^2 + (\sin 5F \sin 5\omega t)/5^2 + \dots) / \pi F \quad (6)$$

식(6)를 간단한 표현으로 표시하면 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$e_a(\omega t) = \sum_{n=2m-1}^{\infty} e_n \sin n\omega t \quad (7)$$

(단, $m = 1, 2, 3, \dots$)

여기서 $e_n = \frac{4E}{\pi F} (\sin \frac{nF}{n^2})$ 이다.

3. 수식적 토오크 리플 모델 정립

R, L 부하인 가상 중성점을 고려한 한상의 전동기 전압방정식은 식 (8)로 표현된다.

$$v_n(\omega t) = R * i + L * \frac{di}{dt} + e_a \quad (8)$$

식 (8)은 입력전압 $v_n(\omega t)$ 와 역기전압 $e_a(\omega t)$ 와의 차로 식 (9)과 같이 표현된다.

$$v_n(\omega t) - e_a(\omega t) = R * i + L * \frac{di}{dt} \quad (9)$$

이 식에서 $v_n - e_a$ 를 식 (10)와 같이 정의 하면

$$v_n(\omega t) - e_a(\omega t) = v_n(\omega t) - e_a(\omega t) \quad (10)$$

$$v_n(\omega t) = \sum_{n=2m-1}^{\infty} (b_n - e_n) \sin n\omega t \quad (11)$$

(단, $m = 1, 2, 3, \dots$)

식 (11)을 저항과 인덕터로 계산된 각 차수의 임피던스로 나누어 주면 전류에 대한 푸리급수 표현이 가능하다.

먼저

$$VA_n = (b_n - e_n) \quad (12)$$

으로 각 차수의 크기를 식 (12)와 같이 VA_n 으로 나타내고, 저항과 인덕터로 계산되는 각 차수의 임피던스 Z_n 를 구하면 식 (13)로 표현된다.

$$Z_n = \sqrt{R^2 + (n\omega L)^2} \quad (13)$$

각 차수의 위상차 ϕ_n 를 구하면 식 (14)과 같다.

$$\phi_n = \arctan \left(\frac{n\omega L}{R} \right) \quad (14)$$

이와 같은 표현으로 전류에 대한 푸리에 급수로 나타내면 식 (15)와 식(16)과 같이 표현된다.

$$I_n = \frac{VA_n}{Z_n} \quad (15)$$

$$i_a(\omega t) = \sum_{n=2m-1}^{\infty} I_n \sin (n\omega t - \phi_n) \quad (16)$$

이와 같이 얻어진 식으로 한 상만의 토오크 T_e 를 표현하면 식 (17)과 같다.

$$T_e = \frac{e_a * i_a}{\omega_r} \quad (17)$$

식 (17)과 식 (16)을 이용하여 $e_a * i_a$ 를 구하게 되면, 식 (18)과 같이 기본과 성분과 짝수 차수 고조파로 이루어진 다.

$$e_a * i_a = P_0 + P_{2c} \cos 2\omega t + P_{2s} \sin 2\omega t + P_{4c} \cos 4\omega t + P_{4s} \sin 4\omega t + P_{6c} \cos 6\omega t + P_{6s} \sin 6\omega t + P_{8c} \cos 8\omega t + P_{8s} \sin 8\omega t + P_{10c} \cos 10\omega t + P_{10s} \sin 10\omega t + \dots$$

브러쉬리스 직류 전동기의 전체 토오크 식 T_{em} 은 식 (19)과 같이 표현된다.

$$T_{em} = \frac{e_a * i_a + e_b * i_b + e_c * i_c}{\omega_r} \quad (19)$$

식 (19)에서 $e_b * i_b$ 는 $e_a * i_a$ 와 $-2/3\pi$, $e_c * i_c$ 는 $e_a * i_a$ 와 $2/3\pi$ 의 위상차가 생긴다. 위상차를 고려하여 계산하면 토오크의 각 차수중에 6배수 차수만이 존재하고 나머지는 0으로 되어 이 식을 정리 하면 다음과 같이 된다.

$$T_{em} = [T_0 + T_{6c} \cos 6\omega t + T_{6s} \sin 6\omega t + T_{12c} \cos 12\omega t + T_{12s} \sin 12\omega t + T_{18c} \cos 18\omega t + T_{18s} \sin 18\omega t + \dots] \quad (20)$$

식 (20)에서 토오크의 각차수의 크기는 다음과 같이 표현된다.

$$T_0 = 3P_0 = \frac{3}{2\omega_r} * [e_1 \frac{b_1 - e_1}{z_1} \cos \phi_1 + e_3 \frac{b_3 - e_3}{z_3} \cos \phi_3 + e_5 \frac{b_5 - e_5}{z_5} \cos \phi_5 + e_7 \frac{b_7 - e_7}{z_7} \cos \phi_7 + \dots] \quad (21a)$$

$$T_{6c} = 3P_{6c} = \frac{3}{2\omega_r} * [(e_7 - e_5) \frac{b_1 - e_1}{z_1} \cos \phi_1 + (e_9 - e_3) \frac{b_3 - e_3}{z_3} \cos \phi_3 + (e_{11} - e_1) \frac{b_5 - e_5}{z_5} \cos \phi_5 + (e_{13} + e_3) \frac{b_7 - e_7}{z_7} \cos \phi_7 + \dots] \quad (21b)$$

$$T_{6s} = 3P_{6s} = \frac{3}{2\omega_r} * [-(e_5 + e_7) \frac{b_1 - e_1}{z_1} \sin \phi_1 - (e_3 + e_9) \frac{b_3 - e_3}{z_3} \sin \phi_3 - (e_1 + e_{11}) \frac{b_5 - e_5}{z_5} \sin \phi_5 + (e_1 - e_{13}) \frac{b_7 - e_7}{z_7} \sin \phi_7 + \dots] \quad (21c)$$

$$T_{12c} = 3P_{12c} = \frac{3}{2\omega_r} * [(e_{13} - e_{11}) \frac{b_1 - e_1}{z_1} \cos \phi_1 + (e_{15} - e_9) \frac{b_3 - e_3}{z_3} \cos \phi_3 - e_7 \frac{b_5 - e_5}{z_5} \cos \phi_5 - e_5 \frac{b_7 - e_7}{z_7} \cos \phi_7 - \dots] \quad (21d)$$

$$T_{12s} = 3P_{12s} = \frac{3}{2\omega_r} * [-(e_{11} + e_{13}) \frac{b_1 - e_1}{z_1} \sin \phi_1 - (e_9 + e_{15}) \frac{b_3 - e_3}{z_3} \sin \phi_3 - e_7 \frac{b_5 - e_5}{z_5} \sin \phi_5 - e_5 \frac{b_7 - e_7}{z_7} \sin \phi_7 + \dots] \quad (21e)$$

...와 같이 18차, 24차 등도 같은 방식으로 이루어진다.

4. 토오크 리플 감소를 위한 새로운 PWM 제어 방식

본 논문에서 제안한 새로운 PWM 제어 방식은 BLDC의 토오크는 역기전압과 입력전압의 각각의 고조파 성분과의 관계로 부터 토오크 리플은 입력전압과 역기전압의 적절한 조합으로 감소할 수 있음을 의미한다. 여기서 토오크의 기본과 T_0 는 DC 성분이고 T_6, T_{12}, \dots 는 토오크의 리플을 야기하는 고조파 성분이다.

식(5)에서 입력전압 $v_n(\omega t)$ 은 스위칭 소자의 도통각 α_k 의 함수이므로, PWM 인버터의 도통각 α_k 을 제어하면 브러쉬리스

직류 전동기의 토오크 리플을 현저히 감소시킬수 있는 운전이 가능하게 된다.

펄스 수 5개인 MPWM 변조 방식을 이용시 α_k 의 값은 다음과 같다.

$$\alpha_1=30.097, \alpha_2=41.595, \alpha_3=48.654, \alpha_4=71.760, \alpha_5=78.616$$

토오크 리플 T_{ripple} 은 토오크의 각각의 리플 성분의 합을 이용하여 표현되며, 특히 3상 PWM 인버터 출력의 경우는 다음 식 (22)와 같이 표현 된다.

$$T_{ripple} = \sqrt{T_6^2 + T_{12}^2 + T_{18}^2 + \dots} \quad (22)$$

여기에서 TRF(Torque Ripple Factor)는 T_{ripple} 와 T_0 의 비로 표현 한다.

$$TRF = \frac{T_{ripple}}{T_0} \quad (23)$$

다중 펄스 변조 방식을 이용시 α_k 에 의한 토오크의 크기와 각 차수성분의 크기 및 토오크 리플을 구하면 표 1과 같다.

표 1. α_k 에 따른 각 차수 토오크 크기 및 TRF

	T_0	T_6		T_12		T_18	
		T_6c	T_6s	T_12c	T_12s	T_18c	T_18s
크기	1.5188	0.395227		0.541837		0.006998	
1차 성분	1.6309	-0.0985	-0.0369	0.0231	0.0044		
3차 성분	-0.102	0.11356	0.10479	-0.015	-0.008	0.0041	0.0047
5차 성분	-0.014	0.35409	0.34828	-0.008	-0.008	0.0021	0.0024
7차 성분	0.0002	-0.1041	-0.1187	0.0041	0.0048	-0.001	-0.001
9차 성분	-0.001	0.00252	0.00233	0.0024	-0.003	0.0003	0.0003
11차 성분	0.0010	-0.0047	-0.0047	0.1173	0.1353	-0.002	-0.003
13차 성분	0.0014	0.00497	-0.0050	0.2437	0.2811	-0.010	-0.011
15차 성분	-0.000	0.00022	0.00022	-0.002	-0.002	0.0020	0.0023

$$TRF = 0.4416$$

이와 같은 변조 지수 (Modulation Index)의 변화에 따르는 MPWM제어에 의한 임의의 α_k 에 의한 TRF를 감소 시키기 위하여 위에 나타난 데이터를 분석하면 α_k 를 적절히 선택함으로써 토오크의 리플을 제어 할수있는 알고리즘을 다음과 같이 제안 한다.

1. 토오크의 기본파, 6차, 12차의 1차 성분은 그대로 유지하기 위한 α_k

$$(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2 + \cos \alpha_3 - \cos \alpha_4 + \cos \alpha_5) = 0.662312$$

2. 5차성분을 0으로 하는 α_k , 즉 $b_5 = e_5$

$$(\cos 5\alpha_1 - \cos 5\alpha_2 + \cos 5\alpha_3 - \cos 5\alpha_4 + \cos 5\alpha_5) = 0.09868$$

3. 7차성분을 0으로 하는 α_k , 즉 $b_7 = e_7$

$$(\cos 7\alpha_1 - \cos 7\alpha_2 + \cos 7\alpha_3 - \cos 7\alpha_4 + \cos 7\alpha_5) = -0.10964$$

4. 11차성분을 0으로 하는 α_k , 즉 $b_{11} = e_{11}$

$$(\cos 11\alpha_1 - \cos 11\alpha_2 + \cos 11\alpha_3 - \cos 11\alpha_4 + \cos 11\alpha_5) = -0.044853$$

5. 13차성분을 0으로 하는 α_k , 즉 $b_{13} = e_{13}$

$$(\cos 13\alpha_1 - \cos 13\alpha_2 + \cos 13\alpha_3 - \cos 13\alpha_4 + \cos 13\alpha_5) = 0.03795233$$

이와 같은 조건을 만족하는 α_k 를 뉴턴 래슨법에 의하여 구하면 다음과 같이 주어진다.

$$\alpha_4 = 59.4787, \alpha_5 = 68.5978$$

$$\alpha_1 = 27.7275, \alpha_2 = 40.315, \alpha_3 = 46.9542,$$

이와 같이 보상된 값에서 각각의 토오크 크기와 각 차수 성분 및 TRF는 표 2와 같다.

표 2. 새로운 α_k 에 대한 토오크 크기 및 TRF

	T_0	T_6		T_12		T_18	
		T_6c	T_6s	T_12c	T_12s	T_18c	T_18s
크기	1.52668	0.449536		0.088795		0.064786	
1차 성분	1.63084	-0.320	-0.316	0.064	0.0617	-0.0424	-0.049
3차 성분	-0.1129	0.1254	0.1157	-0.017	-0.009	0.00451	0.00521
5차 성분	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7차 성분	0.00694	-0.342	-0.390	0.0136	0.0157	-0.0028	-0.0032
9차 성분	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
11차 성분	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
13차 성분	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
15차 성분	0.00177	-0.000	-0.005	-0.044	0.0509	-0.0441	-0.0509

$$TRF = 0.30312$$

5. 결론

본 논문에서 도통각 α 가 5개의 변수로 구성된 경우에 한하여 토오크 식을 일반화된 형태로 표현하였으나, 그 외의 경우도 b_n 의 값만이 변하기 때문에 실질적으로 펄스수와 상관 없이 토오크에 대한 수학적인 모델은 같은 방법으로 쉽게 표현 할 수 있다. 본 논문은 브러쉬리스 직류 전동기의 등가 모델을 사용하여 입력 전압과 토오크와의 관계를 일반화된 형태로 표현 하였으며, 이러한 표현을 통해 토오크 리플을 개선하는 새로운 PWM 방법을 제시하였다. 일반화된 토오크 표현식은 입력전압과 역기전압의 함수로 구성된다.

선별적으로 역기전압의 고조파 성분과 입력 전압의 고조파 성분을 갖게하는 도통각을 수치해법을 통하여 구했으며, 수치해법으로 얻은 해를 통해 각 차수의 토오크 리플을 계산하였다. 결과를 토대로 본 논문에서 제시한 알고리즘의 타당성을 입증하였다.

참고 문헌

- [1] P.Pillay and R.Krishan, "Modeling, Simulation And Analysis Of Permanent-Magnet Motor Drivers", IEEE trans. Ind. App., vol. 25, NO. 2, Mar/Apr. 1989, pp. 274-279.
- [2] J.F. Lindsay and M.H. Rashid "A new PWM Speed Control System For High Performance", IEEE IAS Annual Meeting, 1987, pp. 303-311.
- [3] H.S.Patel and R.G.Hoft, "Generalized Techniques of Harmonic Elimination and Voltage Control in Thistor Inverters: Part 1. Harmonic Elimination," IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. IA-9, pp. 310-317, May - June 1973.
- [4] Skogdholm, E.A., "Efficiency And Power Factor For a Square Wave Inverter Drive", IEEE Ind. Appl. Soc Annual Meeting, 1978, pp. 463-469.