

고주파 유도 가열 장치에서 피가열체의 형상 결정

서춘덕* 이홍배 한송엽
서울대학교 전기공학과

Shape Modelling of Levitated Molten Metal
in Axisymmetric Induction Heating System

C.D. Suh* H.B. Lee S.Y. Hahn

Dept. of Electrical Eng., Seoul National University, Seoul, 151-742, Korea

Abstract - This paper describes the process of levitation melting of metals in an axisymmetric induction heating system. This process has advantages of low heat losses, heating with short times and clean operating conditions.

The shape of molten metal is determined using sensitivity analysis and optimization technique. Electromagnetic, gravitational and surface tension energies are considered, and these energies are used as an objective function in optimization process. Electromagnetic fields are calculated using the finite element method. The fact that volume is constant in the process is also considered as an equality constraint.

1. 서 론

고주파 유도가열장치는 가열하고자하는 금속을 고주파 전류를 흘리는 코일에 의해 부상시켜 가열하는 장치이다. 이러한 장치는 빠른 시간내에 고온으로의 가열이 가능하다는 점, 열손실이 적고 깨끗한 작업환경을 제공한다는 장점으로 인해 많은 관심이 집중되고 있다.

본 논문에서는 주어진 축대칭 코일에 고주파 전류를 흘릴때 내부에서 유도가열되어 녹은 금속체의 형상을 민감도해석과 최적화 기법을 이용하여 찾아내는 문제를 다루었다.

이러한 문제를 다루기 위해서는 먼저 피가열체에 작용하는 중력과 표면장력 그리고 전자력에 대한 정확한 해석이 필요하다. 이 계산을 위하여 축대칭 교류자장 유한요소법을 이용하였다.

구하고자하는 피가열체의 형상은 전체 시스템이

가지는 에너지를 최소화하려는 방향으로 존재한다. 그러므로 최적화 알고리즘에서의 목적함수를 전체 시스템의 에너지로 정의하였다. 또한 피가열체의 체적이 보존되어야 하므로 이를 제약조건으로 고려하였다.

2. 본 론

2.1 축대칭 교류 자장 해석

2.1.1 정식화

Maxwell 방정식에서 변위전류를 무시하고, 모든 물리량이 정현적으로 변한다고 가정하면 교류자장의 지배방정식은

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \mu \vec{J}_0 - \mu \sigma (\nabla \phi - j\omega \vec{A}) \quad (1)$$

가 된다. 축대칭인 경우에는 (1)식에서 $\nabla \phi = 0$ 이 되고, \vec{A} 및 \vec{J}_0 는 ϕ 방향의 성분만을 가지게된다. Galerkin법을 사용하면 다음의 (2)식을 얻을 수 있다.

$$\int_R N_i \phi \cdot (\nabla \times \nabla \times \vec{A} + j\omega \mu \vec{A} - \mu \vec{J}_0) dR = 0 \quad (2)$$

(2)식은 벡터 공식을 이용하고 경계적분이 소거되는 영역을 해석대상으로 택하면 (3)식이 된다.

$$\int_R [(\nabla \times \vec{A}) \cdot (\nabla \times N_i \phi) + N_i \phi \cdot (j\omega \mu \vec{A})] dR = \int_R \mu N_i \phi \cdot \vec{J}_0 dR \quad (3)$$

2.2.2 이산화

(3)식을 해석 영역내의 모든 요소에 대하여 고려하면 다음의 (4)식이 된다.

$$\begin{aligned} \sum \int_{R_0} [(\nabla \times \vec{A}) \cdot (\nabla \times N_i \hat{\phi}) + N_i \hat{\phi} \cdot (j_{00} \mu \vec{A})] dR \\ = \sum \int_{R_0} \mu N_i \hat{\phi} \cdot \vec{J}_0 dR \end{aligned} \quad (4)$$

각 요소내에서 형상함수를 사용하면 (4)식은 다음의 (5)식으로 정리된다.

$$\begin{aligned} \sum_j A_j \int_{R^*} \left[\frac{N_i N_j}{r} + N_i \frac{\partial N_j}{\partial r} + N_j \frac{\partial N_i}{\partial r} \right. \\ \left. + r \left(\frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial r} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) \right. \\ \left. + j_{00} \mu N_i N_j \right] dr dz \\ = \mu \int_{R^*} r J_0 N_i dr dz \end{aligned} \quad (5)$$

윗 식을 모든 요소에 대하여 계산한 후 조립하면 다음과 같은 형태의 선형 연립 방정식을 구할 수 있다.

$$K A = F \quad (6)$$

2.2 민감도 해석

최소화하려는 목적함수를 U, 설계변수 벡터를 p 그리고 상태변수 벡터를 A라하면 다음의 관계를 만족한다.

$$U=U(A,p), \quad A=A(p) \quad (7)$$

그러므로 설계변수 p에 대한 목적함수의 민감도는 다음 (8)식으로부터 구하여야 한다.

$$\frac{dU}{dp^T} = \frac{\partial U}{\partial p^T} + \frac{\partial U}{\partial A^T} \frac{\partial A}{\partial p^T} \quad (8)$$

또한 (6)식을 p에 대하여 미분하면 (9)식을 얻을 수 있다.

$$K \frac{dA}{dp^T} = -\frac{\partial F}{\partial p^T} - \frac{\partial (KA)}{\partial p^T} \quad (9)$$

여기서 보조변수를 도입해, 다음과 같이 보조변수 방정식을 정의한다.

$$K \lambda = -\frac{\partial F}{\partial A^T} \quad (10)$$

그러면 (8), (9), (10)식으로 부터 다음의 민감도식을 구할 수 있다.

$$\frac{dU}{dp^T} = \frac{\partial U}{\partial p^T} + \lambda^T \left(-\frac{\partial F}{\partial p^T} - \frac{\partial (KA)}{\partial p^T} \right) \quad (11)$$

2.3 최적화

본 논문에서는 Gradient Projection법을 사용하여 최적화를 시도하였다. 이 방법은 일부 제약조건이 만족되는 영역에서 목적함수 U가 최대로 감소하는 방향으로 설계변수 p를 반복 수정하며, 설계변수의 수정은 다음식을 따른다.

$$p^{i+1} = p^i + \alpha \cdot s \quad (12)$$

α : 이동 거리

s : 이동 방향

s는 목적함수의 최대변화 방향을 제약조건이 만족되는 방향으로 수정하여 구한다.

$$s = P \nabla U \quad (13)$$

U : 목적함수

$P = I - N(N^T N)^{-1} N^T$: projection matrix

$N = [\nabla g_1 \cdots \nabla g_r]$

g_j : active constraint

방향을 구한후에는 목적함수의 감소치를 정해줌으로서 이동거리를 구할 수 있다.

$$\alpha = -\frac{\gamma U}{s^T \nabla U} \quad (14)$$

γ : 목적 함수의 감소 비율(%)

제약조건이 비선형인 경우에는 (12)에 기술한 선형 이동만으로 제약조건을 만족시킬 수 없으므로 제약조건을 만족하는 영역으로 되돌아 오는 이동을 생각해 주어야 한다.

$$p^{i+1} = p^i + \alpha \cdot s - N(N^T N)^{-1} g_a \quad (15)$$

g_a : active constraint vector

3. 사례연구

위의 이론을 그림 1-a의 모델에 적용해 보았다. 코일분포와 금속의 형상은 축대칭이라고 가정한다. 코일에 고주파 교류전원을 인가하면 금속에 와전류가 유기되고, 금속의 저항에 의해 이 와전류가 열원으로 작용해 금속이 녹게된다. 또한, 와전류와 자계가 상호 작용함으로써 금속은 부상력을 공급받는다. 최고 상단의 코일에는 역으로 전류를 흘려 금속이 녹아 위로 넘쳐흐르는 불안정성을 막는다.

여기에서 고려하는 금속은 철이지만, Curie 온도를 넘어서는 상당히 높은 온도이므로 철은 강자성의 성질을 상실하고 공기에 가까운 비투자율의 값을 갖는다. 본 논문에서 사용한 상수값은 다음과

같다.

$\mu_r = 5$: 비투자율

$\rho = 7640 \text{ (kg/m}^3\text{)}$: 밀도

$\gamma = 0.5 \text{ (N/m)}$: 표면장력 계수

$\sigma = 1000000 \text{ (}\Omega^{-1}\text{m}^{-1}\text{)}$: 도전율

코일에는 2000Hz, 2000A의 전류를 인가했으며, 금속구의 반지름은 1 cm이다.

금속구의 모양을 결정하기 위해서 전자력, 중력 그리고 표면장력에 의한 에너지를 고려하며, 그 표현식은 다음과 같다.

$$E = \frac{1}{2\mu} \int_{R^3} B^2 dv + \int_{R^3} \rho g z dv + \int_S \gamma dA \quad (16)$$

(16)식의 에너지를 목적함수로 정의하고, 본론에 기술한 민감도해석과 최적화기법을 적용하였다. 유한요소법이 포텐셜에 대한 에너지의 미분이 0이 되도록 푸는 것을 상기하면, 목적함수가 에너지이고 해석방법으로 유한요소법을 사용한 지금의 모델은 민감도식(8)의 우변 두번째 항이 0이 됨을 알 수 있다. 또한 최적화 과정에 있어서는 금속체의 부피가 보존된다는 비선형 제약조건을 고려하기 위해서 앞의 (15)식을 사용하였다.

몇번의 설계변수 수정에 의해서 에너지를 감소 시키면서 그림 1-b와 같은 결과에 도달했다. 최종 형상에서의 flux 분포를 그림 2에 도시했다. 또한 최적화 과정에서 부피는 거의 일정수치로 보존됨을 알 수가 있었다.

4. 결 론

유한요소법을 사용해 전자장을 해석하고 이에 근거한 민감도해석과 최적화기법을 고주파 유도가열 장치에서의 피가열체의 형상결정에 적용해 보았다. 에너지를 목적함수로 잡고, 부피가 일정하게 보존되는 제약조건을 고려하였다. 이러한 방법은 적절한 에너지를 선정함으로써 전기분야와 기계분야가 상호 연결된 문제의 해석에도 적용될 수 있을 것이다.

5. 참고문헌

- Gagnoud, A, Brancher J.P "Modelling of coupled phenomena in electromagnetic levitation" IEEE Trans. Mag. p.2424 Vol.21 No.6 Nov 1985
- T. Honma, A. Tsuchiya, O. Iwata, and H. Igarashi, "Numerical models of magnetic

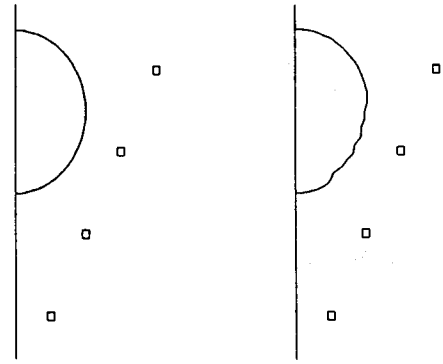


그림 1-a. 초기형상

그림 1-b. 최종형상

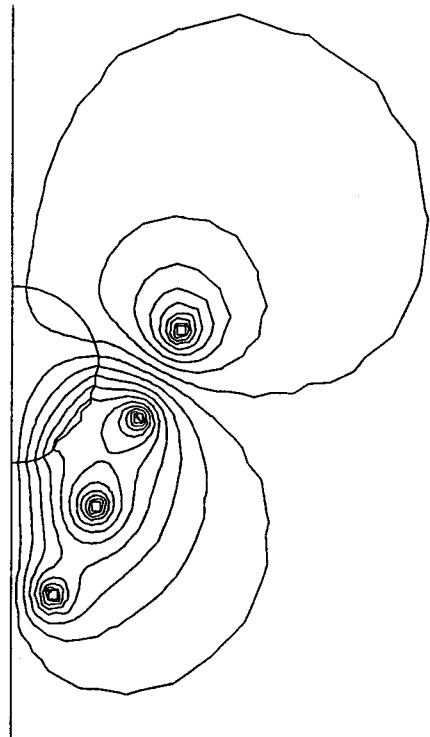


그림 2. 최종형상에서의 flux 분포

levitation metals" (Ed.) T. Furuhashi and Y. Uchikawa 'Nonlinear Phenomena in electromagnetic fields'

- 박 일한, "전자소자의 형상 최적화를 위한 민감도 해석", 서울대학교 전기공학과 박사학위논문.
- Zafer Gurdal, Raphael T Haftka and Manohar P Kamat, 'Elements of structural optimization' Kluwer Academic Publishers.