

# 시뮬레이티드 애널링을 이용한 매입형 영구자석 동기전동기의 효율최대화 설계

강 노 원 심 동 준 원 종 수  
서울대학교 공과대학 전기공학과

## Efficiency Maximized Design of Interior Permanent Magnet Synchronous Motors using Simulated Annealing

Kang No-Won Sim Dong-Joon and Won Jong-Soo  
Dept. of Elec. Eng., Seoul Nat'l. Univ.

### Abstract

In this paper, the loss components of IPMSM(Interior Permanent Magnet Synchronous Motor) is derived. To maximize the efficiency of the motor, a design method that optimizes the design variables is proposed. Objective function consists of stator winding loss, core loss, and mechanical loss. Simulated annealing is used as the optimization method which is appropriate for finding the global minimum of nonlinear function with many local minima. Through the simulation of the motor characteristics, the prominence of the proposed design method is verified.

### 1. 서론

전동기를 설계하는데 있어서 종래에는 경험과 자료를 바탕으로 한 설계를 해왔으나 근래에는 전동기의 최적화 설계기법이 개발되어 사용되고 있다. 최적화 기법으로는 경사도 감소방법(gradient descent method)에 기초한 SUMT(Sequential Unconstrained Minimization Technique)방법이 주로 사용되어 왔다. 그러나 이 방법을 사용하는 경우 많은 국소해를 갖는 함수의 최적해를 찾는 것이 매우 어렵다.

그러므로, 본 논문에서는 최적화 기법으로 신경회로망의 개념에서 출발한 시뮬레이티드 애널링 알고리즘을 사용하였다. 이 알고리즘은 많은 국소해를 갖는 함수의 최적해를 구하는 데 비교적 널리 이용되고 있다.

본 논문에서는 매입형 영구자석 동기전동기 (Interior Permanent Magnet Synchronous Motor: IPMSM)의 효율을 최대로 하기 위하여 전동기의 손실을 목적함수로 하고 치수 및 친회수를 변수로, 특성과 형상치수를 제약조건으로 하였다. 최적화 기법을 적용하여 구한 전동기의 치수 및 친회수를 이용하여 특성 및 파라미터를 구하고 샘플 전동기와 비교한다.

### 2. 효율 최대화 설계를 위한 목적함수 선정

전동기의 효율은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\eta = \frac{\text{출력}}{\text{입력}} \times 100 = \frac{\text{출력}}{\text{출력} + \text{손실}} \times 100 [\%]$$

그러므로 출력이 일정하다면 효율 최대화를 하기 위해서는 전동기의 손실을 최소화시켜야만 한다. 전동기의 손실은 고정자 권선의 동순, 치부

분에서의 철손, 계철에서의 철손, 그리고 기계손등으로 이루어지는데 이 중 기계손은 풍손과 마찰손으로 이루어져 있고, 경험적으로 경격출력의 0.5 ~ 2 [%] 범위의 값이 된다.

영구자석 전동기에서는 유효 공극길이가 유도기에 비해서 크고, 회전자에 슬롯과 진선이 없기 때문에 유도기에서 중요한 요소로 작용하는 표유부하손과 회전자 손실등은 일반적으로 무시된다. 결국 전동기의 손실 최소화를 위한 목적함수는 다음 식과 같이 고정자 권선의 동순, 치에서의 철손, 계철에서의 철손의 합으로 표시 된다.

$$P_{\text{loss}} = P_{\text{sw}} + P_{\text{ci}} + P_{\text{cy}} + P_{\text{mech}}$$

위 식에서 기계손은 일정한 값으로 생각하고, 각 손실항들을 전동기의 설계 파라미터로 표현하면 목적함수의 값을 최소로 하는 각 설계 파라미터를 얻을 수 있다.

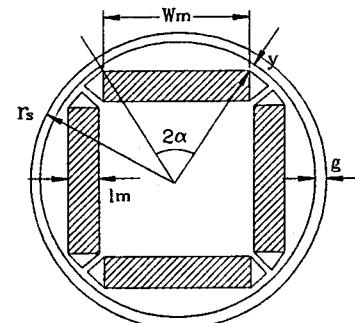


그림1. 회전자 형상

### 3. 각 손실항의 유도와 제약조건의 선정

#### 3.1 고정자 동순 $P_{\text{sw}}$

고정자 동순  $P_{\text{sw}} = 3 I_s R_s$  이다. 이때  $I_s$ 는 고정자 상전류이고 각 상당 저항  $R_s$ 는 일반적인 저항의 식으로부터 다음과 같이 나타난다.

$$R_s = \rho_c \frac{l_w}{A_w}$$

$\rho_c$ : 비저항

고정자 권선은 등가적으로 길이  $l_r$ 의 연속적인 통도체로 생각할 수 있는데 여기에 권선의 오버행을 고려하면 등가길이  $l_w$ 은 다음과 같다.

$$l_w = l_r + \frac{2\pi r_s}{p} \sigma$$

단.  $\sigma = \frac{\text{권선의 오버행 길이}}{\text{극호길이}}$

$r_s$  : 고정자 내경

$l_r$  : 고정자 축방향 길이

$p$  : 자극수

권선의 지름을  $d$ 라고 할 때 슬롯폭과 치폭을 같다고 가정한다면 권선의 넓이  $A_w$ 는 다음과 같다.

$$A_w = \pi \left( \frac{d}{2} \right)^2 = \frac{\pi f_s d_s (r_s + d_s)}{6 N_s}$$

$f_s$  : 슬롯 침적률

$N_s$  : 상당 직렬 권회수

$d_s$  : 슬롯 깊이

따라서

$$R_s = 12 \rho_c \frac{N_s^2 (l_r + \frac{2\pi r_s}{p} \sigma)}{\pi f_s d_s (r_s + d_s)} \text{이고}$$

$$P_{sw} = 3I_s^2 R_s = \frac{36 \rho_c}{\pi f_s} \frac{N_s^2 I_s^2}{d_s (r_s + d_s)} (l_r + \frac{2\pi r_s}{p} \sigma)$$

### 3.2 치에서의 철손 $P_{ct}$

일반적으로 철손의 식은 다음과 같이 주어진다.

$$p_c = 2k_{core} \left[ \frac{dB}{dt} \right]^2 [W/m^3]$$

$k_{core}$  : 철손계수

공극 자속밀도를  $B_g$ 라고 하면 그 분포는 그림 2와 같다. 치부분에서의 자속밀도는  $B_t \approx 2B_g$  이고 시간에 따른 치부분 자속밀도의 분포는 그림 3과 같다.

치에서의 철손은

$$P_{ct} = \frac{32 k_{core}}{\pi p} s r_s l_r d_s B_g^2 w_s^2 [W]$$

$s$  : 슬롯수

### 3.3 계철에서의 철손 $P_{cy}$

고정자 계철의 고정된 한점에서의 자속밀도는 자석의 폭에 해당하는 각 만큼 회전자가 회전하는 시간동안  $-B_y$ 에서  $+B_y$ 까지 선형적으로 변화하게 된다. 치에서와 마찬가지로 계산하면

$$B_y = \alpha r_s \frac{B_g}{d_y}$$

$2\alpha$  : 자극각도

$d_y$  : 계철 두께

$$P_{cy} = \frac{32}{p} k_{core} (r_s + d_s + \frac{dy}{2}) r_s^2 l_r \alpha dy B_g^2 w_s^2$$

### 3.4 제약조건의 선정

위와 같이 각 순서성분들을 유도하고 각 성분들의 합  $P_{tot}$ 을 목적함수로 선정하면 목적함수의 변수는 다음과 같다.

$N_s$  : 고정자 1상 권회수

$r_s$  : 고정자 내경

$d_y$  : 계철 두께

$l_m$  : 자석의 자화방향 길이

$2\alpha$  : 자극 각도

$l_r$  : 고정자 축방향 길이

$d_s$  : 슬롯 깊이

이 때 이 변수들은 다음과 같은 조건들을 만족해야 한다.

가) 고정자 외경은 일정하다.

$$\frac{D_0}{2} = r_s + d_s + d_1 + d_2 + d_y$$

나) 전동기의 출력은 일정하다.

$$P_0 = 3(E_p J_q + (X_d - X_q) I_d J_q)$$

다) 자석이 그림 1과 같은 구조를 만족하기 위해서는 다음과 같은 조건을 만족해야 한다.

$$w_m \leq 2((r_s - (g+y)) \cos \alpha - l_m)$$

라) 고정자 치자속밀도의 한계

$$B_t \approx 2B_g \leq B_{max}$$

마) 장하비의 범위

$$M_{min} \leq M = \frac{p}{mk_w} \frac{r_s l_r \alpha}{N_s J_s} B_g \leq M_{max}$$

바) 고정자 전류밀도의 범위

$$J_{min} \leq J_c = \frac{6N_s J_s}{\pi f_s d_s (r_s + d_s)} \leq J_{max}$$

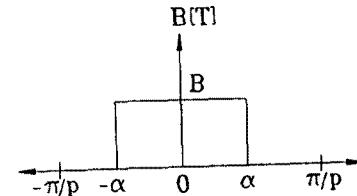


그림 2. 공극자속밀도 분포

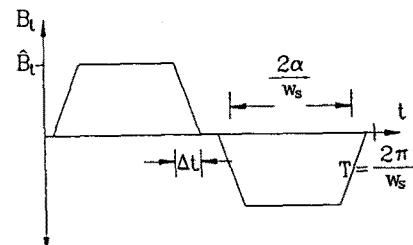


그림 3. 시간에 따른 치부분 자속밀도의 변화

## 4. 시뮬레이티드 에닐링 최적화 기법

위에서 구한 목적함수는 다변수 비선형 함수이므로 최적해를 찾기위하여 시뮬레이티드 에닐링을 사용하였다. 비선형 프로그래밍 알고리즘인 시뮬레이티드 에닐링은 랜덤서치(random search)와 경사도 감소방법(gradient descent method)의 결충형으로서 그 종류에는 Boltzmann Machine과 Cauchy Machine이 있는데, 본 논문에서는 계산의 편의와 수렴속도를 위해서 Cauchy Machine을 선택하였다. 그 알고리즘은 다음과 같다.

step1 : 초기온도  $T_0$ 와 초기값  $x_0$ 을 결정

step2 : Cauchy 분포를 이용하여 임의의  $\Delta x$ 를 발생시킨다.

제약조건을 만족하는 새로운  $x$ 값 계산  $x_{new} = x_0 + \Delta x$

목적함수에 대입하여  $\Delta E = E(x_{new}) - E(x_0)$

$\Delta E < 0$  이면 새로운  $x$ 값을 받아들인다.

$\Delta E > 0$  이면 다음과 같은 확률

$$q = \exp\left(-\frac{\Delta E}{T}\right) \text{로 받아들인다.}$$

$r < q$  이면  $x_1 = x_{new}$

그렇지 않은 경우  $x_1 = x_0$

step3 : 인공온도를 cooling schedule에 따라 내린다.

step4 : step1과 step2를 반복한다.

## 5. 전동기 파라미터 및 특성 비교

시뮬레이티드 에닐링기법을 사용한 최적화 결과로서 제시된 전동기와 샘플전동기와의 치수 및 권회수 비교를 표1. 나타내었다. 최적화 전동기가 샘플전동기보다 고정자 내경, 자석두께, 상당 직렬 권회수등에서 감소하였고 축방향 길이, 자극각도, 슬롯깊이, 계철 두께등이 증가하였다.

표1. 치수 및 권회수

|                     | 샘플 전동기   | 최적화 전동기  |
|---------------------|----------|----------|
| 고정자 내경 ( $r_s$ )    | 20.5 mm  | 16.93 mm |
| 축방향 길이 ( $l_s$ )    | 41.6 mm  | 41.96 mm |
| 자극 각도 ( $2\alpha$ ) | 68 °     | 77.55 °  |
| 자석두께 ( $l_m$ )      | 4 mm     | 2.47 mm  |
| 슬롯 깊이 ( $d_s$ )     | 13.25 mm | 14.49 mm |
| 계철두께 ( $d_y$ )      | 5.8 mm   | 8.13 mm  |
| 상당 직렬 권회수 ( $N_s$ ) | 480 turn | 477 turn |

샘플전동기의 설계변수와 본 논문에서 제안한 방법으로 구한 최적화 전동기의 설계변수를 이용하여 전동기의 주요 파라미터와 특성을 계산한 결과를 표2에 나타내었다. 최적화 전동기는 샘플전동기에 비해  $q$ 축 인덕턴스와  $d$ 축 인덕턴스, 그리고  $q$ 축 인덕턴스와  $d$ 축 인덕턴스의 차이  $X_q - X_d$ 는 증가한 반면 유기기전력은 감소하였다. 이것은 자석토크는 감소하고 릴럭턴스 토크는 증가했다는 것을 의미한다. 또한 고정자 저항과 전류밀도가 감소하였으므로 전동기의 손실중에서 가장 큰 부분을 차지하는 동손이 감소하고, 따라서 효율이 샘플 전동기에 비해 약 2.36 % 증가하였다. 그리고 고정자 내경이 감소하고 축방향 길이는 거의 변화가 없으므로 관성이 크게 감소하였다.

표2. 전동기의 특성비교

|                                 | 샘플 전동기 | 최적화 전동기 |
|---------------------------------|--------|---------|
| $q$ 축 인덕턴스 [mH]                 | 90.59  | 106.39  |
| $d$ 축 인덕턴스 [mH]                 | 44.06  | 55.72   |
| $X_q - X_d$ [ $\Omega$ ]        | 24.36  | 26.52   |
| 고정자 저항 [ $\Omega$ ]             | 8.44   | 7.44    |
| 유기 기전력 [V]                      | 114.75 | 109.15  |
| 관성 [ $\text{kg}/\text{cm}^2$ ]  | 0.8771 | 0.4115  |
| 전류밀도 [ $\text{A}/\text{mm}^2$ ] | 9.04   | 7.44    |
| 효율 [%]                          | 79.33  | 81.69   |

## 6. 결론

본 논문에서는 매입형 영구자석 동기전동기의 효율을 최대화하는 설계기법을 연구하였다. 전동기의 출력이 일정할 경우 손실이 최소가 되면 효율이 최대가 되므로 최소화하고자하는 손실식을 유도하였다. 손실식은 동손과 철손 및 기계손으로 이루어져 있다. 전동기의 치수 및 권회수를 변수로 하는 이 손실식을 목적함수로 하고, 제약조건으로는 전동기의 특성식과 형상치수를 주고 시뮬레이티드 에닐링을 이용해서 전동기의 효율을 최대화 할 수 있는 설계변수를 구하였다.

이 결과와 샘플 전동기의 설계변수를 이용하여 전동기의 파라미터 및 특성을 계산하였다. 샘플전동기에 비해 최적화 전동기는  $d$ ,  $q$  축 인덕턴스와 릴럭턴스 토크가 증가하고 유기기전력, 고정자 저항, 회전자 관성등이 감소하고 효율이 증가하였다.

본 논문에서는 효율 최대화를 목적으로 최적화를 수행하였으나, 향후에는 중량, 가격, 서보성능등의 전동기 특성 및 드라이브를 고려한 여러개의 목적함수를 최적화 하는 최적화하는 계속적인 연구가 요구된다.

## 참고문헌

- [1] T. J. E. Miller, *Brushless Permanent Magnet and Reluctance Motor Drives*, Oxford, 1989.
- [2] P. Pillay et al. Performance and Design of Permanent Magnet AC Motor, *IEEE IAS Tutorial Course*, 1989, pp 2-1 ~ 38.
- [3] E. Aarts, *Simulated Annealing & Boltzmann Machines*, John Wiley & Sons, 1989.
- [4] P. Wasserman, *Neural Computing*, Van Nostrand Reinhold, 1989.