

링형 초음파 모터 고정자의 Force Factor

정수현, 이 정수, 육형상, 채홍인, 임기조, 배현덕*
충북대학교 전기공학과, 전자공학과*

Force factor of the stator used for ring type ultrasonic motor

S.H. Jeong, J.S. Lee, H.S. Yuk, H.I. Chae, K.J. Lim, H.D. Bae*
Dept. of Electrical Eng., Electronic Eng., Chungbuk Nat'l Univ.

Abstract

A piezoelectric ring type plate, which vibrates in flexural vibration mode, is used for the stator of ultrasonic motor. To design the stator adequately, the force factor of the stator should be estimated in advance. The theoretically calculated force factors for the flexural vibration mode are compared with the measured ones to obtain good agreement. In order to study how to control the force factor, the relation between the shape of the stator and force factor is also considered.

변압기의 권선비를 의미하며 압전 세라믹의 형상이나 압전적 및 기계적 제정수뿐만 아니라 탄성체인 금속의 종류 및 형상에 따라서 정하여지는 계수로서 고정자의 제작전에 이계수의 평가는 설계에서 매우 중요하다.

따라서 본 연구에서는 시작한 원환형 굴곡 진동 모드를 사용하는 초음파 모터에 있어서 실험적으로 역계수를 산출함은 물론, 진동 차수, 고정자의 내·외 반경의 비, 탄성체의 재질 및 형상에 따른 진동 변위 분포 및 역계수를 이론적으로 계산하여 실험치와 비교 검토하였다.

1. 서론

압전 세라믹과 탄성체의 접합으로 이루어진 고정자의 탄성 진동을 구동원으로 이용하는 초음파 모터는 1973년 H.V. Barth에 의해 최초로 제안[1]되었으며, 그 후 많은 연구자들에 의해 다종 다양한 모터가 연구 개발되고 있으며[2,3,4], 그중 비교적 구조가 간단하고 박형으로 제작할 수 있다는 장점을 지니고 있는 원환형 모터의 성능 향상 및 응용면에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다[5].

10여년간의 초음파 모터에 관한 연구로 일부의 모터는 실용화 단계에 이르고 있지만 고전계하의 미시적 압전 거동 등의 압전 세라믹의 물성, 모터의 전기 기계적 변환 기구 등 아직도 이해가 불충분한 면이 많고 특히 초음파 모터의 설계에 관한 이론은 매우 부족한 편이다. 이것은 물론 전술한 이론적 규명이 불충분한 것에 기인한다고 할 수 있다.

모터의 설계에서 고정자의 설계가 매우 중요하고 고정자의 제정수중 역계수(force factor)는 가장 중요한 정수중의 하나이다. 역계수는 고정자의 단위 진동 속도당의 勳電流(motional current)로서 정의되며 모터의 회전 속도, 기동 토크, 효율을 결정해주는 파라미터의 하나이다. 역계수는 압전 진동자의 전기적인 등가 회로에서 전기계를 기계적 진동계로 변환시키는 등가

2. 계산 이론

2.1 원환형 고정자 및 전기 등가 회로

본 연구에 사용된 원환형 굴곡 진동자의 모형을 그림 1에 나타낸다. 그림에서 알 수 있듯이 회전자는 고정자의 탄성체와 밀착 접촉하게 되며 고정자 표면의 한 질점의 운동 궤적을 타원 운동이 되게 하기 위해서는, 즉 진행파를 형성하기 위해서는 2개의 진동 모드의 조합이 요구된다. 역계수의 계산을 위하여 그림 2와 같은 원통 좌표계에 배치된 원환형 압전 세라믹을 고려하였다.

또한 압전 진동자는 그림 3과 같이 잘 알려진 전기 등가 회로로 나타낼 수 있으며, 이 등가 회로에서 구동 각주파수를 ω , 압전 진동자에 기인하는 동전류 i' 를 $i - j\omega C_d V$, 기계 단자에서

진동 속도를 v 라 놓으면 역계수는 i'/v 로 표현된다.

동전류는 유기 전하를 시간 t 에 대하여 미분하여 구할 수 있으며, 유기 전하는 진동자 표면의 유기 전하 밀도 D_2 를 각 전극의 면적에 대하여 적분하여 구할 수 있다. 따라서, 역계수 A 는 식 (1)과 같이 표현된다.

$$A = \frac{j\omega \int D_2 dS}{v} \quad (1)$$

식 (1)에 있어서, 유기 전하는 각 전극에서 같은 극

성을 가지며, 따라서 유기전하의 상쇄되지 않는 것으로 가정한다.

2.2 유기 전하와 변위

원환형 굴곡 진동 모드를 사용한 초음파 모터의 고정자는 원환형의 압전 세라믹과 탄성체를 접합시킨 것으로 고정자가 반경에 비하여 두께가 충분히 얇다면 z 방향의 변위 w는 원판의 진동 이론에 따라 식 (2)와 같이 표현[6,7]되고 따라서 유기 전하 밀도 D_z는 식 (3)과 같이 표현할 수 있다.

$$w = [C_1 J_n(\beta r) + C_2 Y_n(\beta r) + C_3 I_n(\beta r) + C_4 K_n(\beta r)] \cos(n\theta) e^{j\omega t} \quad (2)$$

$$D_z = - \frac{d_{31} E_p}{1 - \sigma_p} \frac{2t_{n2} - t_2}{2} \beta^2 [-C_1 J_n(\beta r) - C_2 Y_n(\beta r) + C_3 I_n(\beta r) + C_4 K_n(\beta r)] \cos(n\theta) e^{j\omega t} \quad (3)$$

여기서, d₃₁은 압전 정수, E_p는 압전 세라믹의 영률(Young's modulus), σ_p는 압전 세라믹의 포아손 비(Poisson's ratio), t_{n2}는 압전 세라믹에서 증성면까지의 거리, t₂는 압전 세라믹의 두께이다. n은 원주상 진동 차수, C₁, C₂, C₃, 및 C₄는 진폭 상수, β는 굴곡 진동 모드에 따라 달라지는데, 주파수 상수를 반경 a로 나눈 값이다. 또 J_n, Y_n, I_n, K_n은 각각 제1종 Bessel 함수, 제2종 Bessel 함수, 변형 Bessel 함수를 의미한다. 주파수 상수 및 진폭 상수를 구하는 방법은 부록에 나타났다.

식 (3)에서 유기 전하의 계산은 그림 4와 같은 증성면의 위치를 알아야만 되며, 이 위치는 이중층 빔의 이론에 의해 결정된다. 즉, 그림 4와 같은 진동자에 있어서 증성면에 관한 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$t_{n1} = \frac{E_1 t_1^2 + E_2 t_2^2 + 2E_2 t_1 t_2}{2(E_1 t_1 + E_2 t_2)}$$

$$t_{n2} = t_1 + t_2 - t_{n1}$$

$$E_1 = E_d / (1 - \sigma_d^2)$$

$$E_2 = E_p / (1 - \sigma_p^2)$$

(4)

여기서, E_d와 σ_d는 각각 탄성체의 영률(Young's modulus) 및 포아손 비이다.

2.3 진동자의 두께와 역계수의 관계

굴곡 진동 모드에서, 유기 전하 밀도 D_z는 식 (3)에서 보듯이 상수 β의 제곱에 비례하고 있다. 즉, 반경 a의 제곱에 반비례한다. 한편 반경 비가 일정하다면 식 (1)에서 면적 적분은 반경 a의 제곱에 비례한다. 따라서, 동전류는 반경 a에 무관하게 되며 이와 같은 이유로 굴곡 진동 모드의 역계수는 일정한 반경 비의 경우에 있어서 반경에 무관하게 된다.

그러나, 증성면에서 압전 세라믹까지의 거리는 굴곡 진동자의 유기전하에 영향을 주게 되므로 진동자를 설계하기 위해, 고정자의 두께를 결정할 필요가 있다.

두께 t₁은 역계수 A, 반경 비 b/a, 압전 세라믹의 두께 t₂ 및 진동 모드의 차수 n으로부터 계산, 평가할 수 있다.

식(1)를 다시 쓰면,

$$A = \frac{2t_{n2} - t_2}{2} K$$

$$K = - \frac{j\omega d_{31} E_p}{(1 - \sigma_p) a} \beta^2 \int [-C_1 J_n(\beta r) - C_2 Y_n(\beta r) + C_3 I_n(\beta r) + C_4 K_n(\beta r)] \cos(n\theta) | dS \quad (5)$$

식(4)와 식(5)로부터 다음과 같은 t₁에 대한 2차 방정식이 주어진다.

$$\frac{E_1}{2} t_1^2 + \left[\frac{E_1 t_2}{2} - \frac{AE_1}{K} \right] t_1 - \frac{AE_2 t_2}{K} = 0 \quad (6)$$

위의 식(6)을 t₁에 대하여 계산하면 요구하는 역계수를 얻을 수 있는 진동자의 형상을 결정할 수 있다.

3. 측정

3.1 고정자의 변위 진폭 및 진동 속도 측정

고정자에 소정의 전압을 인가하면서 고정자 표면의 각점 즉, 내원주 쪽, 외원주 쪽 및 내·외원주의 중앙에서의 진동 속도 및 변위 진폭을 Laser vibrometer에 의해서 측정하였다.

3.2 역계수 측정

위의 측정시 입력 전류 i를 동시에 측정하여 i - jωC_dV (=i')의 동전류를 구하고 동전류와 진동 속도에 의해서 역계수를 산출한다.

4. 계산 결과, 측정치 및 고찰

4.1. 고정자 표면의 변위 분포

변위 및 각 고정자의 역계수 계산시 적용된 고정자의 제정수는 표 1과 같다. 그림 5(a)는 원주 방향 진동 차수가 7인 경우에 대하여 내·외 반경비가 20/25인 고정자의 반경 및 원주방향에 대한 변위 분포를 식 (2)에 의한 계산 결과이고 (b)는 반경 방향의 변위 분포 계산치와 실측치를 비교한 것이다. 변위는 규준화된 값이다. 그림 (a)에서 보면 내원주에서 외원주 쪽으로 갈수록 변위는 증가되고 있고 원주 방향으로 7파장이 존재함을 알 수 있다. 또한 그림 (b)에서 계산치는 실측치와 잘 일치됨을 알 수 있다.

4.2. 진동자의 반경 비에 따른 역계수의 변화

그림 1과 같이 전극은 $2n$ 개의 똑같은 형태로 나뉘어 진다고 가정하고, 원주 방향의 진동 차수(직경의 수) n 의 변화에 따라 역계수를 산출하였으며 그 결과를 그림 6에 나타낸다. 이 계산에 있어서 굴곡 진동자의 외측의 원주에서 z 축 방향의 진동 속도를 고려하였으며, 속도는 각 θ 에 좌우되므로 식(1)과 같이 역계수는 속도의 최대치를 사용하여 구하여진다. 그림 6에 표시된 각 점은 실측치의 경우로서 계산치에 잘 근접됨을 알 수 있다.

4.2 탄성체의 두께에 따른 역계수의 변화

그림 7은 식 (5)와 식 (6)을 이용하여 탄성체로 사용되는 두랄루민과 스테인레스 스틸의 ($n=9, s=0$) 및 ($n=6, s=0$)모드에 대하여 직경 $2a$ 는 50[mm], 반경비 b/a 는 0.8로 하고, 압전 세라믹의 두께가 0.29[mm]일 때 탄성체의 두께에 변화에 따른 역계수의 변화를 나타낸 것이다.

탄성체의 두께가 증가될수록 역계수는 선형적으로 증가되며 소정의 역계수를 얻기 위한 탄성체의 두께를 결정할 수 있다.

5. 결론

초음파 모터의 고정자 설계시 가장 중요한 파라미터의 하나인 역계수의 산출에 대해서 원환의 굴곡 진동 모드를 대상으로 하여 실측 및 이론적 계산을 행하여 비교한 결과 잘 일치됨을 보였다. 내·외 반경비에 따른 역계수의 변화는 크지 않았으나 원주 방향 진동 차수의 증가에 따라서는 크게 증가하였으며 고정자의 두께의 증가에 따라 선형적으로 증가됨을 보였다.

한편 고정자 표면에서의 진동 변위 진폭에 대한 측정

결과와 이론적 계산도 좋은 일치를 보였으며, 외원주 방향으로 갈수록 면 수직방향의 진동 진폭은 증가되었다. 이러한 계산 이론은 초음파 모터의 고정자의 최적 설계에 유용한 자료가 될 것으로 사료된다.

참고 문헌

- [1] H.V. Barth, Ultrasonic Driven Moter, IBM Techical Disclosure Bull.,(1973).
- [2] T. Maeno, T. Tsukimoto, and A. Miyake, "the contact mechanism of an ultrasonic motor", IEEE Int. Symp. Appl. Ferroelectr. (ISAF '90), No. VI-17(1990).
- [3] T. Takano, H. Hirata, and Y. Tomotawa, "Analysis of nonaxisymmetric vibration mode piezoelectric annular plate and its application to an ultrasonic motor", IEEE Trans. UFFC 37, 558-565(1990).
- [4] M. Kurosawa and S. Ueha, "Efficiency of ultrasonic motor using traveling wave", J. Acoust. Soc. Jpn.(J)44, 40-46(1988).
- [5] H. Hirata and S. Ueha, "Force factor design of disk vibrators used for ultrasonic motors", J. Acoust. Soc. Jan. (E) 13, 2(1992).
- [6] M. Onoe et al., Fundamentals of Vibration in Solids for Electrical and Electronics Engineers, Ohmsha, Tokyo, p. 167(1982).
- [7] S.M. Vogel and D.W. Skinner, "Natural frequency of transversely vibrating uniform annular plate", J. Appl. Mech. 32, 926-931(1965).

부 록

원환판의 굴곡 진동에 있어서, 굽힘 모멘트와 전단력은 $r=a$ 와 $r=b$ 에서 0 이된다. 따라서 경계조건은 다음 식으로 표현된다.

$$[H_{ij}] \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} = 0 \quad \text{----- (A.1)}$$

여기서 매트릭스 $[H_{ij}]$ 의 각 element들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} H_{11} &= J_n(\beta a) - (1-\sigma)[n(n-1)J_n(\beta a)/(\beta a)^2 + J_{n+1}(\beta a)/\beta a] \\ H_{12} &= Y_n(\beta a) - (1-\sigma)[n(n-1)Y_n(\beta a)/(\beta a)^2 + Y_{n+1}(\beta a)/\beta a] \\ H_{13} &= -I_n(\beta a) - (1-\sigma)[n(n-1)I_n(\beta a)/(\beta a)^2 - I_{n+1}(\beta a)/\beta a] \\ H_{14} &= -K_n(\beta a) - (1-\sigma)[n(n-1)K_n(\beta a)/(\beta a)^2 + J_{n+1}(\beta a)/\beta a] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_{21} &= J_n(\beta b) - (1-\sigma)[n(n-1)J_n(\beta b)/(\beta b)^2 + J_{n+1}(\beta b)/\beta b] \\ H_{22} &= Y_n(\beta b) - (1-\sigma)[n(n-1)Y_n(\beta b)/(\beta b)^2 + Y_{n+1}(\beta b)/\beta b] \\ H_{23} &= -I_n(\beta b) - (1-\sigma)[n(n-1)I_n(\beta b)/(\beta b)^2 - I_{n+1}(\beta b)/\beta b] \\ H_{24} &= -K_n(\beta b) - (1-\sigma)[n(n-1)K_n(\beta b)/(\beta b)^2 + K_{n+1}(\beta a)/\beta a] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_{31} &= nJ_n(\beta a) - \beta a J_{n+1}(\beta a) + n^2(1-\sigma)[(n-1)J_n(\beta a) \\ &\quad - \beta a J_{n+1}(\beta a)]/(\beta a)^2 \\ H_{32} &= nY_n(\beta a) - \beta a Y_{n+1}(\beta a) + n^2(1-\sigma)[(n-1)Y_n(\beta a) \\ &\quad - \beta a Y_{n+1}(\beta a)]/(\beta a)^2 \\ H_{33} &= -nI_n(\beta a) - \beta a I_{n+1}(\beta a) + n^2(1-\sigma)[(n-1)I_n(\beta a) \\ &\quad + \beta a I_{n+1}(\beta a)]/(\beta a)^2 \\ H_{34} &= -nK_n(\beta a) + \beta a K_{n+1}(\beta a) + n^2(1-\sigma)[(n-1)K_n(\beta a) \\ &\quad - \beta a K_{n+1}(\beta a)]/(\beta a)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_{41} &= nJ_n(\beta b) - \beta b J_{n+1}(\beta b) + n^2(1-\sigma)[(n-1)J_n(\beta b) \\ &\quad - \beta b J_{n+1}(\beta b)]/(\beta b)^2 \\ H_{42} &= nY_n(\beta b) - \beta b Y_{n+1}(\beta b) + n^2(1-\sigma)[(n-1)Y_n(\beta b) \\ &\quad - \beta b Y_{n+1}(\beta b)]/(\beta b)^2 \\ H_{43} &= -nI_n(\beta b) - \beta b I_{n+1}(\beta b) + n^2(1-\sigma)[(n-1)I_n(\beta b) \\ &\quad + \beta b I_{n+1}(\beta b)]/(\beta b)^2 \\ H_{44} &= -nK_n(\beta b) + \beta b K_{n+1}(\beta b) + n^2(1-\sigma)[(n-1)K_n(\beta b) \\ &\quad - \beta b K_{n+1}(\beta b)]/(\beta b)^2 \end{aligned}$$

그러므로 식 (A.1)에서 $C_1=C_2=C_3=C_4=0$ 의 경우를 제외하고 주파수 상수 $\beta a, \beta b$ 는

$$\det[H_{ij}] = 0 \quad \text{----- (A.2)}$$

를 만족해야한다. 따라서 주파수 상수는 계산된다.

한편, 진폭 상수의 비는 식 (A.1)에서 식 (A.3)으로 된다.

$$\frac{1}{C_1} \begin{bmatrix} C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & H_{24} \\ H_{32} & H_{33} & H_{34} \\ H_{42} & H_{43} & H_{44} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -H_{21} \\ -H_{31} \\ -H_{41} \end{bmatrix}$$

----- (A.3)

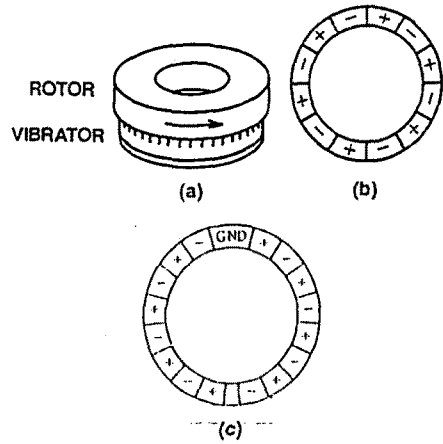


Fig. 1 (a) Construction of ultrasonic motor using flexural vibrator. (b) Flexural vibration mode. (c) Electrode arrangement for two-phase drive of flexural vibration.

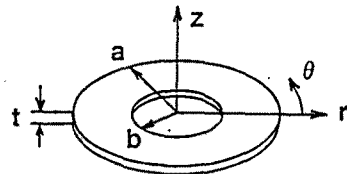


Fig. 2 A disk vibrator and the cylindrical coordinates.

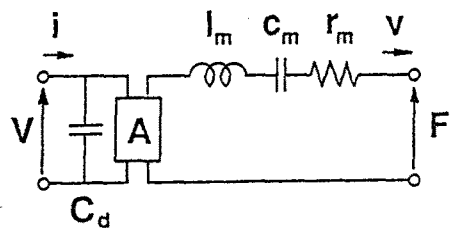


Fig. 3 Equivalent circuit of a vibrator.

- V : terminal voltage
- i : terminal current
- C_d: clamped capacitance
- A : force factor
- I_m: equivalent mass
- c_m: equivalent mechanical compliance
- r_m: equivalent resistance
- F : exerted force
- u : velocity

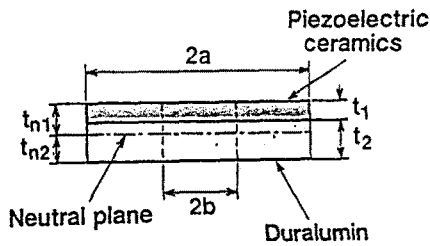


Fig. 4 Cross section of the disk vibrator.
 t_1 : thickness of a Duralumin
 t_2 : thickness of a piezoelectric ceramics disk
 $2a$: diameter of the disk vibrator

Table 1 Specifications of disk vibrator used for calculation of force factors

	Piezoelectric Ceramic	Duralumin	Stainless Steel
$2a$ [mm]	48	48	48
b/a	0.83	0.83	0.83
t_1 [mm]	0.29		
t_2 [mm]		5.5	5.5
Density ρ [kg/m ³]	7820	2800	7910
Poisson's Ratio σ	0.3	0.33	0.3
Young's Modulus $E \times 10^{10}$ [N/m ²]	7.8	7.4	19.7
d_{31} [C/N]	-130×10^{-12}		

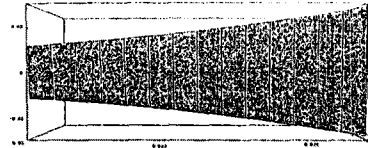
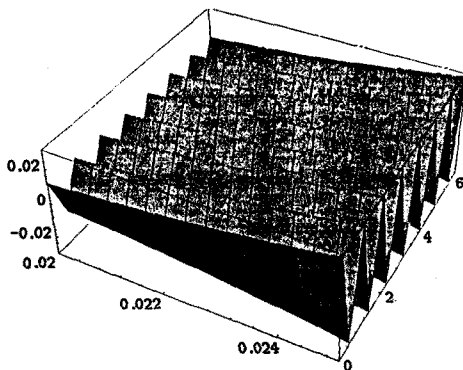


Fig. 5 (a) Vibration distribution of the ring
 (b) Radial distribution of displacement

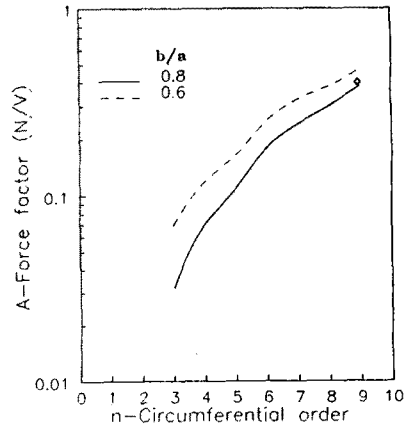


Fig. 6 Force factor of the disk vibrator for a flexural vibration.

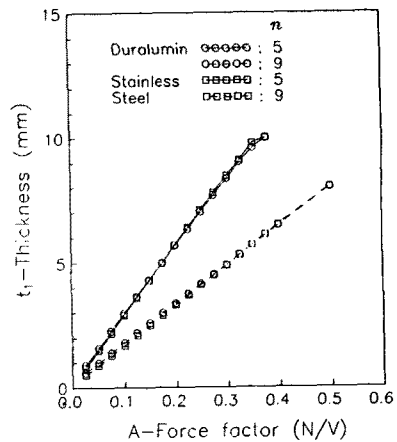


Fig. 7 Relation between a force factor and the thickness of the circular plate.