

# 다기계통의 제어기정수에 대한 고유치감도계산

권세혁      노규민  
고려대학교 전기공학과

## Eigenvalue Sensitivity Calculation with respect to Contoller Parameters in Multimachine Power Systems

Sae-Hyuk Kwon      Kyu-Min Rho  
Korea University

**ABSTRACT :** A systematic procedure for determining the elements of system state matrix is suggested. The interrelation of submatrices of the system matrix is investigated. Each element or each block can be represented in algebraic form. These results can be applied in the eigenvalue sensitivity analysis with respect to the changes in controller parameters.

### 1. 서론

본 연구에서는 다수발전기계통의 계통상태행렬의 각 원소 또는 행렬블록을 대수적으로 표현하였다. 발전기제어계통인 여자계통(PSS부가) 및 속도조절계통이 설치되어있는 경우까지 포괄할 수 있다. 발전기 전압방정식은 발전기를 이축모델, 단일축모델, 및 고전모델로 모델링하는 경우에 국한한다.

Van Ness는 참고문헌[1]에서 고유치감도를 변화가능한 계통정수에 대한 계통상태공간행렬(A행렬)의 편미분을 알고, 고유벡터, 및 A'행렬의 고유벡터등에서 결정할 수 있음을 보였다. 문제가 되는것은 실제 전력계통에서 A행렬은 많은 행렬연산을 하여 얻어지는데 일반적으로 역행렬을 구하거나 인자행렬(Constituent Matrices)의 행렬곱등을 하여야 한다. 따라서 각 원소와 계통정수와의 관계를 밝히기는 대단히 힘든 것으로 지적되고 있다. [2]

A행렬을 대형전력계통에 대하여 구할때는 어떤 일반적인 방법을 따르는 것이 아니라 특정한 목적 및 계통성격에 맞도록 수식을 특별히 만들어야 한다. 즉 특별한 상황에 맞도록 상태변수들을 선정하고, 연결변수들을 선정하고, 계통의 분할 정도를 선정하고 해의 순서등을 정해야 한다. 물론 문제에 대한 통찰력이 있는 연구자가 경험을 축적해야만 할 수 있는 일로서 특정계통문제에는 일반적인 방법보다 특정한 A행렬 구성방법을 선정해야 한다. 그러므로 A행렬 구성방법은 여러가지가 참고문헌에 소개되어 있다. 그 중에서 A행렬을 계통정수에 대해서 쉽게 미분할 수 있도록 하는 쪽의 연구가 제시되고 있다.

참고문헌[3]에서는 A행렬을 얻는데 역행렬계산과정을 거치지 않고 인자행렬의 행렬곱 연산으로 계산할 수 있음을 보였다. 발전기를 차과도임피던스 배후에 전압전원이 있는 모델로 표현하였다. A행렬을 여러개의 부분행렬로 분할하여 이들이 각각 인자행렬들의 행렬곱으로 표현될 수 있음을 보였으며, 이들을 관찰하면 그 부분행렬의 특정계통정수와 관계가 있는지를 파악할 수 있으므로 고유치감도 계산에 응용할 수 있다. [4] 이를 3기 계통에 적용하여 사례연구 결과를 제시하였다.

본 연구에서는 인자행렬들의 행렬곱을 계통정수 및 계통의 상태변수들의 대수적 표현으로 유도하여 A행렬 바로 전단계의 A'행렬의 각 원소 또는 2x2부분행렬들을 발전기 제작회사공급데이터로 부터 직접적으로 계산할 수 있도록 하였다. 발전기는 이축모델, 단일축모델, 및 고전모델로 모델링하였다. 계통상태변수들을 전압방정식 부분, 동요방정식 부분 및 각 발전기 별 제어기 순서로 배치하였다. A'행렬의 부분행렬 간에는 명확한 종속관계가 있어서 한 부분행렬을 계산한 경우 관계가 있는 부분행렬은 이미 계산된 부분행렬에 간단히 행렬곱을 하는 형태로 계산할 수 있음을 보였다.

### 2. 발전기 방정식

전체 전력계통을 발전기 단자만 남기고 송전선 및 부하등을 축약한 이후의 각 발전기 단자전압과 전류의 관계는 이들의 기준이 계통기준이나 아니면 각 발전기 q축이 기준이나에 따라 달리 표현된다. 전압과 전류를 계통기준에 대하여 표시하고 이들의 관계를 다음과 같이 쓸수 있다. 기호 "a"은 계통기준에 대한 표현임을 나타낸다. 첨자 "Δ"는 미소변화분을 의미한다. 첨자 "o"는 초기동작점을 나타낸다.

$$\hat{I}_{BUS\Delta} = Y_{BUS}\hat{V}_{BUS\Delta} \quad (1)$$

각 발전기 단자전압 및 주입 전류를 그 발전기 q축을 기준으로 표현한것을  $V_{BUS}$  및  $I_{BUS}$ 로 각각 쓰기로 하면 i번째 발전기의 출력전류  $I_i$ 의 성분  $I_{qi}$  및  $I_{di}$ 는 식(2)와 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} I_{qi} \\ I_{di} \end{bmatrix}_{\Delta} = \sum_{k=1}^n [M_{iko}] \begin{bmatrix} V_{qk} \\ V_{dk} \end{bmatrix}_{\Delta} + \sum_{k=1}^n [M_{iko}] \begin{bmatrix} -V_{dko} \\ V_{qko} \end{bmatrix} \delta_{k\Delta} + \begin{bmatrix} I_{dio} \\ -I_{qio} \end{bmatrix} \delta_{i\Delta} \quad (2)$$

여기서

$$[M_{iko}] = [T_{io}]^{-1} [Y_{ik}] [T_{ko}]$$

$$Y_{ik} = \begin{bmatrix} G_{ik} & -B_{ik} \\ B_{ik} & G_{ik} \end{bmatrix} \quad T_i = \begin{bmatrix} \cos \delta_i & -\sin \delta_i \\ \sin \delta_i & \cos \delta_i \end{bmatrix}$$

식(2)의  $[M_{iko}]$ 행렬은 2x2행렬이며 각 원소는 다음과 같이 계산할 수 있다. 계통부하는 일정임피던스부하로 본 경우이다.

$$\left. \begin{aligned} M_{iko}(1,1) &= G_{ik}\cos \delta_{iko} + B_{ik}\sin \delta_{iko} \\ M_{iko}(1,2) &= G_{ik}\sin \delta_{iko} - B_{ik}\cos \delta_{iko} \\ M_{iko}(2,1) &= -G_{ik}\sin \delta_{iko} + B_{ik}\cos \delta_{iko} = -M_{iko}(1,2) \\ M_{iko}(2,2) &= G_{ik}\cos \delta_{iko} + B_{ik}\sin \delta_{iko} = M_{iko}(1,1) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

여기서  $\delta_{iko} = \delta_{io} - \delta_{ko}$

각 발전기를 그림1과 같은 등가회로로 표시할 수 있는 모델은 이축모델, 단일축모델, 또는 고전모델등이다. 계통을 발전기 내부모선만 남기고 모두 축약한 경우 각 발전기의 저항 및 직축과도 리액턴스  $X_{di}$ ' 등은 이미 어드미턴스행렬 계산시 고려되었으므로 식(2)의  $V_{qk}, V_{dk}$ 는 내부기전력  $E_i$ '의 q축 및 d축 성분  $E_{qk}$ ' 및  $E_{dk}$ '와 동일하게 된다.

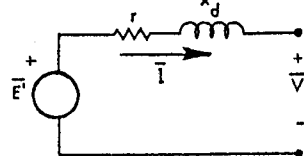


그림 1. 발전기의 과도동기회로(이축모델의 경우)

발전기를 이축모델 또는 고전모델로 표현한 경우의 전압방정식 및 동요방정식은 각각 다음과 같다.

**이축모델**

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \tau_{doi} \dot{E}_{qi}' \\ \tau_{qoi} \dot{E}_{di}' \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} E_{qi}' \\ E_{di}' \end{bmatrix} \\
 &+ \sum_{k=1}^n [X_i] \begin{bmatrix} M_{iko} \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{qk}' \\ E_{dk}' \end{bmatrix} \\
 &+ \sum_{k=1}^n [X_i] \begin{bmatrix} M_{iko} \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -E_{dko}' \\ E_{qko}' \end{bmatrix} \delta_k \\
 &+ [X_i] \begin{bmatrix} I_{dio} \\ -I_{qio} \end{bmatrix} \delta_i + \begin{bmatrix} E_{FDi} \\ 0 \end{bmatrix} \\
 \tau_{i\omega_i} \dot{\omega}_i &= - [I_{qio}, I_{dio}] \begin{bmatrix} E_{qi}' \\ E_{di}' \end{bmatrix} \\
 &- \sum_{k=1}^n [S_{iko}] \begin{bmatrix} E_{qi}' \\ E_{di}' \end{bmatrix} \\
 &- \sum_{k=1}^n [S_{iko}] \begin{bmatrix} -E_{dko}' \\ E_{qko}' \end{bmatrix} \delta_k \\
 &- [E'_{qio} I_{dio} - E'_{dio} I_{qio}] \delta_i - D_i \omega_i + T_{mi} \\
 \dot{\delta}_i &= \omega_i
 \end{aligned} \tag{4}$$

여기서

$$\begin{aligned}
 [S_{iko}] &= \begin{bmatrix} E_{qio}', E_{dio}' \end{bmatrix} [M_{iko}] \\
 [X_i] &= \begin{bmatrix} 0 & (X_{di} - X_{di}') \\ -(X_{qi} - X_{di}') & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

**고전모델**

$$\begin{aligned}
 \tau_{i\omega_i} \dot{\omega}_i &= - \sum_{i=1}^n [E'_{io}, 0] [M_{iko}] \begin{bmatrix} E'_{qk} \\ E'_{dk} \end{bmatrix} \\
 &- \sum_{i=1}^n [E'_{io}, 0] [M_{iko}] \begin{bmatrix} -E'_{dko} \\ E'_{qko} \end{bmatrix} \delta_k \Delta \\
 &- E'_{io} I_{dio} \delta_i \Delta - D_i \omega_i + T_{mi} \\
 \dot{\delta}_i &= \omega_i
 \end{aligned} \tag{5}$$

**3. 여자계통의 상태공간 방정식**

AVR계통을 고려하기 위하여 IEEE Type1 여자에 대한 상태공간방정식은 식(6)과 같다.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \tau_E \dot{E}_{FD} \\ \tau_R \dot{V}_1 \\ \tau_{FV3} \dot{V}_3 \\ \tau_A \dot{V}_R \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -(S'E + K_E) & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -\omega_R K_F (S'E + K_E) / \tau_E & 0 & -1 & \omega_R K_F / \tau_E \\ 0 & -K_A & -K_A & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{FD} \\ V_1 \\ V_3 \\ V_R \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 \\ K_R |V_t| \\ 0 \\ K_A (V_{REF} + V_S) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{6}$$

식(6)의 우변 두번째항의 발전기단자전압 미소변화분  $|V_t|$ 를 상태변수들의 일차결합으로 표시하면 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned}
 |V_{ti}| &= [q_{oi}, d_{oi}] \begin{bmatrix} E'_{qi} \\ E'_{di} \end{bmatrix} \\
 &- X'_{di} \sum_{k=1}^n [d_{o}, -q_o] [M_{iko}] \begin{bmatrix} E'_{qk} \\ E'_{dk} \end{bmatrix} \\
 &- X'_{di} \sum_{k=1}^n [d_{o}, -q_o] [M_{iko}] \begin{bmatrix} -E'_{dko} \\ E'_{qko} \end{bmatrix} \delta_k \Delta \\
 &- X'_{di} (d_o I_{dio} + q_o I_{qio}) \delta_i \Delta
 \end{aligned} \tag{7}$$

여기서  $q_o = V_{qo} / |V_{to}|$   $d_o = V_{do} / |V_{to}|$

**PSS가 여자계통에 설치되어있는 경우**

PSS가 여자계통에 설치되어 있는 경우 PSS의 상태공간방정식에서 입력신호를 발전기 회전자속도  $\omega$ 라고 하면 식(8)와 같다.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \tau_{QA} \dot{X}_A \\ \tau_{Q1} \dot{X} \\ \tau_{Q2} \dot{V}_S \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ (1 - \frac{\tau'_{Q1}}{\tau_Q}) & -1 & 0 \\ \frac{\tau'_{Q2}}{\tau_{Q1}} (1 - \frac{\tau'_{Q1}}{\tau_Q}) & (1 - \frac{\tau'_{Q2}}{\tau_{Q1}}) & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_A \\ X_B \\ V_S \end{bmatrix} \\
 &+ \omega \begin{bmatrix} K_{QS} \tau_Q \\ K_{QS} \tau'_{Q1} \\ K_{QS} \frac{\tau'_{Q1} \tau'_{Q2}}{\tau_{Q1}} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{8}$$

**속도조절계통의 상태공간방정식**

속도조절계통의 상태공간방정식은 다음과 같다. 상세한 블록선도는 참고문헌[5]에 제시되어 있다.

$$\begin{bmatrix} T_{m1} \dot{X}_{m1} \\ T_{m2} \dot{X}_{m2} \\ T_{m3} \dot{X}_{m3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ K_{m2} & -1 & 0 \\ 0 & K_{m3} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{m1} \\ X_{m2} \\ X_{m3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{m1} \Delta \omega \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$\Delta P_m = (1 - K_{m2}) X_{m1} + (1 - K_{m3}) X_{m2} + X_{m3} \tag{10}$$

**4. 계통전체의 상태공간방정식**

식(4) 또는 식(5), 식(6), 식(8), 식(9) 및 식(10)을 모아서 정리하면 다음과 같은 형태로 정리된다.

$$\dot{P}X = A'X + B'U \tag{11}$$

상태변수벡터  $X$ 를 다음과 같은 순서로 배열하였다.

① 각 발전기의 내부기전력  $E'$ 의 q축 및 d축 성분인  $E_{qi}'$  및  $E_{di}'$ 를 발전기별로 배열한다. 즉  $[E_{q1}', E_{d1}', E_{q2}', E_{d2}', \dots, E_{qn}', E_{dn}']^t$ 를  $X_V$ 라고 하면 n개 발전기계통을 모두 이축모델로 나타낸 경우의 내부기전력 성분벡터가 된다. 만약 고전모델인 경우는 전압방정식 부분이 없으므로 무시한다. 만약 i번째 발전기가 단일축모델인 경우에는  $E_{di}'$ 를 무시한다.

② 각 터빈-발전기계통의 회전각속도  $\omega_i$ 를 발전기별로 배열한다. 그 다음 각 발전기의 q축의 위상각  $\delta_i$ 를 발전기별로 배열한다.

③ 각 발전기별로 제어계통의 상태변수들을 배열한다. 여자계통의 상태변수  $X_{EX}$ 를 먼저 PSS의 상태변수  $X_{PSS}$ 를 그 다음, 속도조절계통의 상태변수  $X_{GOV}$ 를 맨 마지막에 배열한다. 위와 같은 배열을 하였을 때 A'행렬의 각 원소 또는 2x2 부분행렬의 대수적 표현은 표1과 같이 요약정리된다. 여기서 각 발전기의 제어기는 그 발전기의 상태변수를 피드백한 값을 처리하여 출력을 내는 것으로 본다. 즉 i번째 발전기의 여자계통의 입력은 i번째 발전기의 단자전압의 크기  $|V_{ti}|$ 이며 여타 발전기의 단자전압의 크기와는 전혀 무관하다. 또한 PSS입력도 해당 발전기의 속도오차이며 속도조절계통의 입력

도 해당 발전기의 속도오차이다. 다시 말하면 각 발전기의 제어기 입력은 국부신호(Local Signal)에만 의존하고 여타 발전기와는 협조되고 있지않은 것으로 본다. 즉 표1에서는 표현은 생략하였지만 i번째 발전기 제어계통의 상태공간방정식은 k번째(k≠i)발전기 제어계통의 상태변수와는 전혀 관계가 없다.

5. 검토 및 결론

표1을 관찰하면 전압방정식 부분의 행렬블록 중에서 그 대수적 표현이  $X_{iMiko}$ 와  $X_{iMikoeko}$ 의 형이 있음을 알 수 있는데 만약  $X_{iMiko}$ 를 계산한 경우에는 우측에서  $eko$ 를 행렬곱해주면  $i \neq k$ 인 경우의  $2 \times 2$ 행렬 및  $2 \times 1$ 행렬이 모두 결정된다는 사실을 알 수 있다. 또한 동요방정식부분의 행렬블록중에서 그 대수적 표현이  $-e_{io}Miko$  및  $-e_{io}Mikoeko$ 인 형이 있는데 전자를 일단 계산하면 후자는 우측에서  $eko$ 를 행렬곱해주면  $i \neq k$ 인 경우의  $1 \times 2$ 행렬 및  $1 \times 1$ 원소를 결정할 수 있다는 사실 역시 알 수 있다.

그리고 발전기 제어계통 방정식중에서  $K_R | V_i$ 를 상태변수들의 결합으로 나타낸 것을 볼 수 있는데 이것 역시 전압방정식의 대수적 표현에 행렬곱연산을 추가하는 형식임을 관찰할 수 있다. 또한 PSS입력신호 부분을 상태변수들의 결합으로 나타낸 것도 동요방정식의 대수적 표현식에 적절한 계수를 곱한것임을 관찰할 수 있다.

만약 제어계통중에서 모델링하고 싶지 않은 것이 있다면 해당 상태변수와 관련된 행과 열을 모두 무시하면 된다. 속도 조절계통을 모델링하지 않은 경우는 상태변수  $X_{m1}$ ,  $X_{m2}$ , 및  $X_{m3}$ 에 관련된 행과 열을 모두 무시한다. PSS를 모델링하지 않은 경우는 상태변수  $X_A$ ,  $X_B$ , 및  $X_C$ 에 관련된 행과 열을 모두 무시하면 된다.

6. 참고문헌

- [1] J.E. Van Ness, J.M. Boyle, and F.P. Imad, "Sensitivities of Large Multiple-Loop Control Systems", IEEE Trans. on Auto. Cont. Vol. AC-10, pp.308-315.
- [2] P.J. Nolan, N.K. Sinha, and R.T.H. Alden, "Eigenvalue Sensitivities of Power Systems Including Network and Shaft Dynamics", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-95, No. 4, pp1318-1324, July/August 1976.
- [3] P.S. Shetty, M.A. Pai, and K.R. Padiyar, "System Matrix Formulation without Matrix Inversion for Multi-Machine Power systems", Journal of the Institution of Engineers (India), Vol. 59, pt EL2, pp109-114, October 1978.
- [4] M.A. Pai, K.R. Padiyar and P.S. Shetty, "Sensitivity Based Selection of Control Parameters for Multimachine Power Systems", IEEE PES Winter Meeting, New York, February 3-8, 1980.
- [5] P.M. Anderson and A.A. Fouad, "Power System Control and Stability", Iowa State University Press, Ames, Iowa, 1977.

표 1.  $\dot{P}\dot{X} = A'X + B'U$ 의 각 부분별 대수적 표현

$\dot{P}\dot{X}$		전압방정식		동요방정식		
		$[E_{q1}', E_{d1}']$	$[E_{qk}', E_{dk}'], k \neq i$	$\omega_i$	$\delta_i$	$\delta_k, k \neq i$
전압방정식	$\tau_{d01}' E_{q1}'$	$X_{iM110} - U_2$	$X_{iM1k0}$	0	$X_i(M_{i10e_{io}} - I_{i10})'$	$X_{iM1k0eko}$
	$\tau_{q01}' E_{d1}'$					
동요방정식	$\tau_1 \omega_i$	$-I_{i10} - e_{io}M_{i10}$	$-e_{io}M_{i1k0}$	-D <sub>i</sub>	$-e_{io}M_{i10e_{io}} + e_{io}I_{i10}'$	$-e_{io}M_{i1k0eko}$
	$\delta_i$			1		
i번째 발전기의	$\tau_E E_{FD}$					
	$\tau_R V_i$	$K_R([q_0, d_0] - X_d'[d_0, -q_0]M_{i10})$	$-K_R X_d'[d_0, -q_0]M_{i1k0}$		$-K_R X_d'[d_0, -q_0](M_{i10e_{io}} - I_{i10})'$	$-K_R X_d'[d_0, -q_0]M_{i1k0eko}$
	$\tau_F V_3$					
	$\tau_A V_R$					
제어계통방정식	$\tau_0 X_A$	$\frac{\tau_0 K_{AS}}{\tau_1} [-I_{i10} - e_{io}M_{i10}]$	$\frac{\tau_0 K_{AS}}{\tau_1} [-e_{io}M_{i1k0}]$		$\frac{\tau_0 K_{AS}}{\tau_1} [-e_{io}M_{i10e_{io}} + e_{io}I_{i10}']$	$\frac{\tau_0 K_{AS}}{\tau_1} [-e_{io}M_{i1k0eko}]$
	$\tau_0 X_B$	$\frac{K_{AS} \tau_{01}}{\tau_1} [-I_{i10} - e_{io}M_{i10}]$	$\frac{K_{AS} \tau_{01}}{\tau_1} [-e_{io}M_{i1k0}]$		$\frac{K_{AS} \tau_{01}}{\tau_1} [-e_{io}M_{i10e_{io}} + e_{io}I_{i10}']$	$\frac{K_{AS} \tau_{01}}{\tau_1} [-e_{io}M_{i1k0eko}]$
	$\tau_0 X_C$	$\frac{K_{AS} \tau_{01} \tau_{02}}{\tau_1 \tau_{01}} [-I_{i10} - e_{io}M_{i10}]$	$\frac{K_{AS} \tau_{01} \tau_{02}}{\tau_1 \tau_{01}} [-e_{io}M_{i1k0}]$		$\frac{K_{AS} \tau_{01} \tau_{02}}{\tau_1 \tau_{01}} [-e_{io}M_{i10e_{io}} + e_{io}I_{i10}']$	$\frac{K_{AS} \tau_{01} \tau_{02}}{\tau_1 \tau_{01}} [-e_{io}M_{i1k0eko}]$
$T_{m1} \dot{X}_{m1}$			$K_{m1}$			
$T_{m2} \dot{X}_{m2}$						
$T_{m3} \dot{X}_{m3}$						

$\dot{P}\dot{X}$		i번째 제어기 상태변수									
		$E_{FD}$	$V_i$	$V_3$	$V_R$	$X_A$	$X_B$	$V_S$	$X_{m1}$	$X_{m2}$	$X_{m3}$
전압방정식	$\tau_{d01}' E_{q1}'$	1									
	$\tau_{q01}' E_{d1}'$	0									
동요방정식	$\tau_1 \omega_i$							1-K <sub>m2</sub>	1-K <sub>m3</sub>	1	
	$\delta_i$										
i번째 발전기의	$\tau_E E_{FD}$	$-(S_E' + K_E)$			1						
	$\tau_R V_i$		-1								
	$\tau_F V_3$	$\frac{K_F(S_E' + K_E)}{\tau_1}$		-1	$\frac{\omega_R K_F}{\tau_E}$						
	$\tau_A V_R$		$-K_A$	$-K_A$	-1			$K_A$			
제어계통방정식	$\tau_0 X_A$				-1						
	$\tau_0 X_B$				$1 - \frac{\tau_{01}}{\tau_0}$	-1					
	$\tau_0 X_C$				$\frac{\tau_{02}}{\tau_{01}} [1 - \frac{\tau_{01}}{\tau_0}]$	$1 - \frac{\tau_{02}}{\tau_{01}}$	-1				
$T_{m1} \dot{X}_{m1}$							-1				
$T_{m2} \dot{X}_{m2}$							$K_{m2}$	-1			
$T_{m3} \dot{X}_{m3}$								$K_{m3}$	-1		