

Lyapunov 직접법에 의한 2모선 계통의 전압안정도 해석

문영현 · 이태식 · 김백 · 이용혁 · 박능수*

연세대학교 전기공학과

A study on Voltage Stability Analysis by the Lyapunov Direct Method in 2-bus Systems

(Young-Hyun Moon · Tae-Shik Lee · Baik Kim · Eung-Hyuk Lee · Neung-Soo Park)

Yonsei Univ. Dept. of Electrical Engineering

Abstract - This paper gives derivations of voltage collapse conditions by using the Lyapunov function, which yields the exactly same results with the sensitivity analysis approach. On the other hand, the voltage collapse phenomenon is interpreted in the physical sense, and causes of the static voltage instability and the dynamic voltage instability are analyzed with the use of proposed Lyapunov function. In addition a new method is developed to calculate the power capacity limit of transmission lines with respect to voltage stability. This paper shows that it is able to analyze the voltage collapse with the Lyapunov direct method in the simple 2-bus system and proposes that the method works well by observing the variation of Lyapunov function as the load is increased in the system.

1. 서 론

계통이 과부하 상태에 놓일 때 발생하는 계통의 불안정 중에 하나가 바로 전압붕괴 현상이다. 이러한 전압붕괴의 원인에 대하여 많은 논쟁이 되고 있다. 그중 전압붕괴를 정적인 특징으로 여기고 조류(load flow) 문제로써 연구되어질 수 있다는 측과 이를 동적 특성으로 여기고 미분방정식 집합의 궤적으로 연구될 수 있다는 측이 있다[1][2]. 이와같이 전압붕괴 메카니즘에 대한 이론 정립이 명확하지 못한 상태에서 국제전문학술지에 수많은 논문이 발표되고 있으나 이론과 학설이 다양한 뿐만 아니라 각 이론도 부분적 현상만을 설명할 수 밖에 없었다.

최근에는 에너지함수[3]를 도입하여 이를 전압안정도 해석에 적용하려 시도해오고 있으나[1], 에너지함수 접근법은 전압붕괴 조건 계산에서 조작 보편적 선형화 접근법이나 감도해석법[4]과 일치하지 않은 결과를 얻어 서로 이질적인 접근방법으로 생각되어 왔다.

본 논문은 Lyapunov 직접법을 이용하여 전력계통 안정도 해석에 새로운 접근법을 제시하고자 한다. 제시된 Lyapunov함수는 전압붕괴조건을 계산하기에 매우 유용하고 그 결과가 감도해석법의 결과와 똑같음을 보였다. 특히 전압붕괴 현상을 물리적 의미에서 해석하고 전압붕괴 현상의 특징으로 진행속도가 매우 느린 경우와 매우 빠른 경우에 대해서 해석하고 원인을 규명하였다. 이러한 연구결과를 토대로 전압안정도 관점에서 송전선의 전력수송한계를 계산하는 새로운 방법을 제시하였다.

2. 전압안정도 이론

기존의 전압안정도 해석이론중에 가장 많이 쓰이고 있는 것이 분기(Bifurcation)이론에 의한 전압붕괴조건 계산법으로 계통의 상태전이 경로가 2개 존재하는 점이 분기발생점이며 분기발생조건은 일반적인 비선형계통에서 다음과 같이 주어짐이 잘 알려져 있다[5].

$$\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (1)$$

$$|J| = \left| \frac{d\mathbf{f}}{d\mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^0} = 0 \quad (\text{분기발생조건}) \quad (2)$$

앞의 조건을 전력계통에 적용하면 전압붕괴조건은 다음과 같이 주어진다.

$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{dP}{d\theta} & \frac{dP}{dV} \\ \frac{dQ}{d\theta} & \frac{dQ}{dV} \end{vmatrix} = 0 \quad \text{with} \quad \left| \frac{dP}{d\theta} \right| \neq 0 \quad (3)$$

위식은 일반적인 전력계통에선 행렬의 차수가 매우 크기 때문에 전압붕괴조건을 해석하기 어렵다. n 모선인 경우는 그 해가 2n-1개 존재하기 때문에 해를 구하기도 힘들고 각각의 전압붕괴 조건의 해가 갖는 물리적 의미를 파악하기 어려운 단점이 있다.

감도해석법에 의한 2-모선계통 전압안정도 해석

전압붕괴조건을 쉽게 수식화하기 위한 방법으로 감도해석법[4]이 있다. 이 방법에 의하여 그림 1과 같은 간단한 2-모선 시스템에 대하여 전압붕괴조건을 고려하여 보자.

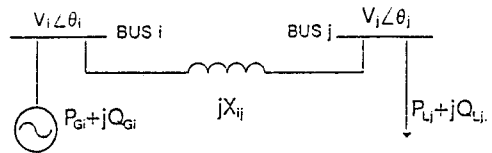


그림 1. 리액턴스만을 고려한 2-모선 계통

먼저 모선 i의 전압 V_i 는 일정하게 유지된다고 가정한다. 모선 j에서의 전압붕괴조건을 계산하면 다음과 같다.

$$\text{전압붕괴조건} : Q_L = \frac{V_i^2/2 - V_j^2}{X} \quad (4)$$

식(7)을 이용하여 임계전압 V_j^u 를 계산하면 다음과 같다.

$$V_j^u = \sqrt{\frac{V_i^2}{4} + \left(\frac{P_L X}{V_i} \right)^2} \quad (5)$$

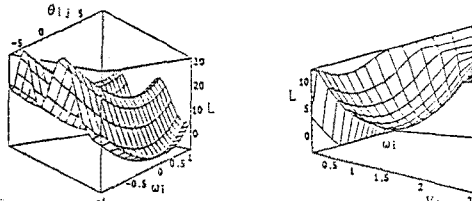
감도해석법을 사용하면 위의 결과를 쉽게 얻어낼 수 있으나 분기방법등에서는 같은 결과를 유도하기가 쉽지 않고 물리적 의미 파악이 곤란하다.

3. L 함수에 의한 2-모선 계통의 전압안정도 해석

그림 1에 주어진 2-모선 시스템에서 전압안정도를 고려할 때 P_{mi} 는 일정하다고 가정하며 발전기 단자전압 E_{Gi} 는 여자기(exitor)에 의하여 제어된다. 간략한 결과를 얻고자 E_{Gi} 즉 V_i 와 P_{Lj} , Q_{Lj} 가 일정하게 유지된다고 가정한다. 계통운전 조건상

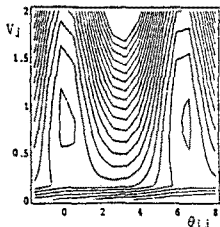
$P_{mi} = P_{Lj}$ 관계가 만족되면 Lyapunov함수를 다음과 같이 표현할 수 있다[6]. (Lyapunov함수를 L 함수로 간단히 표기함)

$$L(\omega, \theta, V) = \frac{1}{2} M_i(\omega_i^2 - \omega_{i0}^2) + \frac{1}{2} b_{ij}(V_j^2 - V_{j0}^2) - P_{mi}(O_{ij} - O_{i0j}) + Q_{Lj} \log(V_j/V_{j0}) + b_{ij}(V_{i0}V_{j0} \cos O_{ij} - V_i V_j \cos O_{ij}) \quad (7)$$



(a) O_{ij} 및 ω_i 에 관한 L 함수

(b) V_j, ω_i 에 대한 L 함수



(c) O_{ij} 및 V_j 에 따라 등고선 모양과 3차원으로 표시한 L 함수

그림 2. 2-모선 계통에 대한 L 함수

그림 2에서와 같이 전압을 고려한 L 함수는 불안정평형점(Unstable Equilibrium Point : UEP)에서 낮은 에너지를 가지고 있으므로 운전점에서의 L 함수값이 UEP에서의 값보다 크다면 불안정하게 될 가능성이 있다. 계통동요가 심하면 $1/2 M_i \omega_i^2$ 인 운동에너지가 크게 되어 이것이 전압붕괴를 초래할 수도 있고, 특별한 계통동요가 없어도 전압붕괴가 일어나는 수가 있는데 이 경우는 그림 2(b)에서의 안정평형점(Stable Equilibrium Point : SEP)과 불안정평형점이 겹쳐지는 경우로서 운전점이 변곡 UEP가 되는 경우이다. 이 경우는 미소한 외란에 의해서도 곧바로 전압붕괴가 일어나게 된다. 일반적으로 계통동요를 수반하지 않고 곧바로 전압붕괴에 들어가는 경우가 전압붕괴의 특징으로 협의의 전압붕괴는 이 현상을 일컫는다. L 함수가 극소값(local minimum)을 갖지 않고 운전점이 변곡 UEP로 바뀌게 되는 이유는 부하의 증가, 조상용량의 부족등으로 인하여 발생하며 이러한 경우가 발생할 조건을 표시하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial L}{\partial x} \Big|_{x=x_0} = 0 \quad (8)$$

$$\left| \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} \right| = 0 \quad \left(\frac{\partial^2 L}{\partial x^2} \Big|_{x=x_0} \text{는 더이상 양의 값이 아님} \right) \quad (9)$$

첫번째 조건식은 조류계산 방정식이 되며 두번째 조건은 조류계산 방정식의 Jacobian 행렬이 운전점 $x=x_0$ 에서 행렬식이 영(singular)이 되는 것과 같은 개념을 갖고 있다. 식(7)을 사용하여 식(9)를 계산하면 다음식을 얻는다.

$$\left| M_i \left[b_{ij} V_i V_j \cos O_{ij} \left(b_{ij} - \frac{Q_{Lj}}{V_j^2} \right) - \left(b_{ij} V_i \sin O_{ij} \right)^2 \right] \right| = 0 \quad (10)$$

한편, 첫번째 전압붕괴조건 $\frac{\partial L}{\partial O_{ij}} = 0, \frac{\partial L}{\partial V_j} = 0$ 을 계산하여 이를 식(10)에 대입하면 다음의 임계전압 V_{j0}^2 를 얻는다.

$$V_{j0}^2 = \sqrt{\frac{(P_{Lj}^2 + Q_{Lj}^2)^{1/2}}{b_{ij}}} \quad (11)$$

단, V_i 가 임의로 조정될 수 있는 경우

V_i 가 일정하게 유지되는 경우에는 P_{Lj} 와 Q_{Lj} 가 독립적으로 변

할 수 없다. 따라서 첫번째 전압붕괴조건식에서 O_{ij} 를 소거한 후 이로부터 얻은 Q_{Lj} 의 관계식을 식(11)에 대입하여 V_j 에 관하여 풀면 다음의 임계전압이 계산된다.

$$V_{j0}^2 = \sqrt{\frac{V_i^2}{4} + \left(\frac{P_{Lj}}{b_{ij} V_i} \right)^2} \quad (12)$$

단, V_i 가 일정하게 유지되는 경우

이 결과는 기존의 감도해석법에 의해 얻은 결과와 같다. 위의 해석결과를 종합하면 전압이 V_{j0}^2 에 접근하여 전압붕괴가 우려되면 V_i 를 조정함으로써 전압붕괴를 막을 수 있고, 전압이 V_{j0}^2 에 접근할 경우는 부하를 끊거나 무효전력을 투입하는 방법외에는 다른 방법이 없다는 점이다. 이는 식(11) 및 식(12)에 의한 수송전력한계가 전압불안정 때문에 다음식과 같이 주어짐을 의미한다. (단, V_{j0}^2 : 불안정 전압 설계치)

i) V_i 가 일정하게 유지되는 경우

$$P_{Lj}^{\max} = b_{ij} V_i \sqrt{(V_{j0}^2)^2 - V_i^2/4} \quad (13)$$

ii) V_i 가 임의로 조정될 수 있는 경우

$$|S_{Lj}|^{\max} = (P_{Lj}^2 + Q_{Lj}^2)^{1/2} / 2 \Big|_{\max} = b_{ij} (V_{j0}^2)^2 \quad (14)$$

4. 시뮬레이션 및 결과고찰

제시한 Lyapunov 직접법에 의한 전압안정도 해석이론으로 2-모선 계통에 대한 전압의 안정도를 그래픽적으로 이해할 수 있음을 보였다. 이를 위하여 발전기 모선의 전압이 일정하게 유지된다고 가정하고서, 조류계산 방정식을 이용하여 계통의 초기상태를 구하였으며 계통에 있어서 부하측에 유효전력과 무효전력의 증가에 따른 L 함수의 변화를 시뮬레이션하였다.

표 1. 2-모선 계통의 상수들의 값과 수렴오차

발전기모선축의 위상각 (O_i)	0.0 [radian]
발전기모선축의 전압 (V_i)	1.0 [p.u.]
선로간의 서셉턴스($b_{ij} = 1/X$)	10.0 [mho]
수렴오차	0.01 [%]

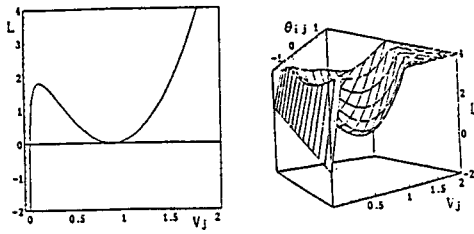
무효전력의 값이 1.0[p.u.]인 경우에 대하여 유효전력을 증가시켜 가며 각각의 상태에 대한 부하측의 전압(V_j)과 위상각(O_j)을 계산하여 표 2에 제시하였다. 이때 조류계산을 위한 부하측 최대유효전력은 3.8729835[p.u.]이고, 감도해석법에 의한 임계전압(V_{j0}^2)은 0.632456[p.u.]이다.

표 2에 주어진 값들을 초기상태로 하여 부하측 전압(V_j)만을 변수로 하고 나머지 변수들은 초기상태와 같다고 한 후에 각각에 대한 L 함수의 변화는 그림 3과 같다.

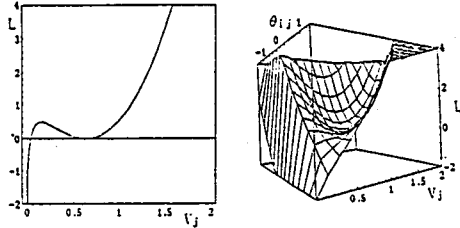
표 2. 무효전력이 1.0[p.u.]인 경우의 조류계산 결과

P_{Lj}	V_j	O_j	P_{ci}	Q_{ci}
0.500000	0.885470	-0.056497	0.500000	1.159427
1.000000	0.879867	-0.113900	1.000000	1.258343
1.500000	0.870099	-0.173260	1.500000	1.429286
2.000000	0.855373	-0.236001	2.000000	1.683375
2.500000	0.834149	-0.304385	2.500000	2.041960
2.999999	0.803087	-0.382842	2.999999	2.550510
3.499999	0.752218	-0.483963	3.499999	3.341685
3.872983	0.633400	-0.657901	3.872972	4.988047

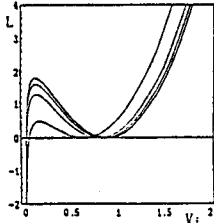
그림 3 (c)에서 부하의 유효전력이 증가함에 따라 각각의 그래프에 대한 안정평형점(SEP) 전압(V_j)의 위치가 좌측으로 움직이며, 불안정평형점(UEP)의 L 함수 값이 작아지고 우측으로 움직여서 변곡 불안정평형점에 가까워짐을 볼 수가 있다. 그림 3 (a)와 (b)에 (V_j, O_{ij})에 대한 그래프를 비교하여 보자. 안정상태에서는 운전점이 안정평형점에 있으나 외란이 생기는 경우에는 운전점의 위치가 변하게 되어서 다시 안정상태로 돌아갈 때까지 그 위치가 변하는데 (a)인 경우에 불안정평형점이 매우 높고 오목한 정도가 커서 작은 외란에는 운전점이 불안정평형점을 쉽게 넘지



(a) P_{Lj} 가 1.0인 경우



(b) P_{Lj} 가 3.872983인 경우



(c) P_{Lj} 가 증가함에 따른 전압(V_j) 변수에 대한 L 함수의 변화
그림 3. Q_{Lj} 이 1.0[p.u.]인 경우에 L 함수의 변화

못하나, (b)인 경우 불안정평형점과 안정평형점의 L 함수 값이 거의 비슷하고 개방정도가 커서 아주 작은 외란에도 아주 쉽게 불안정평형점을 넘어 쉽게 전압붕괴가 생길 가능성이 높다는 것을 예상할 수가 있다.

같은 방법으로 부하측의 유효전력을 일정하게 하고 무효전력을 증가시킬 경우와 부하의 유효전력과 무효전력이 동시에 증가하여도 앞의 무효전력을 고정시키며 행한 경우와 같은 결과를 얻을 수 있었다.

따라서 유효전력이나 무효전력의 증가는 계통의 안정도에 영향을 주며 변화정도가 전압붕괴치에 가까워질수록 계통이 급격히 불안해진다. 부하가 그 이상 증가할 경우 L 함수는 더욱 변하여 불안정평형점과 안정평형점이 마침내는 변곡불안정평형점이 되어 정적 전압붕괴가 되리라 예상된다.

이러한 2-모선 계통에 대한 시뮬레이션이 비록 여러 가정하에서 실행되었으나 다모선계통에 대해서도 똑같은 앞의 해석방법을 적용시켜 각 모선에서의 부하변화에 대해 조사할 경우 같은 결과를 얻으리라 예상된다.

5. 결 론

본 논문에서는 Lyapunov 직접법에 의한 전압안정도 해석이론이 종래의 선형화 접근방법(감도해석법)에 의한 해석이론과 동일한 결과를 얻을 수 있음을 확인하였다.

2-모선 계통에서 전압안정도 제약에 따른 송전용량 결정 방법을 제시하였으며, 이것은 실제계통운전 및 계통설계에 활용될 수 있을 것이다.

또한 전압붕괴에 있어서 동적 전압불안정과 정적 전압불안정의 원인과 그 물리적 의미를 L 함수를 통하여 설명을 하였고, 그래프의 오목한 정도와 계통의 동요나 외란에 의해서 동적붕괴가 일어날 가능성을 예상할 수 있고, 부하의 증가에 따라서는 안정평형점(SEP)과 불안정평형점(UEP)이 서로 겹쳐져서 마침내 변곡불안정평형점이 되어 계통의 동요가 없이도 전압붕괴가 일어날 수 있다는 것을 알 수가 있었다.

6. 참고 문헌

- [1] Hsiao-Dong Chiang, Ian Dobson, Robert J. Thomas, James S. Thorp and Lazhar, "On Voltage Collapse in Electric Power Systems," IEEE Trans. on Power Systems, Vol.5, No.2, May 1990, pp.601-611.
- [2] C. Rajagopalan, B. Lesieutre, P. W. Sauer and M. A. Pai, "Dynamic Aspects of Voltage/Power Characteristics," 91 IEEE SM 491-2 PWRs.
- [3] Natarajan Narasimhamutthi, "On the Existence of Energy Function for Power Systems With Transmission Losses," IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol. CAS-31, No.2, February 1984, pp.199-202.
- [4] N. Flatabo, R. Orngedal and T. Carlsen, "Voltage Stability Condition in a Power Transmission System Calculated by Sensitivity Methods," IEEE Trans. on Power Systems, Vol.5, No.4, November 1990, pp.1286-1293.
- [5] B. Gao, G. K. Morison and P. Kundur, "Voltage Stability Evaluation Using Modal Analysis," 91 IEEE SM 420-0 PWRs.
- [6] 문영현외, "Lyapunov 직접법에 의한 전력계통 전압안정도 해석," 대한전기학회 전력계통연구회 학술연구발표회 논문집, 1992년 5월, pp.64-68.