

다중조류계산을 이용한 전압붕괴 임계점의 On-Line 계산

남해곤, 김동준
전남대학교 전기공학과

On-Line Calculation of the Critical Point of Voltage Collapse Based on Multiple Load Flow Solutions

Hae-Kon Nam, Dong-Jun Kim
Dept. of Electrical Eng. Chonnam National University

Abstract

This paper presents a novel and efficient method to calculate the critical point of voltage collapse. Conjugate gradient and modified Newton-Raphson methods are employed to calculate two pairs of multiple load flow solutions for two operating conditions, i.e., both +mode and -mode voltages for two loading conditions respectively. Then these four voltage magnitude-load data sets of the bus which is most susceptible to voltage collapse, are fitted to third order polynomial using Lagrangian interpolation in order to represent approximate nose curve (P-V curve). This nose curve locates first estimate of the critical point of voltage collapse. The procedure described above is repeated near the critical point and the new estimate will be very close to the critical point. The proposed method is tested for the eleven bus Klos-Kerner system, with good accuracy and fast computation time.

1. 서론

근래 전압안정도 문제가 전력계통의 대형사고로 파급된 예가 보고된 후로 전압붕괴/전압불안정 문제에 대한 지대한 관심을 일으켰다. 전압붕괴/전압불안정은 비선형 조류계산식의 다중해와 밀접한 관련이 있으며 중부하로 운전중인 전력계통에서는 동일한 P-Q 또는 P-V값에 대하여 적어도 한쌍의 전압해, 즉 전압의 크기가 큰 +mode와 작은 -mode가 동시에 존재한다는 것은 잘 알려져 있다. 다중조류계산 해중에서 +mode에서 운전중일 때가 무효전력 소비량이 가장 적으며 -mode는 무효전력 소비량이 훨씬 많아 실제계통에서는 나타날 수 없고 수학적으로만 가능하다. +mode에서 운전되고 있는 계통에서 부하를 점점 증가시키면 전압이 감소하고 +mode와 -mode 값이 점점 접근하여 일치하게 되는데 이점을 전압붕괴 임계점(critical point)이라 한다. 계통이 임계점을 넘어서 운전되면 모선 전압은 감소하고 무효전력을 공급하더라도 전압은 상승하지 않고 계속 전압이 감소하여 전압붕괴(voltage collapse)가 발생한다.

Klos등이[1] 두 mode가 만나는 전압붕괴점에서 조류계산의 Jacobian이 singular 하고 임계점을 조류계산으로 계산하는 것이 수치상으로 어려움이 있음을 보고한 후 전압붕괴 임계점을 정확히 계산하는 여러 방법이 제안되었다. Alvarado는 조류계산 Jacobian이 singular 하므로 조류계산식과 함께 Jacobian의 열 또는 행벡터들이 선형종속이라는 조건을 이용 정확하게 임계점을 계산하는 PoC법을 제안했으나[2] n-모선으로 구성된 계통의 경우 4n+1개의 비선형 연립방정식을 풀어야 하는 계산상의 부담으로 On-line계산하기에는 부적합하다. Iba는[3] 호모토피 연속법을 사용 Jacobian의 행렬에 one dimension만 증가시켜 정확하게 전압붕괴점을 찾는 간접적인 방법을 제안하고 있다. 이 방법은 PoC법과 같은 정확도로

전압붕괴 임계점을 찾을 수 있으나 임계점 부근에서 많은 반복회수를 요하므로 전압붕괴 임계점을 on-line 계산하기에는 계산시간이 길어 부적합하다.

On-line 계산에서 가장 중요한 것은 빠른 시간내에 정확한 전압붕괴 임계점을 계산하는 것이다. 본 논문에서는 초기에 다중조류계산[4] 2회정도 수행하여 두개의 부하점에서 +mode와 -mode 전압을 구하고 가장 취약한 모선을 결정한다. 취약 모선의 4개의 전압크기 데이터를 이용하여 취약한 모선의 nose curve를 Lagrange 보간법을 이용 3차 다항식으로 적합하고 이 다항식으로부터 임계점을 추정한다. 다시 임계점 부근에서 위 과정을 반복함으로써 정확한 전압붕괴 임계점을 찾는 방법을 제시하고 있다. 이 방법은 위의 두 방법보다 계산속도가 빠르며 상용 조류프로그램으로 cut-and-try방법을 써서 구한 전압붕괴 임계점보다 더 정확한 결과를 제공해주므로 전압붕괴 임계점을 on-line계산하기에 매우 적합하다.

2. Lagrange 보간법

(n+1)개의 점 $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ 이 주어졌을 때 이 점들을 통과하는 곡선을 다항식으로 적합 하고자 한 때 Lagrange 보간법이 이용된다.

$$L_i(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}$$

$$= \prod_{j=0, j \neq i}^n \left[\frac{x-x_j}{x_i-x_j} \right] \quad (1) \text{ 을 정의하면}$$

$$L_i(x_j) = \begin{cases} 0 & : i \neq j \\ 1 & : i = j \end{cases} \quad (2)$$

을 만족하므로 식 (3)으로 정의되는 n차 Lagrange 다항식은 정확하게 (n+1)개의 점 $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ 을 통과함을 알 수 있다.

$$f_n(x) = L_0(x)y_0 + L_1(x)y_1 + \dots + L_n(x)y_n \quad (3)$$

본 논문에서는 전압붕괴 임계점을 계산하는데 4개의 점을 3차 다항식으로 적합하여 사용하였다. 4개의 점 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4)$ 가 주어졌을 때 3차 Lagrange 다항식은

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (4)$$

형태로 주어지며 여기서

$$L'_0 = (x_1 - x_2)(x_1 - x_3)(x_1 - x_4) \quad (5)$$

$$L'_1 = (x_2 - x_1)(x_2 - x_3)(x_2 - x_4) \quad (6)$$

$$L'_2 = (x_3 - x_1)(x_3 - x_2)(x_3 - x_4) \quad (7)$$

$$L'_3 = (x_3 - x_1)(x_3 - x_2)(x_3 - x_4) \quad (8)$$

라고 하면 계수 a, b, c 및 d 는 식 (9)-(12)로 주어진다.

$$a = \frac{y_1}{L'_0} + \frac{y_2}{L'_1} + \frac{y_3}{L'_2} + \frac{y_4}{L'_3} \quad (9)$$

$$b = -\frac{y_1}{L_0}(x_2+x_3+x_4) - \frac{y_2}{L_1}(x_1+x_3+x_4) - \frac{y_3}{L_2}(x_1+x_2+x_4) - \frac{y_4}{L_3}(x_1+x_2+x_3) \quad (10)$$

$$c = -\frac{y_1}{L_0}(x_2x_3+x_3x_4+x_4x_2) - \frac{y_2}{L_1}(x_1x_3+x_3x_4+x_4x_1) + \frac{y_3}{L_1}(x_1x_2+x_2x_4+x_4x_1) + \frac{y_4}{L_2}(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1) \quad (11)$$

$$d = \frac{y_1}{L_0}x_2x_3x_4 + \frac{y_2}{L_1}x_1x_3x_4 + \frac{y_3}{L_2}x_1x_2x_4 + \frac{y_4}{L_3}x_1x_2x_3 - \frac{y_4}{L_3}(x_1+x_2+x_3) \quad (12)$$

식(10)의 3차 다항식의 극점을 x_{σ} 라고 하면

$$x_{\sigma} = \frac{-2b \pm \sqrt{4b^2 - 12ac}}{6a} \quad (13)$$

3. 전압붕괴 임계점 계산

3.1 5모선 계통에서의 전압붕괴 임계점 계산

그림 2의 5모선 계통을 예로 들어 전압붕괴 임계점 계산 알고리즘을 기술하기로 한다. 표 1은 선로정수, 표 2는 base case 모선 자료로서 총부하를 4.05 p.u.이다. 그림 2는 5모선 계통의 전체 유효 및 무효전력 부하를 증가시키면서 다중조류 계산을 행한 결과인데 취약모선인 모선 4의 전압크기를 보여 주고 있다. 다중조류계산을 행할 때 다음과 같은 가정을 하였

1. 각 모선의 역률은 부하변화에 대해 일정하다.
2. 발전기모선 전압의 크기는 일정하게 유지되고, 무효전력이 상한선을 초과하면 부하모선으로 전환한다.
3. 각 모선의 부하는 총부하에 비례하여 증가한다.
4. 각 발전기의 유효전력 출력은 총부하에 비례하여 증가한다. 단 slack 발전기는 예외로 한다.
5. 송전손실 증분은 slack 모선 발전기에 의해 흡수된다.

그림 2에서 점 1 (x_1, y_1)은 base case이고, 점 2 (x_2, y_2)는 base case보다 총부하를 0.5 p.u, 점 3 (x_3, y_3)은 점 2의 -mode이며, 점 4 (x_4, y_4)는 점 3의 경우보다 총부하를 0.5 p.u 증가시킨 경우의 -mode 전압이다. 단 여기서 x는 전압의 크기, y는 전체 부하량을 의미하고

$$x_3 \leq x_4 \leq x_2 \leq x_1$$

이 성립한다.

이 4개의 점을 이용 식 (3)의 3차 다항식으로 보간하면 전압붕괴 임계점은 식 (13)에서처럼 두개가 존재하는데 이 두개의 해중 다음 조건을 만족하는 해가 취약모선의 임계전압 x_{σ} 가 된다.

$$x_3x_4 \leq x_{\sigma} \leq x_1x_2 \quad (14)$$

그래서 위 조건을 만족하는 점을 가지고 근사 임계 총부하 수요를 다음과 같이 계산할 수가 있다.

$$y_{\sigma} = ax_{\sigma}^2 + bx_{\sigma} + d \quad (15)$$

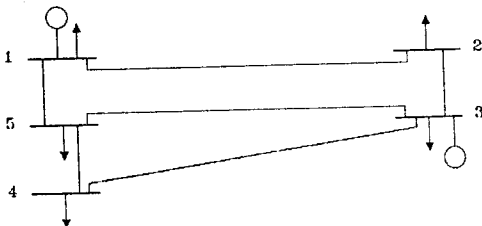


그림 1. 5모선 계통도

표 1. Line parameter

Bus to Bus	R	X	y/2
1 - 2	0.042	0.168	0.0205
1 - 5	0.031	0.126	0.0155
2 - 3	0.031	0.126	0.0155
3 - 4	0.084	0.336	0.0410
3 - 5	0.053	0.210	0.0255
4 - 5	0.063	0.252	0.0305

표 2. Bus data

BUS	Generation		Load		V	Remarks
	P	Q	P	Q		
1	0.65	0.3	1.04	Swing bus
2	0	0	1.15	0.6	1.0	Load bus
3	1.8	...	0.7	0.4	1.02	Voltage const. bus
4	0	0	0.7	0.3	1.0	Load bus
5	0	0	0.85	0.4	1.0	Load bus

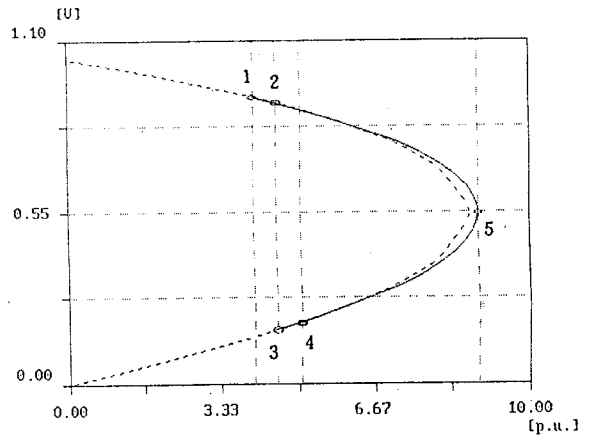


그림 2. 모선 4의 nose curve

이 4개의 점을 이용 식 (3)의 3차 다항식으로 보간하면 전압붕괴 임계점은 식 (13)에서처럼 두개가 존재하는데 이 두개의 해중 다음 조건을 만족하는 해가 취약모선의 임계전압 x_{σ} 가 된다.

$$x_3x_4 \leq x_{\sigma} \leq x_1x_2 \quad (14)$$

그래서 위 조건을 만족하는 점을 가지고 근사 임계 총부하 수요를 다음과 같이 계산할 수가 있다.

$$y_{\sigma} = ax_{\sigma}^2 + bx_{\sigma} + d \quad (15)$$

임계 총부하점은 그림 1에서와 같이 점 5로 결정된다. 점선으로 된 nose curve는 실제 곡선이고 실선은 base case를 포함한 첫번째 반복에서의 4개의 점을 3차 다항식으로 보간해서 얻은 결과이다. 단 한번의 보간으로 얻은 P-V 곡선이 실제 P-V 곡선에 매우 근접하고 있음을 그림에서 알 수 있다. 실제 임계부하는 8.72 p.u 정도이고 보간된 근사 임계부하는 8.9 p.u. 정도였다. 보통 근사 임계부하점이 실제의 임계부하점보다 더 크다. 좀더 정확한 임계부하점을 추정하기 위하여 위에서 기술한 과정을 임계점 부근에서 다시 반복한다. 즉 근사 임계부하점 5에서 어느 정도 여유(margin)를 주고 총부하를 감소시킨 두개의 총부하 수요점에서 각각 +mode와 -mode 전압을 구한 후, 이들 4개의 점을 3차 Lagrange 다항식으로 보간하고 이 다항식을 이용하여 다시 임계부하점을 계산한다. 총부하를 각각 $y_4 + 0.7(y_{\sigma} - y_4)$ 와 $y_4 + 0.7(y_{\sigma} - y_4)$ 로 취하고 각각의 경우에 +/- mode 전압을 구하여 임계점을 구하면 임계부하는 8.7464 p.u.로 되고 한번 더 계산하면 8.7285 p.u.로 cut-and-try법으로 구한 결과와 거의 일치하고 있음을 알 수 있다.

3.2 컴퓨터 알고리즘

전절에서 다중조류계산과 Lagrange 보간법을 사용하여 효율적으로 정확한 전압붕괴 임계점을 발견할 수 있음을 보였다. 위의 알고리즘을 요약하면 다음과 같다.

단계 1 : base case를 포함한 2개의 총 부하수요점에서 조류계산을 통해 +mode전압을 계산한다.

단계 2 : 단계 1에서 얻어진 값으로 가장 취약한 모선을 정한다.

단계 3 : 가장 취약한 모선에 -mode전압에 해당하는 초기치를 주어 2번의 다중조류계산을 행한다.

단계 4 : 4개의 점을 Lagrange 보간법을 이용 3차 다항식으로 적합하고, 가장 취약한 모선의 nose curve를 사용 근사 임계부하를 설정한다.

단계 5 : 계산된 근사 임계부하에 적절한 여유(margin)를 주어 감소시킨 2개의 총부하를 재 설정하고 다중 조류계산을 실행한다.

단계 6 : 단계 5에서 구해진 가장 취약한 모선의 +mode전압해와 -mode전압 해의 전압크기 차이가 ϵ 보다 작거나 판별한다. ϵ 보다 큰 경우는 단계 4로 올라가 다시 계산한다.

단계 7 : 단계 5에서 얻어진 data를 가지고 모든 모선에 대해서 3차 보간하여 임계전압 크기와 위상을 구한다. 가장 취약한 모선의 nose curve를 사용 최종 임계부하를 계산한다.

3.3 Klos-Kerner 11 모션계통

Klos-Kerner 11 모션 계통은 다중조류계산과 전압붕괴 임계점의 계산에 자주 인용되는 계통으로 base case에서 각 모선의 유효전력량과 무효전력량은 표 3과 같다. base case에서 조류계산은 flat start로 수행하였고, 그 외의 경우에는 隣近에서 이미 계산된 조류계산 결과를 초기치로 이용하였다. 표 4는 +mode와 -mode에서 cut-and-try(CAT) 방법, 그리고 본 논문의 방법을 사용하여 각 모선의 임계전압과 임계부하를 계산한 결과들을 보여주고 있다.

표 3. 각 모선의 무효전력량과 유효전력량

BUS	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
P	4.9	10.07	10.22	-5.44	0.00	7.62	2.18	-10.88	4.35	-5.99
Q	1.09	0.54	1.09	...	0.00	0.44	0.27	...	1.09	-3.43

표 4. CAT과 제안된 방법과의 비교

$\epsilon = 1.0^{-4}$

BUS	CAT (+ mode)		CAT (-mode)		제안된 방법	
	전압	각도	전압	각도	전압	각도
1	1.0500	0.00	1.0500	0.000	1.0500	0.00
2	0.7243	-37.15	0.7219	-37.27	0.7231	-37.22
3	0.7160	-58.90	0.7134	-59.15	0.7146	-59.03
4	0.8446	-51.79	0.8428	-51.98	0.8437	-51.90
5	1.0500	-38.96	1.0500	-39.12	1.0500	-39.05
6	0.8316	-54.02	0.8297	-54.22	0.8307	-54.13
7	0.9036	-50.93	0.9028	-51.08	0.9032	-51.01
8	0.9211	-40.44	0.9206	-40.56	0.9209	-40.51
9	1.0375	-21.77	1.0375	-21.87	1.0375	-21.83
10	0.9746	-24.11	0.9741	-24.19	0.9744	-24.16
11	0.9208	-36.47	0.9192	-36.59	0.9199	-36.54
총부하	75.204		75.204		75.2146	

첫번째 반복에서 추정된 임계부하는 84 p.u.로 임계부하 75.2 p.u.와는 약 8.8 p.u.의 오차가 있다. 임계점 부근에서 두 번째로 추정된 임계부하는 75.78 p.u.이고 마지막으로 추정된 값은 75.2146 p.u.로 cut-and-try법으로 구한 결과보다는 더 정확함을 알 수 있다. 본 논문의 방법으로 임계부하를 구하기까지의 iteration수는 NR법이 35회, CG법이 1회이며 I/O를 포함한 계산 시간은 486DX/50으로 1.32초가 걸렸다. 그리고 base case에서의 NR법의 반복횟수는 4회이다. 만약 sparsity 기법을 사용한다면 계산시간은 훨씬 줄어들 것이다. 그리고 그림 1과 같이 초기 다중조류계산 시 사용한 총부하의 step size는 5.0 p.u.였고 CG법은 점2에서 점3으로 갈 때 사용했다.

윗 결과에서의 같이 제안된 방법으로 계산된 결과는 상용 조류계산을 이용 cut-and-try법으로 구한 전압붕괴 임계점보다 더 정확히 계산하고 있음을 보여주고 있다.

4. 결론

본 논문이 제안하는 방법은 다음과 같은 특징을 갖는다.

1. 경부하에서도 빠르게 전압붕괴 임계점을 찾을 수가 있다.
2. sparsity 기법이 사용가능하여 계산시간을 단축 시킬 수 있다.
3. 중부하부근에서는 더욱 빠르게 전압붕괴 임계점을 제공 한다.
4. 가장 취약한 모선의 nose curve를 효율적으로 제공한다.
5. 전압붕괴 임계점의 singularity를 극복할 수 있다.

이와같이 본 논문이 제안한 알고리즘은 취약모선의 nose curve (P-V곡선)가 포물선에 가까운 것을 이용하여, 3차 다항식으로 적합해서 근사 임계점을 구한 후 다시 임계점 부근에서 이파형을 반복함으로써 정확한 임계점을 효율적으로 계산하고 있다. 본 논문에서 제안한 방법은 전압붕괴를 on-line 감시하는데 매우 유용하게 쓰여질 것으로 기대된다.

참고문헌

1. A. Klos and A. Kerner, "The Non-Uniqueness of Load Flow Solutions," Proc., PSCC, Cambridge 1975
2. F.L. Alvalado and T.H. Jung, "Direct Detection of Voltage Collapse Conditions," Proc. of bulk Power System Voltage Phenomena, Missouri Sept. 1988.
3. K. Iba, H. Suzuki, M. Egawa and T. Watanabe, "Calculation of Critical Loading Condition with Nose Curve Using Homotopy Continuation Method," IEEE Transaction on Power Systems, Vol.6, No2, 1991
4. K.Iba, H. Suzuki, M.Egawa and T.Watanabe, "A Method for Finding a Pair of Multiple Load Flow Solutions in Bulk Power Systems," IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 5, No. 2, May 1990.
5. 김 동준, 남 해근, "Conjugate Gradient 방법을 이용한 다중 조류계산 방법", 1993년도 춘계 학술연구발표회 논문집, 23회, 대한전기학회
6. A. Yokoyama and Y. Sekine: "A Static Voltage Stability Index Based on Multiple Load Flow Solutions," Engineering Foundation Conference on "bulk Power Systems Voltage Instability" Proc., Sep. 1988, St.Louis
7. Yasuji Sekine, Akihiko Yokoyama, Teruhisa Kumano : "A Method for Detection a Critical State of Voltage Collapse", Engineering Foundation Conference on "Bulk Power Systems Voltage Instability, Proc. Sep 1988, St.Louis
8. K. E. Atkinson, An introduction to Numerical Analysis, 2nd ed., 1989, John Wiley & Sons