

적분근사법 이용한 거리 계전 알고리즘

정병태⁰ 서장철 조경태 박종근
서울대학교 전기공학과

A Distance Relaying Algorithm Based on the Integral Approximation of a Differential Equation

B.T.Jung J.C.Seo Cho,K.R. J.K.Park
Dept. of Electrical Eng, S.N.U

ABSTRACT

A distance protection algorithm for detecting faults at power transmission lines is presented in this paper. The algorithm is based on the differential equation related to the voltage and the current at an equivalent circuit of a transmission line which is composed of the lumped resistance and inductance.

The presented integration method has high performance although the fault voltage and the current are heavily distorted with the DC offset and harmonics which occurred at transient states after faults.

적분근사 방법은 미분근사에 비해 노이즈에 더 강한 반면 계산 부담은 일반적으로 약간 더 크다. 적분항을 중간치 보간 기법을 이용한 사다리꼴 적분법으로 구하는 방법은 H.Kudo 등에 의해 제시되었다[3].

사고직후의 전류파형은 인덕턴스에 저장된 에너지의 방출로 인한 지수감소하는 DC offset과 커패시턴스 성분에 의한 고조파 때문에 심하게 왜곡된다. 결과적으로 이러한 고조파 성분 때문에 사고점을 정확히 찾기가 힘들어진다. 그래서 이러한 고조파를 제거하기 위해 필터를 사용하게 되는데 필터에 의한 근사오차나 필터의 위상특성에 의한 시지연 같은 문제가 발생한다.

본 논문에서는 기본파 성분뿐만 아니라 지수감소하는 DC offset과 고조파 성분까지 고려하여 R과 L값을 찾는 알고리즘이 제시되었다.

서론

현재 까지 거리 계전 알고리즘으로 최소자승법, 푸리에변환법, 미분방정식법 등이 발표되었다. 이 중에서 미분방정식법이 실제로 많이 쓰이는데 그 이유는 비교적 적은 data로부터 신뢰성 높은 결과를 얻을 수 있기 때문이다. 사고시 송전선로는 그림 1.과 같이 R, L의 집중정수회로로 증가화할 수 있다.

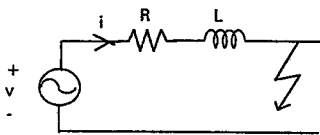


그림 1. 사고시 선로의 집중정수 모델

이 때 전압과 전류의 관계식은

$$v = Ri + L \frac{di}{dt} \quad (1)$$

로 표현될 수 있다.

미분방정식법은 식(1)을 이용하여 R과 L값을 구하여 사고점을 찾는 것이다. 이 때 $\frac{di}{dt}$ 의 일차근사를 통해 R, L값을 찾는 방법이 B. Jeysura & W. J. Smolinski에 의해 제시되었고[1]. 또 다른 방법으로 $\frac{di}{dt}$ 를 여러가지 고조파에 알맞게 근사시키는

방법이 Y. Ohura, M. Yamura 등에 의해 제시되었다[4].

이에 반해 식(1)을 식(2)처럼 적분식으로 고쳐서 적분근사로 풀 수가 있다.

$$\int v = R \int i dt + Li \quad (2)$$

본론

1. 임피던스 계산

선로에서 전압과 전류의 관계식은 항상 식(1)과 같이 세울 수 있다고 하자.

식(1)을 시간 t_0 와 t_1 사이에서 적분하면 식(3)과 같다.

$$\int_{t_0}^{t_1} v(t) dt = R \int_{t_0}^{t_1} i(t) dt + L(i(t_1) - i(t_0)) \quad (3)$$

식(3)의 선형독립인 2개의 해를 가정하면 식(4)와 같은 행렬식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} R \\ L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_i[m] & D_i[m] \\ J_i[m-1] & D_i[m-1] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} J_v[m] \\ J_v[m-1] \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기에서

$$J_i[m] = \int_{t_0}^{t_1} i(t) dt, \quad J_i[m-1] = \int_{t_0-T}^{t_1-T} i(t) dt$$

$$J_v[m] = \int_{t_0}^{t_1} v(t) dt, \quad J_v[m-1] = \int_{t_0-T}^{t_1-T} v(t) dt$$

$$D_i[m] = i(t_1) - i(t_0), \quad D_i[m-1] = i(t_1-T) - i(t_0-T)$$

T ; 샘플간격

이다.

t=0 에서 사고가 난 왜곡된 전류 신호는 다음 식(5)와 같이 쓸 수 있다.

$$i(t) = Ae^{-\alpha t} + I_1 \sin(\omega_1 t + \theta_1) + I_2 \sin(\omega_2 t + \theta_2) + \dots \quad (5)$$

$$= Ae^{-\alpha t} + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \sin(\omega_n t + \theta_n)$$

윗 식에서 알 수 있듯이 사고시 전류는 지수감소하는 DC offset, 기본파 성분, 고조파 성분으로 이루어져 있다고 말할 수 있다. 기본파 성분을 제외한 다른 성분들은 사다리꼴 적분 법이나 다른 적분근사에 의해 임피던스를 계산하는데 오차를 발생시키는 요인이 된다. 통상 고조파는 필터를 통해 제거할 수 있으나 DC offset는 제거되지 않는다. 그런데 고차의 필터는 신호에 위상지연을 크게 시키므로 고장점을 찾는 데 큰 시간 지연을 유발한다. 그러므로 계전알고리즘에 적합한 크기특성을 가지면서도 지나친 위상지연이 일어나지 않는 필터를 선정해야 한다.

매우 짧은 시간에 대해 DC offset을 다음과 같이 구간별 일차 함수로 근사시킬 수 있다.

$$i(t) = At + b \quad (6)$$

즉, 그림 2.처럼 각각의 샘플링점에 대해 DC offset을 직선으로 가정할 수 있다는 것이다.

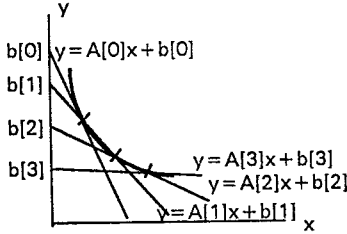


그림 2. DC offset 의 구간별 일차함수 근사

그러면 식(5)는 다음과 같이 된다.

$$i(t) = At + b + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \sin(\omega_n t + \theta_n) \quad (7)$$

식(7)로부터 특정한 주파수 성분에 대해(예를 들면, DC offset, 60Hz 성분, 120Hz 성분) 근사오차가 없는 식을 다음과 같이 만들 수 있다.

$$\int_{t_0}^{t_1} i(t) dt = \sum_{n=1}^{N/2} c[n] (i[n] + i[N+1-n]) \quad (8)$$

여기서 N은 t₀ 에서 t₁ 까지의 샘플링점의 수로 짝수이며, c[n] 은 N/2개의 주파수 성분에 대해 근사오차가 없는 계수이다. t₁=t₀+5T라 하고, DC offset 성분과 ω₁과 ω₂의 주파수 성분에 대해 근사오차가 없도록 c[1], c[2], c[3]를 결정하자. 그러면 전류는 다음 식(9)와 같이 쓸 수 있다.

$$i(t) = At + b + I_1 \sin(\omega_1 t + \theta_1) + I_2 \sin(\omega_2 t + \theta_2) \quad (9)$$

여기에서 3가지 성분을 고려했으므로 N을 6으로 하였다. 식(9)와 같이 표현되는 전류에 대해 식(8)의 양변을 비교하면 c[1], c[2], c[3]를 구할 수 있다.

즉, 식(8)의 좌변은

$$\int_{t_0}^{t_0+5T} i(t) dt = \frac{A}{2} t^2 + bt - \frac{I_1}{\omega_1} \cos(\omega_1 t + \theta_1) - \frac{I_2}{\omega_2} \cos(\omega_2 t + \theta_2) \Big|_{t_0}^{t_0+5T}$$

$$= \frac{A}{2} ((t_0+5T)^2 - t_0^2) + b(t_0+5T - t_0) - \frac{I_1}{\omega_1} (\cos(\omega_1 t_0 + 5\omega_1 T + \theta_1) - \cos(\omega_1 t_0 + \theta_1)) - \frac{I_2}{\omega_2} (\cos(\omega_2 t_0 + 5\omega_2 T + \theta_2) - \cos(\omega_2 t_0 + \theta_2))$$

$$= \frac{5T}{2} (2At_0 + 5AT + 2b_0) + \frac{2I_1}{\omega_1} \sin(\omega_1 t_0 + \frac{5\omega_1 T}{2} + \theta_1) \sin(\frac{5\omega_1 T}{2}) + \frac{2I_2}{\omega_2} \sin(\omega_2 t_0 + \frac{5\omega_2 T}{2} + \theta_2) \sin(\frac{5\omega_2 T}{2}) \quad (10)$$

식(8)의 우변은

$$\sum_{n=1}^3 c[n] (i[n] + c[7-n]) = c[1] (i(t_0) + i(t_0+5T)) + c[2] (i(t_0+T) + i(t_0+4T)) + c[3] (i(t_0+2T) + i(t_0+3T)) = (c[1] + c[2] + c[3]) (2At_0 + 5AT + 2b_0) + 2I_1 \sin(\omega_1 t_0 + \frac{5\omega_1 T}{2} + \theta_1) (c[1] \cos(\frac{5\omega_1 T}{2}) + c[2] \cos(\frac{3\omega_1 T}{2}) + c[3] \cos(\frac{\omega_1 T}{2})) + 2I_2 \sin(\omega_2 t_0 + \frac{5\omega_2 T}{2} + \theta_2) (c[1] \cos(\frac{5\omega_2 T}{2}) + c[2] \cos(\frac{3\omega_2 T}{2}) + c[3] \cos(\frac{\omega_2 T}{2})) \quad (11)$$

식(10)과 식(11)의 계수를 비교하면 다음과 같은 3개의 연립 방정식이 세워진다.

$$c[1] + c[2] + c[3] = \frac{5T}{2} \quad (12)$$

$$c[1] \cos(\frac{5\omega_1 T}{2}) + c[2] \cos(\frac{3\omega_1 T}{2}) + c[3] \cos(\frac{\omega_1 T}{2}) = \frac{1}{\omega_1} \sin(\frac{5\omega_1 T}{2})$$

$$c[1] \cos(\frac{5\omega_2 T}{2}) + c[2] \cos(\frac{3\omega_2 T}{2}) + c[3] \cos(\frac{\omega_2 T}{2}) = \frac{1}{\omega_2} \sin(\frac{5\omega_2 T}{2})$$

만약 샘플링 주파수가 720Hz이고 DC offset, 60Hz, 120Hz 3개의 성분에 대해 적분오차를 0으로 한다고 하면 식(12)로부터 다음과 같이 c[1], c[2], c[3]가 결정된다.

$$c[1] = 0.00048146$$

$$c[2] = 0.00174358$$

$$c[3] = 0.00124719$$

이렇게 구한 c[1], c[2], c[3]인한 오차를 계산해보자.

전류식이 다음과 같다면 DC 성분이나 각 주파수 성분 하나에 대한 오차를 계산할 수 있다.

$$i(t) = I \sin(\omega t + \theta) \quad (13)$$

윗 식을 식(8)에 대입하여 하면 좌변은

$$\int_{t_0}^{t_0+5T} i(t) dt = \int_{t_0}^{t_0+5T} I \sin(\omega t + \theta) dt = \frac{2I}{\omega} \sin(\omega t_0 + \theta + \frac{5\omega T}{2}) \sin(\frac{5\omega T}{2}) \quad (14)$$

우변은

$$\sum_{n=1}^{N/2} c[n] (i[n] + i[N+1-n]) = \sum_{n=1}^3 c[n] (i(t_n) + i(t_{7-n})) = 2I \sin(\omega t_0 + \theta + \frac{5\omega T}{2}) [c[1] \cos(\frac{5\omega T}{2}) + c[2] \cos(\frac{3\omega T}{2}) + c[3] \cos(\frac{\omega T}{2})] \quad (15)$$

그러면 식(13)의 전류에 대한 오차는

$$ERROR = \frac{\text{식(14)} - \text{식(15)}}{\text{식(14)}} = 1 - \frac{c[1] \cos(\frac{5\omega T}{2}) + c[2] \cos(\frac{3\omega T}{2}) + c[3] \cos(\frac{\omega T}{2})}{\frac{1}{\omega} \sin(\frac{5\omega T}{2})} \quad (16)$$

위의 ERROR식을 주파수에 대해 그리면 그림 3과 같다.

그림 3.에서 알 수 있듯이 60Hz까지는 오차가 거의 0 이고(약 0.01%이내임), 60Hz부터 120Hz사이도 0.15%를 넘지않는다. 그러나 120Hz에서부터는 급격히 증가하는데 식(16)이 144Hz에서 극점을 갖기 때문이다.

그러나 144Hz에서 식(14)는 0이되고, 식(15)는 10⁻⁵정도가 되므로 실제로는 문제가 되지 않는다.

주파수가 144Hz를 지나면 오차가 다시 감소하다 240Hz를 넘으면 다시 증가하게 된다.

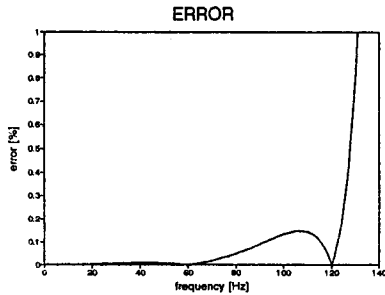


그림 3. 적분계수에 의한 근사오차

2. 사례 연구

제시된 알고리즘에 대해 EMTP(Electro Magnetic Transient Program)의 출력 데이터로 시뮬레이션을 해 보았다. 사고 모델은 그림 4.와 같다.

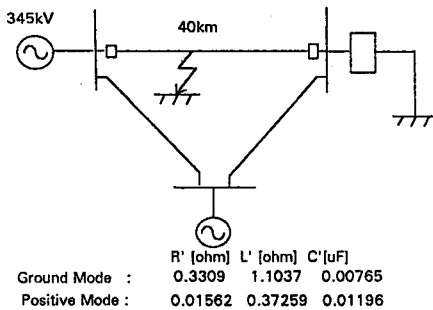


그림 4. 사고 모델

그림 5.와 그림 6.은 A상 지락사고시의 전압과 전류의 파형을 보여주고 있다. 그림 5.의 (a)에서 알 수 있듯이 사고시 전압 파형은 고조파 성분에 의해 심하게 왜곡되어있다. 그림 5.의 (b)는 DC offset을 만들기 위해 0도 부근에서 사고가 나게 했을 때의 파형을 보이고 있다.

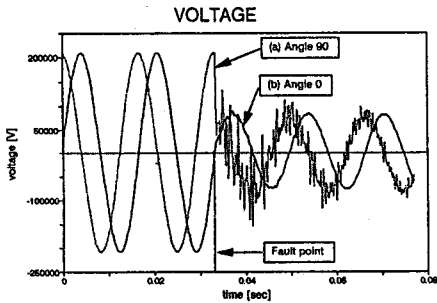


그림 5. 사고시 전압 파형

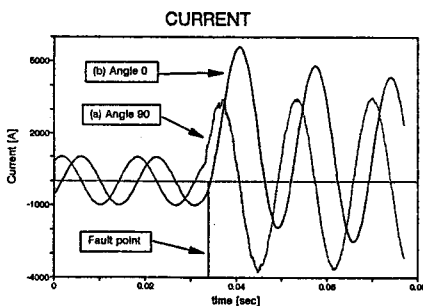


그림 6. 사고시 전류 파형

그림 7.에서는 제시된 알고리즘으로 임피던스를 구한 결과를 보이고 있다. DC offset이나 고조파의 영향에도 불구하고 매우 좋은 결과를 보이고 있다.

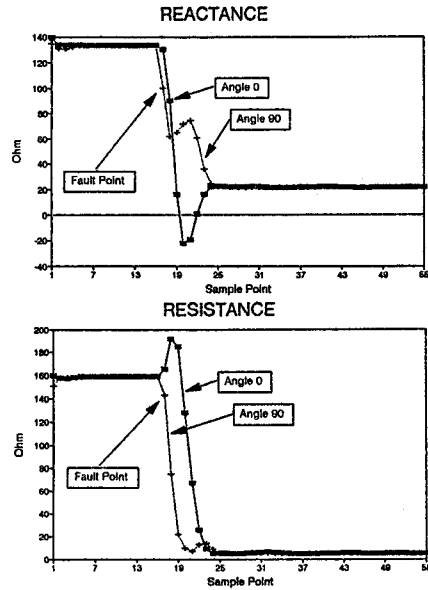


그림 7. 임피던스 계산

제시된 알고리즘은 7점의 data window를 사용하므로 사고 후 7샘플점 이 후에 수렴함을 알 수 있다. 그렇지만 7샘플점 이 후에는 전압파형이 심하게 왜곡되었음에도 일정한 값에 수렴함을 알 수 있다.

결론

이 논문에서는 거리계전알고리즘중 적분근사를 이용한 미분방정식법이 새로 제시되었다. 제시된 알고리즘은 전류나 전압이 DC offset과 고조파에 의해 심하게 왜곡된다 할지라도 임피던스를 정확히 알아낼 수 있다.

참고문헌

- [1] B. Jeysura and W.J. Smolinski, "Identification of a Best Algorithm for Digital Distance Protection of Transmission Lines", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-102, No. 10, Oct. 1983, pp 3358-3369
- [2] Ranjibar, A.M and Cory, B.J, " An Improved Method for the Digital Protection of High Voltage Transmission Lines", IEEE Trans. on PAS-94, pp. 544-550, 1975
- [3] H.Kudo, H.Sasaki, K. Seo, M. Takhash, K. Yoshida, T. Maeda, "Implementation of A Digital Distance Relay Using an Interolated Integral solution of a Differential Equation", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol.3 No.4 Oct. 1988, pp.1475-1484
- [4] Y. Ohura, T.Matsuda, M. Suzuki, M. Yamaura, Y.Kurosawa and T.Yokoyama, "Digital Distance Relay with Improved Characteristics Against Distorted Transient Waveforms", IEEE Trans. on PWRD, Vol. 4, No. 4, Oct. 1989, pp. 2025-2031
- [5] B.J. Mann and I.F. Morrison, "Relaying a Three Phase Transmission Line with Digital Computer", IEEE Tran. PAS vol.90, No.2 pp 742-750, March 1971
- [6] 조경래 "분포 정수 회로를 이용한 거리 계전기 연구", 서울대학교 전기공학과 석사학위 논문, 1992.
- [7] 조경래, 강상희, 박종근 "DFT 및 Interpolation 기법을 이용한 초고속 거리 계전기", 제 26회 1991년 전기학회 춘계 학술대회 초록집, pp. 12-15