뉴턴랩슨법을 이용한 효율적인 경제부하배분에 관한 연구.

정 재길　　박 찬 모°　　오 창 근
중앙대학교 공과대학 전기공학과

A Study on the Efficient Economic Dispatch by the Newton Raphson Method.

Jai-Kil Chung　　Chan-Mo Park　　Chang-Keun Oh
Dept. of Electrical Engineering Chung-Ang Univ.

Abstract

This paper presents an efficient method for determining the economic dispatch of thermal generator using an alternative Jacobian matrix considering system constraints. The transmission loss is approximately expressed as a funtion of generating powers and the generalized generation factor. From this expression, the Jacobian matrix is formulated and solved by the Newton Raphson Method . In this method , the economic dispatch problem is solved rapidly without calculating the penalty factor. The proposed method has fast convergency characteristic and good accuracy. The feasibilty of this method is demonstrated by means of examples.

1. 서 론

최근 전력계통 분야에서는 실시간제어를 위한 에너지관리 시스템의 도입이 폭넓게 확산되어가고 있다. 이러한 경향에 따라 빠르고, 신뢰도가 높으며, 효율적인 알고리즘 개발을 위해많은 연구노력이 기울여지고 있다.

경제부하배분이란 계통내의 부하에 따른 각각 발전기의 발전량의 제약조건을 만족하면서,총연료비용이 최소가 되도록 하는 것이다. 경제부하배분 문제에서 일반적으로 Lagrange 미정계수법이 가장 많이 이용되고 있으며 , 해를 구하는 과정에서 전력의 증감에 따른 송전손실의 변화를 나타내는 증분손실을 구해야한다. 그러나, 다양한 계통조건하에서 증분손실을 구한다는것은 원리적으로는 용이하더라도 전압,역률,송전전력,무효전력 등 여러가지 요인이 복잡하게 관계하고 있어 실제로 계산하는데 있어 상당한 어려움이 있다. 이전의 연구에서는 송전손실을 이차식으로 근사화한 손실방정식을 이용한 B-계수법이 제시되었으나,실제로 B계수를 구하는데에는 많은 시간이 소요되고 그 값이 근사적이며 부하상태나 계통변경에 따라 여러경우의 계수군을 기억해 두어야 하는 단점이 있다. 이와 같은 문제점을 개선하기 위해서 뉴턴랩슨법을 이용하여 전력조류계산과정에서 증분손실을 구하는 방법이 제시되었다. 이 방법은 정도가 약간 떨어지긴 하나 계산효율을 크게 향상 시킬수 있었다.[5]

송전손실은 송전선로의 조류에 따라 직접 영향을 받는데 계통내 발전량이 변화하면 송전선로의 조류도 변화하게 된다. 단위전압하에서 송전손실은 선로조류의 제곱과 선로저항의 곱으로 표시될수 있다.그리고, 계통 총 발전량 변화에 따른 선로조류의 변화를 GGSD감도계수(Generalized Generation Shift Distribution Factor)를 이용하여 표현할수 있다.[7] 이 GGSD계수는 부하와 선로조류가 크게 변화하지 않을때 거의 일정한 특성이 있다. 따라서 몇가지 경우의 GGSD계수군의 기본상태를 기억시켜, 계통운전현황과 가장 비슷한 경우를 선택하여 이용할수 있다.

본 논문에서는 시스템 제약조건 및 선로손실을 고려한 전력조류 방정식의 자코비언 행렬을 이용하여 부하변화에 따른 각 발전기의 배분량을 효율적으로 결정하는 알고리즘을 제시한다. 먼저, 송전손실을 선로조류와 각 발전기의 발전량에 대한 선로조류의 감도계수를 이용하여 표현하고, 이 식으로부터 자코비언 행렬을 형성하여,계산시간이 많이 소요되는 페널티 계수를 구하지 않고 직접 뉴턴랩슨법을 이용하여 각 발전기의 효율적인 출력을 신속하게 구한다.

2. 경제부하배분 문제의 정식화

경제부하배분이란 전력수급평형조건 ,각 발전기출력의 상하한 조건을 만족하면서 목적함수인 발전소의 총연료비(Fp)를 최소화하는 각 발전기의 배분량을 결정하는 것이다. 총연료비는 다음과 같이 표시된다.

$$F_p = \sum_{i=1}^{Ng} f_i\ (P_{gi}) = \sum_{i=1}^{Ng} a_i + b_i P_{gi} + cP_{gi}^2 \qquad (1)$$

여기서 f_i 는 연료비 계수 a_i, b_i, c_i 로 표현되는 각 발전기의 연료비함수, Ng는 총 발전기수.

식(1)의 수급평형조건을 만족하면서 총연료비를 최소화하기 위한 라그랑제 함수L은 다음과 같이 표현된다.

$$L = \sum_{i=1}^{Ng} [f_i(P_{gi})] + \lambda_g[PD + PL - \sum_{i=1}^{Ng} P_{gi}] \qquad (2)$$

여기서 PD는 총 부하 ,PL은 총 송전손실 .

최적해를 구하기 위해 식(2)의 L을 P_{gi} 와 λ_g에 대해 편미분하면 다음식과 같이 된다.

$$g_i = \partial L/\partial P_{gi} = b_i + 2c_i P_{gi} + \lambda_g(\partial P_L/\partial P_{gi} - 1) \quad \text{for } i = 1,2 - - - Ng. \qquad (3)$$

$$h = \partial L/\partial \lambda_g = PD + PL - \sum_{i=1}^{Ng} P_{gi} \quad \text{for } i=1,2 - - - - m. \qquad (4)$$

여기서 $\partial P_L/\partial P_{gi}$ 을 증분송전손실이라 하며 , 이를 포함하는 페널티 계수를 구하는데 이전의 연구에서는 많은 시간이 소요되었다. 따라서, 이 증분손실을 효율적으로 계산한다면, 경제부하배분 문제를 신속하게 풀수있다.

3. 송전손실의 표현

선로 m의 선로 손실 P_{Lm}은 다음과 같이 표현될수 있다.[6]

$$P_{Lm}=R_m \frac{(P_m^2+Q_m^2)}{|V_s|^2} \quad (5)$$

여기서 Rm은 선로의 저항, Pm ,Qm 은 각각 선로 m에 흐르는 유효,무효전력, V_s 는 전압의 크기.
V_s는 단위전압(1.0 p.u)이라 가정하고, 무효전력은 손실을 최소화 하기위하여 변전소나 조상설비에 의해 보상되므로 Qm 을 영으로 할수 있으므로 식(5)는 다음과 같이 된다.

$$P_{Lm}=R_mP_m^2 \quad (6)$$

따라서 전체 송전 손실은 다음과 같이 된다.

$$P_L=\sum^{L}R_mP_m^2 \quad (7)$$

여기서 L 은 계통의 전체 선로수.

4. 감도계수를 이용한 증분송전손실의 계산

총 발전량의 변화에 대한 각 선로의 조류변화는 다음식과 같이 GGSD(Generalized Generation Shift Distribution)계수를 이용해서 표현할수 있다.[7]

$$D(m,R)=[P_m-\sum_{\substack{j=1\\j\neq R}}^{Ng}(A(m,j)P_{gj})] \;/\; \sum_{i=1}^{Ng}P_{gi} \qquad m=1,--,NL \quad (8)$$

여기서, A()는 generation shift distribution factors (GSDF). R 은 기준모선.
모선p와 모선q를 연결하는 선로 m의 A(m,j)는 다음과 같다.

$$A(m,j) = (X_{pj}-X_{qj}) \;/\; x_m \quad (9)$$

여기서 X_{pi} , X_{qi} 는 발전기 모선i와 선로m의 양단모선 p 와 q간의 전달리액턴스, x_m은선로m의 선로 리액턴스.
식(8)과 (9)를 이용해서 기준모선과 임의의 선로m과의 GGSD 계수를 계산하고 이외의 모선과 GGSD 계수는 아래와 같이 구할수 있다.

$$D(m,i)=D(m,R)+A(m,i) \qquad m=1,---,NL,\; i=1,---,Ng,\; i\neq R \quad (10)$$

GGSD 계수를 이용하여 발전량과 선로조류의 관계를 아래와 같이 나타낼수 있다.

$$P_m=\sum_{i=1}^{Ng}[D(m,i)P_{gi}] \qquad m=1,---,NL. \quad (11)$$

여기서, D(m,i)는 발전기모선 i 와 선로 m 과의 GGSD계수.
식(11)을 식 (7)에 대입하면 총송전손실은 다음과 같다.

$$P_L=\sum_{m=1}^{NL}[R_m[\sum_{i=1}^{Ng}D(m,i)P_{gi}]^2] \quad (12)$$

따라서 증분손실은 아래와 같다.

$$\partial P_L/\partial P_{gi}=\sum_{m=1}^{NL}[2\,D(m,i)R_m[\sum_{i=1}^{Ng}D(m,i)P_{gi}]] \quad (13)$$

식 (13)을 정리하면 다음식과 같이 증분송전손실을 선로조류와 감도 계수의 함수로 표현할수 있다.

$$\partial P_L/\partial P_{gi}=\sum_{m=1}^{NL}[2\,R_mP_mD(m,i)] \qquad i=1,--,Ng. \quad (14)$$

5. 자코비언 행렬의 형성

송전손실과 증분송전손실을 선로조류와 GGSD계수를 이용해 표현할수있었다. 이로부터, 뉴턴랩슨법을 이용하여 각 발전기의 발전량을 직접 구할수있다. 자코비언 행렬을 아래와 같이 형성할수 있다.

$$\begin{bmatrix}\Delta g\\ \Delta h\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}J_1 & J_2\\ J_3 & J_4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta P_g\\ \Delta\lambda_g\end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서, J_1, J_2, J_3, J_4 는 각각 자코비언 행렬의 부분행렬.

J_1는 기준모선을 포함하는 $\partial g_i/\partial P_{gi}$ 을 나타내며,이 행렬의 대각 요소는 식 (2),(3)과 (15)으로 부터 다음과 같다.

$$J_1(i,i)=\partial g_i/\partial P_{gi} = 2c_i+2\lambda_g[\sum_{m=1}^{NL}R_mD(m,i)^2] \qquad \text{for } i=1,2,----,Ng \quad (16)$$

그리고, J_1 의 비대각 요소는 다음과 같다.

$$J_1(i,j)=\partial g_i/\partial P_{gj} =2\lambda_g[\sum_{m=1}^{NL}R_mD(m,i)\,D(m,j)] \quad (17)$$

for i = 1,2 - - - -, Ng,
j = 1,2 - - - -, Ng,
$i\neq j$.

J_2은 차원 Ngx1의 열벡터이며, J_3는 J_2 의 전치행렬이다.

$$J_2(i)=\partial g_i/\partial\lambda_g =\partial P_L/\partial P_{gi}-1 \quad \text{for } i=1,2,--Ng \quad (18)$$

$$J_3(i)=\partial h/\partial P_{gi} =\partial P_L/\partial P_{gi}-1 \quad \text{for } i=1,2,--Ng \quad (19)$$

J_4 를 구하기 위해 h 를 λ_g 에 대해 편미분 하면 zero 가 되어 전력수급평형조건을 만족한다.
발전량의 상,하한 조건 및 선로의 용량에 대한 부등식 제약조건이 직접 고려 되었다. 재분배 과정에서 부등식 제약조건을 벗어났을 경우, 그 값을 다음 계산까지 경계치에 고정한다.발전량의 상하한을 벗어났을시 상한을 벗어난 발전기들의 각각의 위배량의 절대값의 합과 하한을 벗어난 발전기들의 각각의 위배량의 합을 비교해 큰쪽을 경계치에 고정하고, 고정된 발전기를 제외하고 그 밖의 발전기들에 대해 발전량을 계산한다. 그리고 선로의 상한을 벗어났을때 그 값을 경계치에 고정하고 다음과 같이 계산한다.

$$\sum_{i=1}^{Ng}[D(k,i)P_{gi}]=\overline{P_k} \quad (20)$$

여기서 k는 과부하 선로 , $\overline{P_k}$ 는 선로 k의 상한치.
식(2)에 식(20)을 추가 하면 다음과 같이 된다.

$$L=\sum_{i=1}^{Ng}[f_iP_{gi}]+\lambda_g[PD+PL-\sum_{i=1}^{Ng}P_{gi}] + \sum_{\substack{k=1\\k\in M}}^{v}[\lambda_k[\sum_{i=1}^{Ng}D(k,i)P_{gi}]-\overline{P_k}]] \quad (21)$$

여기서 M 은 모든 과부하 발생 선로의 집합,
v 는 과부하 선로의 총수,
λ_k 는 과부하 선로의 라그랑제 승수.

이에 따라 과부하 선로를 고려한 최적조건은 다음과 같다.

$$g_i=\partial L/\partial P_{gi} =b_i+2c_iP_{gi}+\lambda_g(\partial P_L/\partial P_{gi}-1)+\sum_{\substack{k=1\\k\in M}}^{v}[\lambda_kD(k,i)] \qquad \text{for } i=1,2---Ng. \quad (22)$$

$$h=\partial L/\partial\lambda_g = PD+PL-\sum_{i=1}^{Ng}[P_{gi}] \quad (23)$$

$$w_k=\partial L/\partial\lambda_k =\sum_{i=1}^{NG}[D(k,i)P_{gi}]-\overline{P_k} \qquad \text{for } k=1,2--m,\; k\in M \quad (24)$$

위의 식 (22) - 식 (24)로 부터 자코비언 행렬은 아래와 같이 형성된다.

$$\begin{bmatrix}\Delta g\\ \Delta h\\ \Delta w\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}J_1 & J_2 & J_5\\ J_3 & J_4 & J_6\\ J_7 & J_8 & J_9\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta P_g\\ \Delta\lambda_g\\ \Delta\lambda_k\end{bmatrix} \quad (25)$$

부분행렬 J_1, J_2, J_3 과 J_4 는 식(17)-(19) 과 같이 변화하지 않으며, 부등식 제약조건을 포함하는 부분행렬 J_5 - J_9 은 다음과 같다.

$$J_5(i,k) = \partial g_i/\partial \lambda_k = D(k, i) \quad (26)$$

$$J_7(k, i) = \partial w_k/\partial P_{gi} = D(k, i) \quad (27)$$

$$\text{for } i = 1,2 - - Ng, \quad k = 1,2 - - v, \quad k \neq i, \; k \in M$$

나머지 부분행렬 J_6, J_8 그리고 J_9 는 모두 zero 이다.
위와같이 수정된 자코비언 행렬을 이용하여 수급평형조건과 선로의 부등식 제약조건을 포함하는 경제부하배분 문제를 쉽게 풀수 있다.

6. 모델계통에의 적용예

본 논문에 제시한 알고리즘 및 방법에 대한 효용성을 입증하기 위하여 모델계통으로 IEEE 6모선계통에 적용하였다.

이 모델계통의 선로정수, 초기운전 조건 및 발전기 상하한과 연료비 특성은 각각 표1,표2,표3 과 같다. 입력 데이타를 적용한 결과, GSDF, GGSD계수는 표.4와 같고 수속특성 및 최종결과는 표.5과 같다.

반복 1회 과정에서 P_1 이 상한을 초과하고 1번 모선과 3번 모선사이의 2번 선로에 과부하가 발생했으나, 그 다음 반복과정에서 해소되었다. 4 회 반복 후에 수렴하여 초기운전 상태에 비하여 전력손실은 44.3 % 경감 하였으며 총연료비는 5.8% 감소되었다.

선로 번호	모선번호 FROM	TO	선로 원시임피던스 R	X
1	1	2	0.723	1.050
2	1	3	0.282	0.640
3	2	4	0.000	0.134
4	2	5	0.000	0.300
5	4	5	0.097	0.407
6	4	6	0.080	0.370
7	5	6	0.123	0.518

표.1 선로 정수

모선 번호	모선 전압 크기	위상	발전출력 Pg	Qg	부하전력 PL	QL
1	1.10	0.0	1.00	0.0	0.00	0.00
2	1.00	0.0	0.00	0.0	0.55	0.13
3	1.00	0.0	0.00	0.0	0.30	0.18
4	1.00	0.0	0.00	0.0	0.00	0.00
5	1.00	0.0	0.00	0.0	0.50	0.05
6	1.05	0.0	0.00	0.0	0.00	0.00

표.2 초기운전 조건 및 운전상태

UNIT 번호	모선번호	하한	상한	연료비 계수(P.U) a	b	c
1	1	0.2	1.00	0	1.00	0.001
2	6	0.2	1.00	0	1.00	0.003

표.3 발전기 상하한과 연료비 특성

선로번호 (p-q)	GSDF Ap-q,1	GGSD Dp-q,1	Dp-q,6
1	0.4580	0.4210	-0.0370
2	0.5420	0.5790	0.0370
3	0.2754	-0.0706	-0.3460
4	0.4386	0.2832	-0.1555
5	-0.0968	-0.0350	0.0932
6	0.3722	-0.0671	-0.4393
7	0.3419	-0.0468	0.3886

표.4 GSDF 계수 및 GGSD 의 계산 결과

반복회수	선로손실 (MW)	$Unit_1$ (P_1) (MW)	$Unit_2$ (P6) (MW)	발전비용 (R/h)
초기상태	23.00	100.000	58.30	158,200
1	23.70	114.800	57.30	158,900
2	18.20	62.70	90.50	149,594
3	13.90	62.81	86.02	149,248
4	12.80	63.02	84.80	148,994

표.5 모델 계통의 수속특성과 적용결과.

7. 결 론

본 논문에서 신속한 경제부하배분을 위한 효율적인 알고리즘이 개발되었다.일반적인 경제부하배분방법과 달리 페널티계수를 계산하지 않고 등식제약조건 뿐만아니라 부등식제약조건을 고려하여 직접 뉴턴랩슨법을 이용하여 각 발전기의 출력을 신속하게 구할수 있다. 선로손실을 발전출력과 GGSD 계수의 선로조류의 함수로 표현하고, 이로부터 증분손실을 직접계산할수 있다. 이에 따른 자코비언행렬의 요소를 구하여 신속하게 정도가 좋은 배분량을 구할수 있었다.

모델계통에 적용한 결과, 4회 반복만에 수렴하여 신속하게 각 발전기 출력을 얻을 수 있었으며,전력손실과 총연료비를 상당히 감소시킬수 있었다.

앞으로 더욱더 신속한 계산을 위하여 기본 GGSD 계수군을 기억시켜 이로부터 계통운전현황과 가장 비슷한 계수군을 선택할수 있는 알고리즘이 개발이 계속적인 연구과제로 요구된다.

참고문헌

[1] 정재길,박영문,"전력계통의 합리적 운용 제어에 관한 연구",대한전기학회지 Vol33 No10,1984.10 PP.38-39.

[2] 정재길,홍기찬," 대전력계통의 전력조류해석에 관한 연구".중앙대학교 과학기술연구소 제6집 pp.51-67.

[3] A. J. Wood & B.F.Woolenberg,'POWER GENERATION AND,OPERATION CONTROL' , JOHN WILEY AND SONS

[4] H.H.Happ, " Optimal Power Dispatch ", IEEE Trans . PAS, Vol. PAS-93,1974,pp.820-830.

[5] F.L.Alvarado "Penalty Factor from Newtons Method", IEEE Trans,PAS-104,VOL,PAS-97,1978, PP.2031-2040

[6] O.I.Elgerd, 'Electric Energy System Theory', Second Edition, MaGraw-Hill.

[7] W. Y .Ng," Generalized Generation Distribution Factors for Power System Security Evalutions " IEEE Trans.PAS,Vol,PAS-100,1981, pp 1001-1005.