

# 비선형 궤환 선형화 기법을 사용한 자기부상 시스템의 DSP 제어기 구현

° 심형보, 주성준, 서진현  
서울대학교 전기공학과

## Implementation of DSP Controller for Levitation of EMS System using Nonlinear Feedback Linearization

° Hyungbo Shim, Sungjun Joo, Jinheon Seo  
Dept. Electrical Eng. Seoul Nat'l University

**Abstract** - The implementation of Nonlinear Feedback Linearization control for Electro-Magnetic Suspension system is presented. The controller using TMS320C31 DSP chip was proposed and the experiments were performed.

Control law for EMS system using feedback linearization is derived and implemented in the DSP. Some tests were constructed for experimental comparison between feedback linearization and classical state feedback. The experimental results demonstrate that the feedback linearization controller shows better performance than that of the classical state feedback controller and it is robust with respect to disturbance and parameter variation, though some steady-state errors appear.

### 1. 서론

흡인식 자기 부상열차의 모델은 개루프 불안정 비선형 시스템(open loop unstable nonlinear system)이다. 기존의 제어기법인 동작점 부근의 선형근사화법(Linear Perturbation : LP)은 시스템이 동작점을 벗어나게 되면 실제 제어 대상을 제대로 묘사하지 못하여 발산할 가능성이 있다. 본 논문에서는 흡인식 자기 부상열차의 제어를 위하여 비선형 궤환 선형화법(Nonlinear Feedback Linearization : NFL)을 도입 하였다. 1982년에 비선형 궤환 선형화법이 발표된 이후 많은 연구가 진행되어 왔으나 비선형 궤환 선형화법이 가지고 있는 여러 문제점들, 대상 시스템의 완벽한 묘사가 필요하다는 점과 모델 불확실성에 대한 강인성 문제, 선형근사화법보다는 상대적으로 많은 계산량이 요구되는 등의 단점 때문에 실험적으로 성공시킨 예는 매우 드문 편이다. NFL의 이러한 문제점에 대한 연구는 비선형 궤환의 적응제어기법에 의한 해결법[6],[7]과 궤환 선형화 이후의 강인한 제어기 설계에 의한 해결법[8]이 연구되고 있다.

본 논문에서는 고속 연산을 수행할 수 있는 DSP TMS320C31을 채용하여 연산량의 문제를 해결하였고, 캘리브레이션(calibration) 프로그램을 이용하여 실제의 MKS단위계로 변환하도록 하였다.

NFL은 제어구조상 디지털 제어기로 구현해야 한다. 샘플링에 의한 이산 제어시, 연속계 시스템을 대상으로 도출한 제어식에 대한 안정성 보장 문제는 [9]에서 연구된 바 있으나, 샘플링에 의한 오차는 시스템의 시정수보다 상대적으로 매우 빠른 샘플링 속도(3kHz)에 의해서 샘플링에 의한 오차를 무시할 수 있는 외란으로 처리할 수 있으므로[3], 본 논문에서는 연속계 시스템에서 도출한 제어식을 사용하였다.

자기부상 시스템의 모델식 유도도는 2절에서 기술하였고, 3절에서는 2절에서 유도한 모델식에 대한 비선형 궤환 선형화 제

어를 도출하였다. 4절에서는 실험 장치 구성을 보이고, 실험 결과는 5절에서 보였다.

### 2. 자기부상 시스템의 모델

여기서는 [그림 2.1]과 같은 모델을 사용한다.

[그림 2.1]로부터 다음 방정식을 잡아 낼 수 있다. [5]

$$m\ddot{z} = -F(i, z) + mg$$

$$F(i, z) = \frac{B^2 A}{\mu_0} = \frac{\mu_0 N^2 A}{4} \frac{i^2}{z^2}$$

또, 마그네트의 물리적 성질로부터 다음 식이 도출된다.

$$L(z) = \frac{\mu_0 N^2 A}{2z(t)}$$

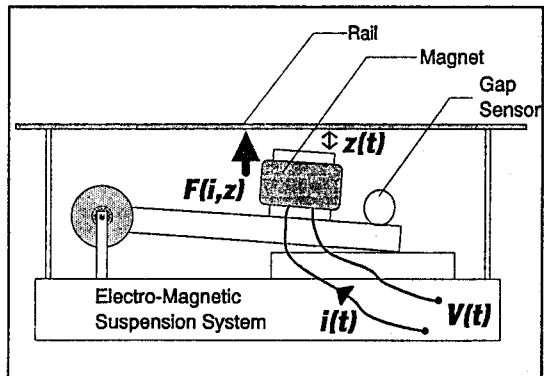
$$V(t) = Ri(t) + \frac{d}{dt}[L(z)i(t)]$$

$$= Ri(t) + \frac{\mu_0 N^2 A}{2z(t)} \frac{di(t)}{dt} - \frac{\mu_0 N^2 Ai(t)}{2[z(t)]^2} \frac{dz(t)}{dt}$$

단,  $m$ : 부상체의 질량,  $R$ : 마그네트의 저항,  
 $G$ : 중력가속도,  $\mu_0$ :  $4\pi \times 10^{-7}$  [H/m],  
 $A$ : 마그네트의 단면적,  $N$ : 코일의 턴수

상태변수들(state variables)을 다음과 같이 결정하면,

$x_1 = z$  [m] : 공극 길이, 즉 레일과 마그네트와의 간격



[그림 2.1] 단일 자석 부상체의 모델

$x_2 = \dot{z}$  [m/sec] : 수직방향 속도  
 $x_3 = i$  [A] : 마그네트에 흐르는 전류

다음 비선형식을 도출할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{\mu_0 N^2 A}{4m} \left(\frac{x_3}{x_1}\right)^2 + G \\ \dot{x}_3 &= \frac{x_2 x_3}{x_1} - \frac{2R}{\mu_0 N^2 A} x_3 x_1 + \frac{2x_1}{\mu_0 N^2 A} V(t) \end{aligned} \quad (2.1)$$

### 3. 궤환 선형성 및 제어식의 도출

[2]에서 대상 시스템이 궤환 선형화가 가능함을 보였고, 제어식을 도출하기 위해서 (2.1)의 비선형식에 (3.1) 변환식을 사용하여 (3.2)식을 얻는다.

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 \\ z_2 &= x_2 \\ z_3 &= -\frac{\mu_0 N^2 A}{4m} \left(\frac{x_3}{x_1}\right)^2 + G \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ z_3 \\ \frac{R}{m} \frac{2x_3^2}{x_1} + \frac{1}{m} \frac{x_3}{x_1} u \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

이 경우 제어 입력은 (3.3)과 같다.

$$u = -\frac{mx_1}{x_3} \left( v - \frac{R}{m} \frac{2x_3^2}{x_1} \right) \quad (3.3)$$

(3.2)식에 입력 변환식 (3.3)를 이용하면 선형화된 식 (3.4)를 얻을 수 있고, 상태변수 궤환식 (3.5)를 포함하면 (3.6)을 얻는다. 제어식은 (3.3)과 (3.6)이 된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v \quad (3.4)$$

$$v = k_1(z_1 - r) + k_2 z_2 + k_3 z_3 \quad (3.5)$$

$$v = k_1(x_1 - r) + k_2 x_2 + k_3 \left( -\frac{\mu_0 N^2 A}{4m} \left(\frac{x_3}{x_1}\right)^2 + G \right) \quad (3.6)$$

단,  $r$ 은 동작점에서 레일파의 거리(gap)

선형식 (3.4)의 특성방정식은 (3.7)과 같고 이 식에서  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ 를 조정하여 극점을 위치시킬 수 있다.

$$s^3 - k_3 s^2 - k_2 s - k_1 = 0 \quad (3.7)$$

### 4. 실험 장치 구성

단일 자석 부상체의 실험으로 [그림 2.1]과 같이 한쪽 끝을 고정하여 마그네트의 좌우 이동을 방지하였다. 한쪽 끝을 고정된 마그네트의 운동은 고정된 축을 중심으로 하는 회전운동의 일부이나 작은 변위로만 운동하므로 2절의 모델식을 만족한다. 마그네트의 각종 상수는 [표 4.1]과 같고, 전체의 구성도는 [그림 4.2]과 같다.

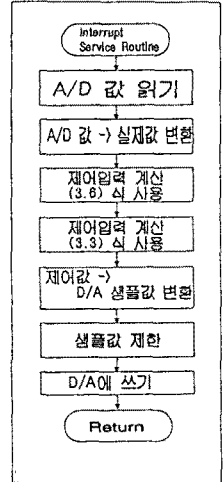
[표 1] 대상 시스템의 상수표

|           |                        |
|-----------|------------------------|
| 코일의 턴수    | 2000 turn              |
| 마그네트의 단면적 | 0.00176 m <sup>2</sup> |
| 마그네트의 저항  | 10.5 Ω                 |
| 부상체의 무게   | 9 kg                   |

### 4.1 제어기 설계

대략적인 제어기의 하드웨어 구성도를 [그림 4.2]에 보았다. IBM-PC를 호스트로 사용하여 DSP 프로그램을 전송하고 관리하도록 하였으며, 보정루틴을 수행하고 그 결과를 DSP에 전송하도록 하였다. DSP는 3kHz로 인터럽트를 수행하며 남은 시간을 이용하여 상태변수의 값과 제어된 결과 등을 PC에 전송토록 하였으며, 상대적으로 속도가 느린 PC는 전송된 결과 중 일부를 사용자에게 보고하도록 하였다.

인터럽트 처리 순서도를 [그림 4.3]에 보인다.



[표 4.1] 제어기 소프트웨어 인터럽트 처리 순서도

### 4.2 상태변수 측정

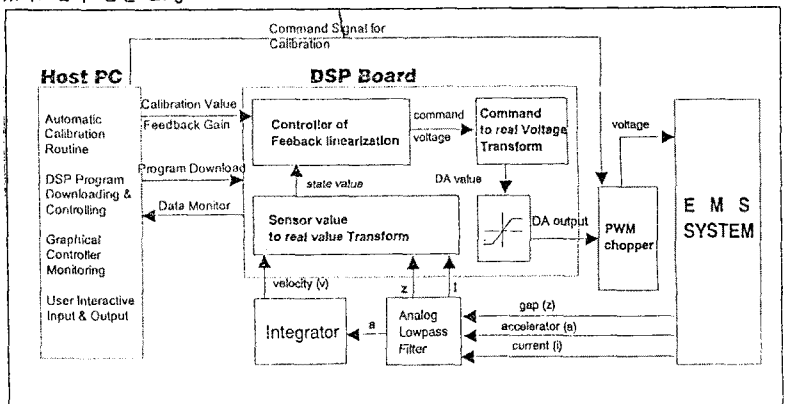
비선형 궤환 선형화 제어법은 모든 상태변수의 측정을 요구하고 단위는 MKS단위의 실제값을 필요로 한다. 본 실험에서 필요한 상태변수는 거리, 속도, 전류 세가지이므로 각각 거리센서, 전류 센서를 사용하였고, 속도의 경우 가속도 센서를 사용하여 외부의 적분기를 거친 후 사용하였다. 또한, 실험 환경의 변동과 이에 대한 실험장치 및 센서의 보정을 위해서 매 실험시 마다 각 센서값들의 보정루틴을 수행하도록 하였다.

거리(gap) 측정의 경우 부상체가 레일에 붙어 있을 때와 초기 부상 전의 센서값과 물리적인 측정값을 이용하여 일차함수  $y = a(x - b)$ 의 계수  $a, b$ 을 구하고 제어루틴에서는 이 식을 사용하여 실제 물리적인 측정값을 구한다.

속도의 경우 보정루틴을 통해 오프셋을 제거한 후 일차로 근사한 함수를 사용한다. 이때 비례상수를 구하기 위하여 거리를 변화시킨 후 두 점간의 시간과 거리를 측정하여 샘플값과 비교하는 방법을 사용하였다.

전류측정의 경우 역시 보정루틴을 통하여 오프셋을 제거하고 일차함수로 근사하였다. 본 실험에서는 PWM방식의 초퍼를 사용하기 때문에 전류의 측정값이 미세하게 평균값부근에서 초퍼의 주파수로 진동하지만 시스템의 인덕턴스 성분이 커서 그 효과를 무시할 수 있으므로 별다른 보정루틴의 추가 없이 사용하였다.

### 4.3 출력값 보정



[그림 4.2] 제어기 하드웨어 구성도

실험에서 사용한 파워 앰프는 DC-LINK단에 DC-DC 컨버터 따로 사용하지 않고 슬라이더스를 정류하여 평탄시켜 사용하기 때문에 부하에 따라 슬라이더스 내부의 저항에 의한 전압강하가 일어난다. 여러번의 전압변동실험을 통해서 D/A 출력값과 파워 앰프의 출력값은 2차함수로 근사됨을 알 수 있었고, 실험에 사용할 수 있는 정확한 함수를 도출하기 위해 식 (4.1)를 사용하였다.

$$y = ax^2 + bx + c \quad (4.1)$$

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^2 & x_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2 & 1 \\ x_3^2 & x_3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$$

$x_1, x_2, x_3$  : 실제 측정 전압,  $y_1, y_2, y_3$  : D/A 출력값

## 5. 실험 및 결과

동작점 부근의 선형근사화법에 의한 부상파형은 [그림 5.1]에 보인다. 상단의 파형은 초퍼로 들어가는 제어 파형이고 하단의 파형은 거리센서의 값이다. 제어 신호가 인가됨에 따라 13mm 떨어져 있던 부상체가 8mm로 부상된 것을 볼 수 있다. 그러나 시스템의 동작점을 정확하게 찾을 수 없었기 때문에 시뮬레이션 상에서 구한 궤환 이득값을 사용하지 못하였다. 적절한 궤환 이득값은 실험적으로 구하였다.

비선형 궤환 선형화법을 사용한 부상파형 [그림 5.2]은 10mm 떨어져 있던 부상체가 5mm로 부상된 것을 보여 준다. 궤환이득값은  $k_1 = 216000$ ,  $k_2 = 10800$ ,  $k_3 = 180$ 으로 하였다. [그림 5.3]은 같은 궤환 이득값을 사용하여 시뮬레이션 상에서 예측해 본 파형이다. 실험결과는 시뮬레이션의 결과를 잘 반영하고 있으며, 이 같은 사실은 시뮬레이션상에서 계산된 궤환 이득값을 실제 구현시에도 그대로 사용할 수 있음을 보여 준다. 제어 대상의 정확한 모델식을 사용하였다면, [그림 5.2]와 [그림 5.3]은 동일한 결과를 보여 줄 것으로 기대된다.

[그림 5.4]는 약 3kg의 외란(무게 변화)을 인가했을 시의 파형이다. 이 경우 모델이 변화하였기 때문에 정상상태의 오차를 유발하는 것을 볼 수 있다. 이에 대한 자세한 수식 유도는 참고 문헌 [1],[2]에서 다루었으므로 생략한다.

## 6. 결론

이상의 실험으로부터 1절에서 제기한 몇 가지 문제들을 논의를 볼 수 있다.

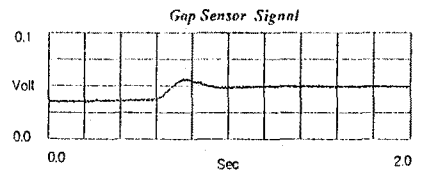
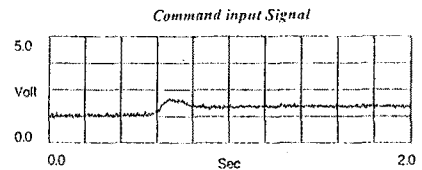
연속계 시스템을 대상으로 도출한 제어식을 디지털 제어법으로 변환하지 않고도 충분히 빠른 DSP의 샘플링을 사용하여 무리없이 제어할 수 있음을 보였다.

비선형 궤환 선형화법에 의한 제어는 1절에서 기술한 몇 가지 문제점 때문에 실제적 상황에서 제어에 응용하는 예가 드물었지만, 모델식을 비교적 잘 유도할 수 있는 상황에서는 실제 제어에 응용이 가능함을 보였다. 또한 비선형 궤환 선형화법은

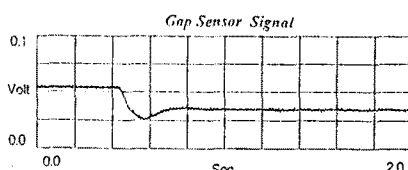
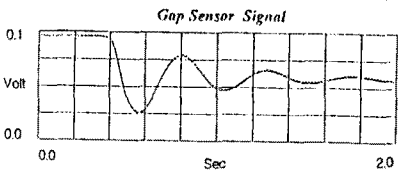
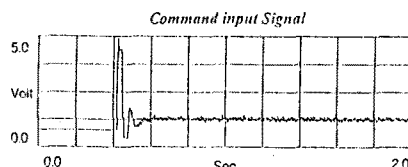
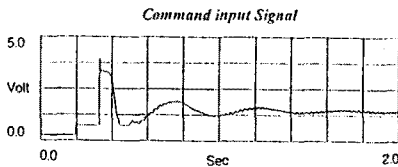
다른 제어법에 비해 결과의 예측이 쉽고 상황변화에 대처하는 것이 쉽기 때문에 실제 제어에서 많은 잇점을 얻을 수 있을 것이라 생각한다.

## 7. 참고 문헌

- [1] 주성준, "비선형 궤환 선형화기법을 이용한 자기부상열차의 부상 및 안내 제이기 개발", 서울대학교 대학원 전기공학과 석사학위논문, 1992
- [2] 진주화, "비선형 궤환 선형화기법을 사용한 자기부상열차의 부상제이기 개발", 서울대학교 대학원 전기공학과 석사학위논문, 1991
- [3] 유영준, "비선형 궤환 선형화를 이용한 자기부상열차의 안내 및 부상 제어의 디지털 제이기 개발", 1992년도 제어계측연구회 학술대회 논문집, pp. 51-54, 1992
- [4] J.J.E. Slotine and W.Li, "Applied Nonlinear Control", Prentice-Hall, 1991
- [5] P.K.Sinha, "Electromagnetic Suspension Dynamics & Control", 1987
- [6] I.Kanellakopoulos, P.V. Kokotovic, and A.Stephen Morse, "Systematic Design of Adaptive Controllers for Feedback Linearizable Systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. 36, no. 11, pp. 1241-1253, November, 1991
- [7] R.Marino, I.Kanellakopoulos, and P.V.Kokotovic, "Adaptive tracking for feedback linearizable SISO systems", in Proc. 28th IEEE Conf. Decision Contr., Tampa, FL, Dec., pp. 1002-1007, Dec., 1989
- [8] M.W.Spong and M.Vidyasagar, "Robot Dynamics and Control", John Wiley & Sons, 1989
- [9] H.G.Lee, A.Arapostathis and S.I.Marcus, "On the Digital Control of Nonlinear Systems", Proc. 27th IEEE Conf. Decision Contr., pp. 480-481, 1988

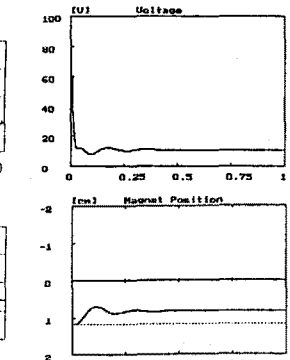


[그림 5.4] 약 3kg의 외란(무게변환)에 대한 동작파형 (비선형 궤환 선형화법)



[그림 5.1] 동작점 부근의 선형화법에 의한 부상파형

[그림 5.2] 비선형 궤환 선형화법에 의한 부상파형



[그림 5.3] 비선형 궤환 선형화법에 의한 부상파형 (컴퓨터 시뮬레이션)