입/출력 Automata의 제어에 관한 연구

문 홍주*, 권 욱현
서울대학교 제어계측공학과 정보시스템 연구실

A Study on the Control of Input/Output Automata

Hong-ju Moon, Wook-hyun Kwon
Information Systems Lab., Dept. of Control and Instrumentation Engr., Seoul Nat'l University

ABSTRACT

This paper presents the control of input/output automata. The input/output automata provides an appropriate model for discrete event systems consisting of concurrently-operating components. Ramadge and Wonham's supervisor controller can be transformed into the controller of input/output automata. Using input/output automata, the modelling can be more realistic and concurrent discrete event systems can be controlled easily.

1. 서론

전통적으로 제어 이론은 numerical한 값을 갖는 시스템들의 differential혹은 difference 관계식에 의해 나타나는 동작을 다루어 왔다. 하지만, 컴퓨터의 이용이 증가됨에 따라 대상으로 삼는 시스템은 logical혹은symbolic 모델을 필요로 하는 경우가 늘어났다. 이러한 DES(discrete event system)의 모델링 방법으로는 스테이트 머쉰, petri-net, CSP(communicating sequential process)등이 있고 최근 이에 대한 많은 연구가 진행되고 있다[HEYMANN]. Ramadge와 Wonham이 제안한 spuervisor 이론[RAMWON1-2]은 DES 시스템을 제어하는 대표적인 이론으로 상당부분 연구가 진행되었다. 하지만, Ramadge와 Wonham의 supervisor이론에서 사용한 모델인 FSM(finite state machine)은 시스템이 커지는 경우 그 스테이트 수가 기하급수적으로 증가하고, concurrent한 시스템이나 계층적인 시스템의 경우 그 적용에 어려움이 많아 이를 보완하기 위한 연구가 계속되고 있다[HAREL][WILLER].

Nancy Lynch에 의해 제안된 I/O Automata[LYNCH]는 concurrent distributed DES를 모델링하고 분석하기 위해 제안된 것으로 널리 알려진 일반 Automata의 천이를 외부의 입력에 의한 것과 자발적인 요인에 의한 것으로 분리시켜 나타내는 것을 주요 특징으로 삼을 수 있다. Ramadge와 Wonham이 사용한 시스템 모델의 경우 $G = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q_m)$ 와 같이 상태 집합 Q, 사건(event)의 집합 Σ, 천이 함수 δ, 초기상태 q_0, 목적 상태 집합 Q_m으로 구성된 제어 대상 시스템인 generator에, G에서 발생되는 사건을 입력으로 받아 generator의 천이를 금지 시킬 수 있는 제어 입력 함수와 recognizer $S = (X, \Sigma, \xi, x_0, X_m)$로 이루어지는 supervisor가 결합되는 형태로 되어 있다[RAMWON1-2]. 이 경우는 generator의 천이는 자발적으로 발생되는 사건에 의해 일어나고 이것이 출력되어 supervisor의 입력으로 쓰인다. supervisor는 사건을 입력으로 받아 천이를 일으키고 제어 함수를 출력으로 내보낸다. I/O Automata는 천이가 외부의 사건에 기인하는 in(S)와 내부에서 자발적으로 발생하는 local(S)로 분리있으므로, 제어 대상시스템과 제어기는 같은 I/O Automata형태로 나타내어, 제어기의 local(S)를 대상시스템의 in(S)와 연결시켜 제어 입력으로 만들고, 대상시스템의 local(S)를 제어기의 in(S)로 연결해 관측 출력으로 사용한다. concurrent하게 동작하는 여러개의 시스템을 generator로 나타내는 경우는 각 천이들

간의 상호 관계가 나타나있지 않으므로 여러개의 generator간에 상호 관계가 있는 경우는 합성이 어렵지만, I/O Automata로 모델링된 경우는 비교적 용이하므로 concurent시스템의 모델링및 제어에 I/O Automata를 사용하면 유리하다.

2장에서 I/O Automata 시스템과 I/O Automata 제어기의 결합에 대해 논술하고 3장에서 결론을 맺는다.

2. I/O Automata의 제어

[LYNCH]가 제안한 I/O Automata를 바탕으로 다음과 같은 I/O Automata를 정의한다.

$P = (\ Q,\ \Sigma_{in},\ \Sigma_{out},\ T,\ q_0\ )$

Q: P의 상태집합
Σ_{in}: 입력 사건의 집합
Σ_{out}: 출력 사건의 집합, $\Sigma_{in} \cap \Sigma_{out} = \varnothing$
T: 천이 관계(transition relation),
$T \subset Q \times (\Sigma_{in} \cup \Sigma_{out}) \times Q$
q_0: 초기 상태

여기서, 입력 사건이란 [LYNCH]의 in(S)에 해당되는 것으로 자발적으로 발생되지 않고 외부의 변화에 의해 발생되는 사건을 말하고 출력 사건은 [LYNCH]의 local(S)에 해당되는 것으로 자발적으로 발생가능한 사건이다. 연속적인 천이 관계는 다음과 같이 정의된다.

$$T^* \subset Q \times (\Sigma_{in} \cup \Sigma_{out})^* \times Q$$

$$\begin{aligned} T^* := (&\tau^* = (q_1, s\sigma, q_2) \in Q \times (\Sigma_{in} \cup \Sigma_{out})^* \times Q, \\ & s \in \Sigma_{in} \cup \Sigma_{out})^*, \sigma \in (\Sigma_{in} \cup \Sigma_{out}) \mid \\ & \exists q_3 \in Q,\ s.t.\ (q_1, s, q_3) \in T^* \text{and } (q_3, \sigma, q_2) \in T\ ) \end{aligned}$$

P에 Σ_0의 입력이 들어가는 경우의 천이관계와 연속천이 관계는

$T(\Sigma_0) \subset Q \times (\,(\Sigma_0 \cap \Sigma_{in}) \cup \Sigma_{out}) \times Q$,

$T^*(\Sigma_0) \subset Q \times (\,(\Sigma_0 \cap \Sigma_{in}) \cup \Sigma_{out})^* \times Q$ 이다.

P에서 발생되는 language는

$$\begin{aligned} L(P) := &\ \{\ s \in \Sigma_{in} \cup \Sigma_{out} \mid \\ & \quad \exists q \in Q,\ s.t.\ (q_0, s, q) \in T^*(\varnothing)\ \} \\ = &\ \{\ s \in \Sigma_{out} \mid \\ & \quad \exists q \in Q,\ s.t.\ (q_0, s, q) \in T^*(\varnothing)\ \} \end{aligned}$$

이고,

Σ의 입력이 들어가는 경우의 language는

$$\begin{aligned} L(P_\Sigma) := &\ \{\ s \in \Sigma_{in} \cup \Sigma_{out} \mid \exists q \in Q,\ s.t.\ (q_0, s, q) \in T^*(\Sigma)\ \} \\ = &\ \{\ s \in (\Sigma \cap \Sigma_{in}) \cup \Sigma_{out} \mid \\ & \quad \exists q \in Q,\ s.t.\ (q_0, s, q) \in T^*(\Sigma)\ \} \end{aligned}$$

이다.

I/O Automata로 표현된 시스템의 합성은 다음과 같다.

$P_1 = (\ Q_1,\ \Sigma_{1in},\ \Sigma_{1out},\ T_1,\ q_{10}\ )$
$P_2 = (\ Q_2,\ \Sigma_{2in},\ \Sigma_{2out},\ T_2,\ q_{20}\ )$

$$\begin{aligned} P_1 \| P_2 = (\ & Q_1 \times Q_2,\ \Sigma_{1in} \cup \Sigma_{2in} - \Sigma_{1out} \cup \Sigma_{2out}, \\ & \Sigma_{1out} \cup \Sigma_{2out},\ T_{P_1 \| P_2},\ (q_{10}, q_{20})\ ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{P_1\|P_2} := (\ & \tau = (q_{11}, q_{21}, \sigma, q_{12}, q_{22}) \in (Q_1 \times Q_2) \\ & \times (\Sigma_{1in} \cup \Sigma_{2in} \cup \Sigma_{1out} \cup \Sigma_{2out}) \times (Q_1 \times Q_2) \\ & \mid \textit{if } \sigma \in \Sigma_{i\ in},\ \textit{then } (q_{i1}, \sigma, q_{i2}) \in T_i,\ \textit{and} \\ & \textit{if } \sigma \notin (\Sigma_{i\ in} \cup \Sigma_{i\ out}),\ \textit{then } q_{i1} = q_{i2} \\ & ,\ \textit{for } i = 1, 2\ ) \end{aligned}$$

I/O Automata P와 관심의 대상이 되는 사건 집합 Σ_o가 있을 때, $K \subset \Sigma_o$가 제어가능하다는 것을 다음과 같이 정의한다.

[정의 1] $\exists a$ *plant* C, *s.t.* $\Pr_{\Sigma_o}(L(P\|C)) = K$ 인 경우, P 는 (K, Σ_0)-제어가능하다고 한다.

[정의 2] $\exists a$ *plant* C, *s.t.* $\Pr_{\Sigma_i}(L(P\|C)) = K_i$ for each (K_i, Σ_i)이면, P는 $\{(K_i, \Sigma_i)\}$-제어가능하다고 한다.

제어기 C와 대상시스템 P와의 합성 $P\|C$를 생각하면 다음과 같다.

$P = (\ Q,\ \Sigma_{in},\ \Sigma_{out},\ T,\ q_0\ )$
$C = (\ X,\ \Sigma_o,\ \Sigma_c,\ T_c,\ x_0\ )$, 이때 $\Sigma_c \subset \Sigma_{in},\ \Sigma_o \subset \Sigma_{out}$

$P\|C = (\ Q \times X,\ \Sigma_{in} - \Sigma_c,\ \Sigma_{out} \cup \Sigma_c,\ T_{P\|C},\ (q_0, x_0)\ )$

$$\begin{aligned} T_{P\|C} := (\ & \tau = (q_1, x_1, \sigma, q_2, x_2) \in (Q \times X) \\ & \times (\Sigma_{in} \cup \Sigma_{out} \cup \Sigma_c) \times (Q \times X) \\ & \mid \textit{if } \sigma \in \Sigma_{in},\ \textit{then } (q_1, \sigma, q_2) \in T_P\ , \\ & \textit{if } \sigma \in \Sigma_o,\ \textit{then } (x_1, \sigma, x_2) \in T_C \\ & \textit{if } \sigma \notin (\Sigma_{in} \cup \Sigma_{out}),\ \textit{then } q_1 = q_2, \\ & \textit{and if } \sigma \notin (\Sigma_o \cup \Sigma_c),\ \textit{then } x_1 = x_2\ ) \end{aligned}$$

시스템의 제어가능성은 [RAMWON1-2]에서 사용된 정의와 명제를 이용하면 다음과 같이 생각할 수 있다.

[LEMMA1] 다음 세가지 조건은 P가 (K, Σ_0)-제어가능할 조건과 동치이다.

1) K 이 "closed"
2) $K \subset \Pr_{\Sigma_o}(L_{full}(P))$
3) $KE_{in}(\Sigma_0) \cap \Pr_{\Sigma_o}(L_{full}(P)) \subset K$

결국 주어진 복합 시스템 P가 있을 때의 제어 목적은 다음과 같이 생각할 수 있다.

주어진 복합 시스템 $P = P_1 \| P_2 \| ... \| P_N$에 대하여 관심이 되는 사건 집합과 원하는 language 쌍의 집합 $\{(K_i, \Sigma_i) \mid K_i \in \Delta^*, \Sigma_i \in \Delta\}$, *s.t.* $\Pr_{\Sigma_i}(L(P\|C)) = K_i$를 만족시키는 복합 제어기 $C = C_1 \| C_2 \| ... \| C_M$를 찾는 문제.

[RAMWON1-2]의 제어를 I/O Automata와 비교하면 다음과 같다.

supervisor	I/O automata 제어기
Σ_c	Σ_{in}
Σ_u	Σ_{out}
Φ	Σ_c와 Σ_{in}의 연결
$\Phi(x)(\sigma)=1$	$(x,\sigma,x')\in T_c$
$\Phi(x)(\sigma)=0$	$(x,\sigma,x')\notin T_c$

위와 같은 관계를 사용하면 [RAMWON1-2]의 supervisor는 쉽게 I/O Automata제어기로 변환될 수 있다.

3. 결론

I/O Automata에 의한 제어기를 구성하면 입력과 출력을 같은 형태로 만들 수 있고, 대상 시스템과 제어기를 같은 형태로 구성할 수 있고, 각 부분 시스템간의 천이 관계를 포함하므로 합성이 용이하다. 또한, Ramadge와 Wonham의 supervisor도 I/O Automata의 형태로 변환이 가능하다. I/O Automata에 의한 제어기의 합성과 분산 제어 시스템및 계층 제어 시스템에의 적용에 대한 연구가 계속되어야 할 것이다.

참고문헌

[HAREL] David HAREL, "Statecharts: A Visual Formalism fro Complex Systems", *Science of Computer Programming 8*, pp231-274, 1987

[HEYMANN] Michael Heymann, "Concurrency and Discrete Event Control", *IEEE Control Magazine*, pp 103-112, 1990

[LYNCH] Nancy Lynch, "I/O Automata: A Model for Discrete Event Systems", *22nd CISS*

[RAMWON1] P.J.Ramadge and W.M.Wonham, "Supervisory Control of A Class of DiscreteEvent Processes", *SIAM J. Control and Optimization, Vol. 25, No. 1*, pp 206-230, Jan. 1987

[RAMWON2] P.J.Ramadge and W.M.Wonham, "The Control of Discrete Event Systems", *Proceedings of the IEEE, Vol. 77, No. 1*, pp 81-98, Jan. 1989

[WILLNER] Y. Willner and M. Heymann, "Supervisory control of concurrent discrete-event systems", *INT. J. Control, 1991, Vol. 54, No. 5*, pp 1143-1169